انتشارات دانشگاه رازی
۳۸۵

الکترونیک نوری

گردآورنده:
دکتر صبا خسروی

الکترونیک نوری

گردآورنده:

صبا خسروی

(عضو هیأت علمی دانشگاه رازی)

دانشگاه رازی

۱۳۹۹

سرشناسه : خسروی، صبا
Khosravi, Saba
عنوان : الکترونیک نوری/ گردآورنده صبا خسروی
مشخصات نشر : کرمانشاه، دانشگاه رازی، ۱۳۹۹= ۲۰۲۰ م.
مشخصات ظاهری : ۴۶۷ ص.
فروست : دانشگاه رازی؛ ۳۸۵ : الکترونیک؛ ۴
شابک : ۶-۰۳۴-۳۹۳-۶۰۰-۹۷۸
یادداشت : عنوان اصلی
Optoelectronics
یادداشت کتابنامه

موضوع : الکترونیک نوری
موضوع : الیاف نوری
شناسه افزوده : عنوان
شناسه افزوده : دانشگاه رازی
رده بندی کنگره : ۱۳۹۹ ۸ الف۵خ/ ۱۷۵۰ TA
رده بندی دیویی : ۶۲۱/۳۸۱۰۴۵
:
:
:

دانشگاه رازی

انتشارات دانشگاه رازی ۳۸۵

عنوان کتاب: الکترونیک نوری
Optoelectronics

گردآورنده: دکتر صبا خسروی

ناشر: دانشگاه رازی
Razi University Press

تاریخ و نوبت چاپ: ۱۳۹۹ـ اول
© 2020/1399

شمارگان: ۵۰۰
Print Run: 500

شابک: ۶-۰۳۴-۳۹۳-۶۰۰-۹۷۸
ISBN: 978-600-393-034-6

قطع: وزیری
Printed in Iran

سامانه فروش آنلاین
Press.razi.ac.ir

مراکز پخش: تهران : مرکز نشر دانشگاهی ۸۸۵۵۶۱۶۸ - کتابیران ۶۶۴۹۲۲۶۶ - دانشیران ۶۶۴۱۶۱۷۶
Tehran: Ketabiran: +98 021 66492266 Daneshiran: +98 021 66416176

کرمانشاه : مرکز چاپ و نشر دانشگاه رازی - تلفن ۴۲۸۰۸۰۲- ۰۸۳۳
Kermanshah: 083- 34280802 Email:Press@razi.ac.ir

مسئولیت درستی مطالب به عهده مترجمان است. (این کتاب با کاغذ حمایتی منتشر شده است).

(حق چاپ برای ناشر محفوظ است)

پیشگفتار

الکترونیک نوری[1] به‌واسطهٔ کاربردهای گسترده در حوزه‌های مخابراتی، محاسباتی، دفاعی، پزشکی، انرژی، نجوم، زمین‌شناسی و ... از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. ظهور این علم در هریک از زمینه‌های نام‌برده، کاربرد فراوانی دارد که در ادامه تنها به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود.

امروزه اهمیّت سیستم‌های مخابرات فیبر نوری[2] با ظرفیت چند ترابایت بر ثانیه، به‌دلیل فرکانس بسیار بالای سیگنال نوریِ حامل، در مقایسه با فرکانس رادیویی[3] و نیز فرکانس‌های موج مایکروویو[4]، برکسی پوشیده نیست. محدودیت‌های افزایش سرعت در ادوات الکترونیکی فرستنده و گیرنده با ورود لیزر[5] و المان‌های پردازش سیگنال تمام نوری[6] از قبیل تقویت‌کننده‌های تمام نوری[7] به سیستم‌های مخابرات نوری، ازبین‌رفته‌است و این سیستم‌ها تقریباً به‌طورکامل جایگزین سیستم‌های مخابراتی الکتریکی شده‌اند. ظرفیت بالای سیستم‌های مخابرات نوری سبب به‌کارگیری فن‌آوری لیزرهای فرابنفش[8] به‌عنوان منابع نوری در صنایع دفاعی، برای انتقال حجم بزرگی از اطلاعات در تجهیزات رزمایشی شده است.

از دیگر مزایای سیستم‌های مخابرات فیبر نوری در مقایسه با سیستم‌های مخابرات الکتریکی، می‌توان به ایمن بودن سیگنال در برابر تداخل امواج الکترومغناطیسی، تلفات پایین و به‌تبع آن کاهش تعداد تکرارکننده‌ها[9] در مسیر انتقال سیگنال نوری، ابعاد فیزیکی کوچک و وزن کم، انعطاف‌پذیری و استحکام بالا، عایق الکتریکی بودن محیط انتشار، امنیت سیگنال در برابر شنود، قابلیت اطمینان، نگهداری آسان و ... اشاره کرد. یکی دیگر از سیستم‌های مخابرات نوری، مخابرات نوری فضای آزاد[10] با سرعت بالا، حجم کم و امنیت بالاست؛ به همین دلیل از این فن‌آوری در مخابرات بین ماهواره‌ای و انتقال اطلاعات از زمین به ماهوارهٔ فضایی استفاده می‌شود. برهمین‌اساس انتقال داده با ظرفیت چند صد مگابیت بر ثانیه به فاصلهٔ چند صد هزار کیلومتر گزارش شده است. با توجه به اینکه در این سیستم نیازی به محیط مادی انتشار سیگنال نیست؛ بنابراین زیرساخت این سیستم مخابراتی در برابر بلایای طبیعی مصون‌تر است.

---

[1] Optoelectronics
[2] Optical Fiber Communication
[3] Radio Frequency
[4] Microwave
[5] Laser
[6] All Optical Signal Processing
[7] All Optical Amplifiers
[8] Ultraviolet Lasers
[9] Repeaters
[10] Free Space Optical Communication

در سال‌های اخیر سیستم‌های محاسبات نوری[1] با توجه به ویژگی‌هایی از قبیل ابعاد کوچک، توان مصرفی پایین، قابلیت انجام سریع عملیات پیچیده، مصون بودن سیگنال نوری در برابر تداخل امواج الکترومغناطیسی و ... در برابر سیستم‌های محاسبات الکترونیکی که دارای سرعت پردازش پایین، سرعت انتقال محدود و اتلاف[2] توان بالا هستند، مورد توجه پژوهشگران قرارگرفته‌است. مزایای سیستم‌های محاسبات نوری در طراحی مشتق‌گیرها و انتگرال‌گیرهای تمام نوری[3]، سیستم نوری حل معادلهٔ دیفرانسیلی، گیت‌های نوری[4]، حافظه‌های نوری[5]، واحدهای محاسبه و منطق نوری[6]، گذرگاه‌های نوری[7]، سوئیچ‌های تمام نوری[8] و ... در عمل نیز به اثبات رسیده است.

اهمیّت سیستم‌های محاسبات نوری را می‌توان ازآنجا درک کرد که امروزه به‌منظور افزایش سرعت پردازش داده‌ها، از ترکیب ابزار الکترونیکی و نوری استفاده می‌شود. بااین‌حال تلاش برای دست‌یابی به سرعت پردازش بالا به کمک پردازش تمام نوری سیگنال‌ها، همچنان ادامه دارد و امید است که در آینده‌ای نه چندان دور شاهد ورود پردازنده‌های تمام نوری به سیستم‌های محاسباتی باشیم.

ازکاربردهای مهّم الکترونیک نوری در صنایع دفاعی می‌توان به هدایت لیزری[9] موشک، رادارهای لیزری، انواع آشکارسازهای نوری[10] در باند طول موجی سه تا پنج میکرومتر در دوربین‌های دید در شب[11] و دوربین‌های امنیتی، حسگرهای نوری فرابنفش با توان تصویربرداری چند طیفی[12] به‌منظور ردیابی هدف در هر منطقهٔ نظامی و... اشاره کرد. تا به حال آشکارسازهای نوری فروانی در باند طول موجی مطلوب مبتنی بر نانو ذرات و پدیدهٔ فوتوولتائیک[13] برای دست‌یابی به نسبت سیگنال به نویز[14] بالاتر طراحی و ساخته شده‌اند. نامرئی‌سازی[15] در باند طول موجی مادون قرمز نیز یکی دیگر از مسائلی است که به‌تازگی به‌منظور طراحی یک پوشش نامرئی‌ساز برای موشک‌ها، پهبادها، قرارگاه‌های نظامی و ... در صنایع دفاعی اهمیّت یافته است. با ورود فراموادها[16] به حوزهٔ الکترونیک نوری، راه دست‌یابی

---

[1] Optical Computation Systems
[2] Loss
[3] All Optical Differentiator and Integrators
[4] Optical Gates
[5] Optical Memory
[6] Arithmatic and Logic Unit
[7] Optical Busses
[8] All Optical Switch
[9] Laser Guidance
[10] Photodetector
[11] Night Vision
[12] Multispectral-Imaging
[13] Photovoltaics
[14] Signal to Noise Ratio
[15] Invisibility
[16] Metamaterials

به طراحی پوشش نامرئی‌سازی در هر باند طول موجی هموارتر و سبب تحقق فرامواد مبتنی بر توزیع تصادفی نانو ذرات فلزی در محیط‌های پلیمری و درنهایت طراحی پوشش‌های نامرئی‌سازی انعطاف‌پذیر با اتلاف کم در باند طول موجی سه تا پنج میکرومتر شده است.

اهمّیت الکترونیک نوری درحوزهٔ مهندسی پزشکی به‌منظور تشخیص و درمان بیماری به اثبات رسیده است. برای نمونه می‌توان به جراحی به کمک لیزر اشاره کرد که در آن تخریب یا تشخیص بافت در نقاطی از بدن، که به کمک ابزارهای معمولی امکان‌پذیر نیست، با استفاده از نور لیزر امکان‌پذیر است. با توجه به اینکه تلاش می‌شود در حوزهٔ سلامت، آثار مخرب روش‌های تشخیص سلول‌های سرطانی، که با استفاده از اشعهٔ ایکس[1] صورت می‌گیرد، به حداقل برسد، از تصویربرداری حرارتی[2] برای تشخیص، میزان پیشروی و عمق سلول‌های سرطانی استفاده می‌شود؛ ازسوی‌دیگر طراحی حسگرهای بیولوژیکی نوری[3] با حساسیت بالاتر از حسگرهای الکتریکی و الکترومکانیکی در تجهیزات پزشکی، سبب طراحی و ساخت حسگرهای بیولوژیکی مبتنی بر پلاسمونیک[4] شده است؛ درنتیجه جایگزینی حسگرهای الکتریکی در تجهیزات پزشکی با حسگرهای تمام نوری در آینده‌ای نزدیک دور از انتظار نیست.

با توجه به تجدیدناپذیر بودن سوخت‌های فسیلی به‌عنوان منابع تولید انرژی و همچنین نیاز به سیستم‌های تولید انرژی پاک و سازگار با محیط زیست، استفاده از دستگاه‌هایی که از منابع تجدیدپذیر در تأمین انرژی نظیر نورخورشید بهره می‌گیرند، نیاز مبرم هر جامعه است. از جملهٔ این دستگاه‌ها در حوزهٔ الکترونیک نوری می‌توان سلول‌های خورشیدی[5] مبتنی بر نانو ذرات و پلیمرها را نام‌برد، که براساس پدیدهٔ فوتوولتائیک، توانِ تولید انرژی الکتریکی از نورخورشید را دارند.

امروزه ماژول‌ها و صفحات خورشیدی[6]، که بر سقف منازل و اداره‌ها نصب می‌شوند، سبب صرفه‌جویی در مصرف انرژی و تأمین انرژی الکتریکی مورد نیاز مجموعه می‌شوند. در این راستا تلاش پژوهشگران در جهت افزایش بهره‌وری سلول‌های خورشیدی به‌منظور افزایش نیروگاه‌های خورشیدی با توانایی تولید بالا و مصرف انرژی‌های پاک و بدون آلودگی صوتی

---

[1] X-Ray
[2] Thermal Imaging
[3] Optical Biosensors
[4] Plasmonics
[5] Solar Cells
[6] Solar Modules and Panels

همچنان ادامه دارد. دیود نورگسیل با قابلیت تابش نور سفید[1] در سیستم‌های روشنایی، یکی دیگر از ادوات کاربردی الکترونیک نوری در راستای کاهش اتلاف انرژی است.

کتاب پیشِ‌رو با توجه به اهمیّت موضوع در هفت فصل نوشته شده است. در فصل نخست سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی از دیرباز تا سیستم‌های مخابرات فیبر نوری بیان شده است. در این فصل همچنین درباب اجزاء تشکیل‌دهندهٔ یک سیستم مخابرات فیبر نوری مروری کوتاه شده است و در پایان فصل نیز مزایا و معایب مخابرات فیبر نوری در مقایسه با مخابرات الکتریکی آمده است.

برای درک کامل انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های مختلف، در فصل دوم ابتدا مروری بر معادلات ماکسول[2] و شرایط مرزی میدان‌های موج الکترومغناطیسی در مرز مشترک دو محیط متفاوت انجام شده است، سپس انتشار موج الکترومغناطیس در محیط‌های مختلف و بازتاب و شکست امواج برخوردی به مرز مشترک دو محیط با پارامترهای مختلف، مطالعه شده است. با توجه به اینکه بسیاری از پدیده‌های فیزیکی با استفاده از خاصیت موجی نور به‌عنوان تابش الکترومغناطیس توجیه‌پذیر نیستند و توجیه آن‌ها تنها با رفتار ذره‌ای نور امکان‌پذیر است، آخرین بحث فصل دوم به توصیف رفتار دوگانهٔ نور اختصاص یافته است.

در فصل سوم ابتدا ساختار داخلی فیبر نوری و پارامترهای مهّم تعیین‌کننده در عملکرد فیبر بررسی شده است. در ادامه برای درک کامل انتشار نور در فیبر نوری، انتشار امواج الکترومغناطیسی در موج‌برهای دی‌الکتریک تخت[3] مطالعه و سپس انتشار موج در فیبر نوری تحلیل شده است. براساس این تحلیل‌ها، مکانیزم‌های محدودکنندهٔ ارسال اطلاعات در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری از قبیل تضعیف[4] و پاشندگی[5] معرفی شده‌اند. در پایان فصل، با توجه به اهمّیت کوپلرها[6] در الکترونیک نوری، انتشار نور در این ادوات مطالعه شده است.

با پیشرفت فن‌آوری نیمه‌هادی در صنعت الکترونیک و بهره‌گیری از توان سیستم‌های الکترونیکی و ادوات نوری مبتنی بر نیمه‌هادی‌ها در کنار یکدیگر برای دست‌یابی به عملکرد بهینه، فصل چهارم کتاب به بحث نیمه‌هادی‌ها اختصاص یافته است. در این فصل ضمن توصیف ساختار کریستالی نیمه‌هادی‌های مختلف، ساختار کریستال‌های قطبی[7] نیز به‌دلیل اهمّیت در ساخت سلول‌های خورشیدی[8] آورده شده است.

---

[1] White Light Emitting Diode (White LED)
[2] Maxwell's Equations
[3] Planar Dielectric Waveguide
[4] Attenuation
[5] Dispersion
[6] Couplers
[7] Polar Crystalline
[8] Solar Cells

در ابتدای فصل پنجم فرآیندهای تولید[1] و بازترکیب تابشی[2] و غیرتابشی[3] به‌صورت کامل، برای درک اندرکنش نور و ماده، معرفی شده‌اند. در ادامهٔ همین فصل، نحوهٔ تولید فوتون در دیود نورگسیل[4] توصیف شده است و پارامترهای مهّم در عملکرد قطعه معرفی شده‌اند، سپس به روش‌های افزایش بازده خروجی در دیود نورگسیل اشاره شده است. در پایان فصل نیز یک دسته‌بندی از مواد نیمه‌هادی به‌کارگرفته‌شده در ساخت دیود نورگسیل در باندهای طول موجی خاص به‌همراه کاربرد قطعهٔ برآیند انجام شده است.

براساس جایگاه لیزر در الکترونیک نوری، در فصل ششم کتاب ابتدا مبانی لیزر و مکانیزم تولید پرتوهای نوری در لیزر، صرف‌نظر از نوع آن، مطالعه شده‌اند. به‌دلیل کاربرد گستردهٔ دیودهای لیزری[5] به‌عنوان منبع نور در مخابرات فیبر نوری، در ادامهٔ مباحث مکانیزم تولید نور در دیود لیزری به‌همراه معادلات حاکم بر عملکرد قطعه بیان شده است و در پایان فصل ساختار داخلی چند نمونه دیود لیزری کاربردی به‌صورت اجمالی معرفی شده است.

در ابتدای فصل هفتم اصول اولیهٔ آشکارساز نوری و عوامل مهّم در عملکرد آشکارساز مطالعه شده‌اند. با توجه به اهمّیت آشکارسازهای نیمه‌هادی، در ادامهٔ این فصل انواع آشکارسازهای نوری نیمه‌هادی به‌همراه ساختار داخلی هر یک بررسی شده است. منابع نویز در آشکارسازهای نوری نیمه‌هادی به‌عنوان عامل محدودکنندهٔ عملکرد قطعه و به‌تبع آن محدودکنندهٔ نسبت سیگنال به نویز گیرنده، به‌صورت کامل در آخرین مبحث فصل گنجانده شده‌است.

در این کتاب سعی شده است تا مفاهیم پایهٔ ابزار الکترونیک نوری به زبانی ساده به خواننده بیان شود تا در پایان، خواننده توانایی تجزیه‌وتحلیل ساختارهای متفاوت از ادوات الکترونیک نوری را داشته باشد.

---

[1] Generation
[2] Radiative Recombination
[3] Non-Radiative Recombination
[4] Light Emitting Diode
[5] Laser Diodes

برخود لازم می‌دانم از کوشش‌های همکار گرامی جناب آقای دکتر محمد رزاقی که با دیدگاه ارزشمندشان، اینجانب را در جمع‌آوری هر چه بهتر مطالب راهنمایی کردند، سپاسگزاری ویژه داشته باشم.

از همکاران گرامی جناب آقای دکتر حمدی عبدی و سرکار خانم ندا بهرامی که زحمت پیگیری امور این مجموعه را متقبل شدند، نهایت تقدیر و تشکر را دارم.

از زحمات همکاران محترم در مرکز تخصصی ویراستاری جناب آقای دکتر عزیزی‌فر و سرکار خانم رستمی تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از خوانندگان گرامی تقاضا دارم درصورت داشتن هر گونه پیشنهاد که به بهبود مجموعه کمک خواهد کرد، اینجانب را از نظرات ارزشمندشان مطلع نمایند.

خسروی

اردیبهشت ۱۳۹۸

فهرست عناوین فصل‌ها

عنوان صفحه

فصل اول: مقدمه‌ای بر سیستم‌های مخابرات نوری ۱

فصل دوم: مقدمه‌ای بر الکترومغناطیس ۱۹

فصل سوم: انتشار نور در فیبر نوری و کوپلرها ۹۷

فصل چهارم: خواص الکترونیکی و نوری نیمه‌هادی‌ها..... ۱۹۷

فصل پنجم: دیود نورگسیل..... ۲۳۵

فصل ششم: لیزر..... ۳۲۷

فصل هفتم: آشکارسازهای نوری ۴۲۱

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مقدمه‌ای بر سیستم‌های مخابرات نوری

۱-۱. مقدمه ۱

۱-۲. سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی ۲

۱-۳. سیستم مخابراتی پایه ۱۱

۱-۴. مقایسهٔ سیستم‌های مخابرات فیبر نوری و الکتریکی..... ۱۳

۱-۴-۱. مزایای استفاده از فیبر نوری و سیگنال نوری..... ۱۳

۱-۴-۲. معایب استفاده از فیبرهای نوری و سیگنال نوری ۱۶

فصل دوم: مقدمه‌ای بر الکترومغناطیس

۲-۱. مقدمه ۱۹

۲-۲. معادلات ماکسول ۲۱

۲-۳. پاسخ محیط ۲۲

۲-۴. شرایط مرزی ۲۵

۲-۵. میدان‌های شبه الکترواستاتیک ۲۷

۲-۶. معادلهٔ موج..... ۲۸

۲-۷. میدان‌های هارمونیک زمانی ۲۹

۲-۷-۱. انتشار موج تخت در محیط‌های مادی ۳۲

۲-۷-۱-۱. انتشار نور در دی‌الکتریک با اتلاف ۳۶

۲-۷-۱-۲. انتشار نور در محیط دی‌الکتریک بدون اتلاف..... ۴۲

۲-۷-۱-۳. انتشار نور در فضای آزاد ۴۲

۲-۷-۱-۴. انتشار نور در یک رسانای کامل ۴۴
۲-۸. پلاریزاسیون امواج نوری ۵۱
۲-۹. سرعت فاز، سرعت گروه و پاشندگی ۵۷
۲-۱۰. اصل جمع آثار ۶۱
۲-۱۱. قضیهٔ پوئینتینگ ۶۶
۲-۱۲. بازتاب و شکست ۷۱
۲-۱۲-۱. پلاریزاسیون TE (موج s یا موج σ) ۷۳
۲-۱۲-۲. پلاریزاسیون TM (موج p یا موج π) ۷۷
۲-۱۳. ماهیت موجی و ذره‌ای نور ۸۶
۲-۱۳-۱. پدیدهٔ فوتوالکتریک ۸۸
۲-۱۳-۱-۱. اثر فوتوالکتریک از منظر فیزیک کلاسیک ۸۹
۲-۱۳-۱-۲. مشاهدات تجربی اثر فوتوالکتریک ۹۱

فصل سوم: انتشار نور در فیبر نوری و کوپلرها

۳-۱. مقدمه ۹۷
۳-۲. پدیدهٔ بازتاب داخلی کلی ۹۸
۳-۳. ساختار فیبر نوری ۱۰۰
۳-۳-۱. زاویهٔ پذیرش ۱۰۲
۳-۳-۲. دریچهٔ عددی ۱۰۳
۳-۳-۳. پرتوهای اوریب ۱۰۶
۳-۴. انتشار موج در موجبرهای دی‌الکتریک تخت ۱۰۸
۳-۴-۱. حل معادلهٔ موج در موجبر دی‌الکتریک تخت ۱۱۵

۳-۴-۲. شرط قطع ۱۲۱
۳-۵. انتشار موج در فیبر نوری ۱۲۳
۳-۶. شار توان در فیبر استوانه‌ای با هستهٔ همگن ۱۴۰
۳-۷. تقسیم فیبر نوری بر پایهٔ تغییرات ضریب شکست ۱۴۳
۳-۷-۱. فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای ۱۴۳
۳-۷-۲. فیبر نوری با شاخص تدریجی ۱۴۴
۳-۸. مواد سازندهٔ فیبر نوری ۱۴۷
۳-۸-۱. فیبرهای شیشه‌ای ۱۴۸
۳-۹. روش ساخت فیبر نوری ۱۵۰
۳-۹-۱. روش بوته دوتایی ۱۵۱
۳-۹-۲. روش رسوب‌دهی درونی ۱۵۲
۳-۱۰. تضعیف در فیبر نوری ۱۵۳
۳-۱۰-۱. واحدهای تضعیف ۱۵۴
۳-۱۰-۱-۱. جذب ۱۵۶
۳-۱۰-۱-۲. تلفات پراکندگی ۱۵۹
۳-۱۰-۱-۳. تلفات خمشی ۱۶۲
۳-۱۰-۱-۴. تلفات هسته و پوشش ۱۶۵
۳-۱۱. پاشندگی ۱۶۷
۳-۱۱-۱. پاشندگی رنگی ۱۶۸
۳-۱۱-۱-۱. پاشندگی ماده ۱۶۸
۳-۱۱-۱-۲. پاشندگی موج‌بر ۱۷۱

۳-۱۱-۲. پاشندگی بین مدی ۱۷۴
۳-۱۱-۳. پاشندگی پلاریزاسیون مدی ۱۷۶
۳-۱۱-۴. پاشندگی در فیبر نوری تک‌مد ۱۷۷
۳-۱۲. انتشار موج در کوپلرها ۱۷۹
۳-۱۲-۱.کوپلینگ همسو ۱۸۰
۳-۱۲-۲. طول کوپلینگ و توان انتقالی ۱۸۳
۳-۱۲-۳. کوپلینگ معکوس ۱۸۹

فصل چهارم: خواص الکترونیکی و نوری نیمه‌هادی‌ها

۴-۱. مقدمه ۱۹۷
۴-۲. مواد نیمه‌هادی ۱۹۸
۴-۳. ساختارهای متناوب ۲۰۰
۴-۳-۱. سلول واحد ۲۰۱
۴-۳-۲. ساختار الماسی ۲۰۴
۴-۳-۳. ساختار شش ضلعی بسته ۲۰۵
۴-۴. صفحات کریستال و اندیس‌های میلر ۲۰۸
۴-۵. نقص در شبکه‌های کریستالی ۲۱۱
۴-۶. ساختارهای ناهمگون تحت تنش ۲۱۴
۴-۷. مواد دو قطبی و پلاریزاسیون ماده ۲۱۸
۴-۸. رابطهٔ انرژی و اندازهٔ حرکت ۲۲۳
۴-۸-۱. نیمه‌هادی‌های مستقیم و غیرمستقیم ۲۲۵

فصل پنجم: دیود نورگسیل

۵-۱. مقدمه ۲۳۵

۵-۲. تولید و بازترکیب حامل‌ها ۲۳۶

۵-۲-۱. تولید و بازترکیب ناشی از گذار باند به باند ۲۳۸

۵-۲-۲. تولید و بازترکیب ناشی از گذار باند به تلهٔ انرژی ۲۴۱

۵-۲-۲-۱. فرآیند تولید- بازترکیب شاکلی-رید-هال ۲۴۱

۵-۲-۳. فرآیند تولید و بازترکیب اوژه ۲۴۵

۵-۲-۳-۱. گذار باند به تلهٔ انرژی ۲۴۵

۵-۲-۳-۲. گذار بین باندی ۲۴۷

۵-۳. بازده تابشی یا بازده کوانتومی داخلی ۲۵۳

۵-۴. اندرکنش نور و ماده ۲۵۶

۵-۴-۱. جذب نوری ۲۵۷

۵-۴-۲. گسیل خود به‌خودی ۲۵۸

۵-۴-۳. گسیل برانگیخته ۲۶۰

۵-۵. دیود نورگسیل ۲۶۳

۵-۵-۱. مشخصات نوری دیود نورگسیل ۲۶۶

۵-۵-۱-۱. پارامترهای عملکرد دیود نورگسیل ۲۶۶

۵-۵-۱-۱-۱. بازده کوانتومی داخلی ۲۶۶

۵-۵-۱-۱-۲. بازده استخراج ۲۶۸

۵-۵-۱-۱-۳. بازده خارجی و شار فوتون خروجی ۲۷۳

۵-۵-۱-۱-۴. پاسخ‌پذیری ۲۷۵

۵-۵-۲. الگوی تابشی دیود نورگسیل ۲۷۶
۵-۵-۳. طیف گسیل ۲۸۰
۵-۵-۴. پاسخ فرکانسی ۲۸۳
۵-۶. ساختارها و مواد سازندهٔ دیود نورگسیل ۲۸۶
پیوست ۵-۱ ..... ۲۹۹
پ۵-۱-۱. تراز فرمی ۲۹۹
پ۵-۱-۲. چگالی حالت‌ها ۳۰۰
پ۵-۱-۳. چگالی حالت‌های نوری ۳۰۶
پیوست ۵-۲ ..... ۳۰۹
پ۵-۲-۱. پیوند p-n در تعادل حرارتی ۳۰۹
پ۵-۲-۲. پیوند p-n تحت تأثیر بایاس خارجی ۳۱۴
پ۵-۲-۳. مشخصهٔ جریان- ولتاژ پیوند ایده‌آل ۳۱۶
پ۵-۲-۴. آثار خازنی در پیوند p-n ۳۲۰
پیوست ۵-۳ ..... ۳۲۳
پ۵-۳-۱. پاسخ فرکانسی دیود نورگسیل ۳۲۳

فصل ششم: لیزر

۶-۱. مقدمه ۳۲۷
۶-۲. گذارهای نوری در سیستم‌های اتمی و مولکولی ۳۲۹
۶-۳. بهرهٔ نوری ۳۳۵
۶-۳-۱. تحقق وارون‌سازی جمعیت ۳۳۹
۶-۳-۲. معادلات نرخ ۳۴۲

۶-۴. تقویت‌کننده‌های لیزری ۳۴۴
۶-۴-۱. بهرهٔ آستانه ۳۴۴
۶-۴-۲. تقویت‌کننده‌های فیبر نوری ۳۴۹
۶-۴-۲-۱. تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری اربیومی ۳۴۹
۶-۴-۲-۲. تقویت‌کنندهٔ رامان ۳۵۰
۶-۴-۳. پهن‌شدگی طیفی ۳۵۲
۶-۴-۳-۱. پهن‌شدگی طول عمر ۳۵۳
۶-۴-۳-۲. پهن‌شدگی ناشی از برخورد ۳۵۵
۶-۴-۳-۳. پهن‌شدگی همگن و ناهمگن ۳۵۶
۶-۴-۴. آستانهٔ پمپینگ و وارون‌سازی جمعیت ۳۵۹
۶-۴-۵. مدهای لیزر ۳۶۴
۶-۴-۵-۱. مدهای طولی ۳۶۴
۶-۴-۵-۲. مدهای مورب ۳۷۴
۶-۴-۵-۳. مدهای عرضی ۳۷۶
۶-۴-۵-۳-۱. پرتو گوسین ۳۷۷
۶-۴-۵-۳-۲. مدهای پرتو گوسین ۳۸۴
۶-۵. دیود لیزری ۳۹۰
۶-۵-۱. پاسخ فرکانسی ۴۰۱
۶-۵-۲. توزیع مکانی تابش ۴۰۵
۶-۵-۳. کاواک در لیزرهای نیمه‌هادی ۴۱۰
۶-۵-۴. طیف لیزر ۴۱۳

فصل هفتم: آشکارسازهای نوری

۷-۱. مقدمه ۴۲۱

۷-۲. اساس عملکرد آشکارسازهای نوری ۴۲۲

۷-۲-۱. فوتواثرات داخلی و خارجی ۴۲۳

۷-۲-۱-۱. گسیل فوتوالکترون ۴۲۳

۷-۲-۱-۲. فوتورسانندگی الکتریکی ۴۲۵

۷-۳. ویژگی‌های کلی آشکارساز ۴۲۶

۷-۳-۱. بازده کوانتومی ۴۲۶

۷-۳-۲. پاسخ پذیری ۴۲۸

۷-۴. انواع آشکارساز نوری نیمه‌هادی ۴۳۰

۷-۴-۱. آشکارساز فوتورسانایی ۴۳۰

۷-۴-۲. فوتودیودها ۴۳۷

۷-۴-۲-۱. فوتودیود p-n ۴۳۷

۷-۴-۲-۲. فوتودیود p-i-n ۴۳۹

۷-۴-۲-۲-۱. مکانیزم جریان در فوتودیود p-i-n ۴۳۹

۷-۴-۲-۲-۲. پاسخ زمانی فوتودیود p-i-n ۴۴۲

۷-۴-۲-۳. فوتودیودهای اتصال شاتکی ۴۴۷

۷-۴-۲-۴. فوتودیودهای ضرب بهمنی ۴۴۸

۷-۵. نویز در آشکارسازهای نوری ۴۵۱

۷-۵-۱. نویز فوتون ۴۵۱

۷-۵-۲. نویز فوتوالکترون ۴۵۲

۷-۵-۳. نویز فوتوجریان ۴۵۳
۷-۵-۴. نویز بهره ۴۵۴
۷-۵-۵. نویز مدار آشکارساز ۴۵۵
۷-۵-۶. توان معادل نویز ۴۵۷
۷-۶. آشکارپذیری ۴۵۸

فصل اول

مقدمه‌ای بر سیستم‌های مخابرات نوری

۱-۱. مقدمه

دربیشتر موارد انتقال اطلاعات در یک سیستم مخابراتی با مدولاسیون[1] سیگنال داده بر سیگنال حامل[2] انجام می‌پذیرد. گیرنده، سیگنال مدوله‌شده را دریافت می‌کند و سیگنال اصلی ازطریق دمدولاسیون[3] به‌دست می‌آید. مخابرهٔ سیگنال با استفاده از امواج الکترومغناطیسی حامل، که در فرکانس‌های رادیویی[4] و نیز فرکانس‌های موج مایکروویو[5] و میلی‌متری[6] کار می‌کنند، توسعه یافته است [۱و ۲]. افزون‌براین انتقال اطلاعات با استفاده از حامل الکترومغناطیسی با فرکانس در محدودهٔ فرکانس‌های نوری، با ورود فن‌آوری لیزر و فیبر نوری محقق و به طراحی سیستم‌های مخابرات نوری منجرشده است [۳-۵]. باندهای فرکانسی از طیف الکترومغناطیسی در جدول ۱-۱ به‌همراه طول موج مربوط سیاهه شده‌است. به‌دلیل بالا بودن فرکانس کاری سیگنال نوری به‌عنوان سیگنال حامل، پهنای باند سیستم‌های مخابرات نوری نسبت به سیستم‌های مخابرات الکتریکی گسترده‌تر است.

به‌دلیل ماهیت ذره‌ای نور، که از ذراتی به‌نام فوتون[7] تشکیل شده‌است، سیستم‌های مخابرات نوری از تداخل امواج الکترومغناطیسی، که در سیستم‌های مخابرات الکتریکی اجتناب‌ناپذیر است، مصون هستند.

---

[1] Modulation
[2] Carrier Signal
[3] Demodulation
[4] Radio Frequencies
[5] Microwave
[6] Millimeter Waves
[7] Photon

بزرگ بودن سرعت انتشار نور در محیط‌های مادی مختلف نزدیک به سرعت نور در فضای آزاد عامل دیگری است که اهمّیت حرکت به‌سمت استفاده از سیگنال نوری به‌عنوان سیگنال حامل را روشن‌تر می‌سازد. لازم به ذکر است که جایگاه به‌کارگیری سیستم‌های مخابرات نوری تنها به‌دلایل ذکرشده محدود نیست و در ادامهٔ فصل دلایل کافی بیان شده‌است. به‌دلیل کارایی خوب سیستم‌های مخابرات نوری، در این فصل ابتدا سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی از دیرباز تا به امروز با رویکرد نیاز به وجود سیستم مخابرات فیبر نوری آمده است. همچنین در این فصل مروری اجمالی بر اجزاء این سیستم مخابراتی صورت گرفته است. مطالب پایانی فصل به مزایا و معایب سیستم‌های مخابرات فیبر نوری در مقایسه با سیستم‌های مخابرات الکتریکی اختصاص یافته است.

۱-۲. سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی

سالیان زیادی بشر برای برقراری ارتباط از روشنایی استفاده کرده است. سیستم‌های ساده مانند آتش، آینه‌های منعکس‌کننده و اخیراً لامپ‌های هشداردهنده، با وجود محدودیت‌ها، در ایجاد ارتباط موفق بوده‌اند. مخابرات الکتریکی با ورود تلگراف[1] در سال *1830* جایگزین نور شد [۶]. به کمک فن‌آوری‌های رمزنگاری مانند کد مورس[2]، نرخ انتقال اطلاعات (نرخ بیت[3]) تا *10 Bit/s* و فاصله ایستگاه‌های واصل میان مبدأ و مقصد تا حدود *1000 Km* افزایش یافت.

نخستین کابل تلگراف در سال *1866* در عمل تحقق یافت. پیدایش تلفن در سال *1876* سبب انتقال سیگنال‌های الکتریکی آنالوگ ازطریق جریان الکتریکی متغیر پیوسته شد [۷]. توسعهٔ جهانی شبکه‌های تلفنی در قرن بیستم، به پیشرفت‌های شایان توجهی در طراحی سیستم‌های مخابرات الکتریکی منجر شد.

نخستین سیستم مبتنی بر کابل کواکسیال[4]، که یک سیستم *3 MHz* با توانایی انتقال *300* کانال صوتی یا کانال تلویزیونی بود، در سال *1940* ساخته شد[۶].

---

[1] Telegraph
[2] Morse Code
[3] Bit Rate
[4] Coaxial

جدول ۱-۱: طیف امواج الکترومغناطیسی

طیف			باند طول موجی	محدودهٔ فرکانسی
فرکانس رادیویی	طول موج بلند *Long Wavelength (LW)*		*1 Km-10 Km*	*300 KHz-30 KHz*
	طول موج متوسط *Medium Wavelength (MW)*		*100 m-1 Km*	*3 MHz-300 KHz*
	فرکانس بالا *High Frequency (HF)*		*10 m-100 m*	*30 MHz-3 MHz*
	فرکانس بسیار بالا *Very High Frequency (VHF)*		*1 m-10 m*	*300 MHz-30 MHz*
	فرکانس فرابالا *Ultra High Frequency (UHF)*		*10 cm-1 m*	*3 GHz-300 MHz*
فرکانس‌های مایکروویو			*1 cm-10 cm*	*30 GHz-3 GHz*
امواج میلی‌متری			*1 mm-1 cm*	*300 GHz-30 GHz*
امواج نوری	مادون قرمز	نزدیک مادون قرمز *(Near Infrared)*	*700 nm-2 μm*	*429 THz-150 THz*
		مادون قرمز میانی *(Mid Infrared)*	*2 μm-20 μm*	*150 THz-15 THz*
		مادون قرمز دور *(Far Infrared)*	*20 μm-1 mm*	*15 THz-300 GHz*
	باند مرئی		*400 nm-700 nm*	*750 THz-429 TH*
	فرابنفش	فرابنفش نزدیک *(Near Ultraviolet)*	*300 nm-400 nm*	*1 PHz-750 THz*
		فرابنفش میانی *(Mid Ultraviolet)*	*200 nm-300 nm*	*1.5 PHz-1 PHz*
		فرابنفش دور *(Far Ultraviolet)*	*100 nm-200 nm*	*3 PHz-1.5 PHz*
		فرابنفش شدید *(Extreme Ultraviolet)*	*10 nm-100 nm*	*30 PHz-3 PHz*
پرتو ایکس *(X-ray)*			*100 pm-10 nm*	*3 EHz-30 PHz*
پرتو گاما *(Υ-ray)*			*<100 pm*	*>3 EHz*

به‌دلیل وابستگی تلفات به فرکانس پهنای باند در سیستم کابل کواکسیال محدود است و تلفات سیستم در فرکانس‌های بالاتر از *10MHz* به‌سرعت افزایش می‌یابد. وجود این محدودیت سبب شد تا سیستم‌های مخابرات مایکروویو، که در آن‌ها سیگنال‌های حامل امواج الکترومغناطیسی با فرکانس *3* تا *30 GHz* هستند، در انتقال اطلاعات به‌کارگرفته شوند.

حامل‌های الکترومغناطیسی بسته به طول موج‌هایشان، می‌توانند به فواصل دور دست نیز ارسال شوند، اما ظرفیت انتقال اطلاعات آن‌ها محدود بود؛ چراکه این ظرفیت به‌صورت مستقیم با پهنای باند یا مقدار فرکانس حامل مدوله‌شده در ارتباط است. در این راستا نخستین سیستم مخابرات مایکروویو با فرکانس کاری *4 GHz* در سال *1948* عملی شد. از آن به بعد هر دو سیستم مبتنی بر کابل کواکسیال و امواج مایکروویو قادر به انتقال اطلاعات با نرخ بیت حدود *100 Mbit/s* بودند. در سال *1975* نرخ بیت کابل کواکسیال به *274 Mbit/s* رسید [۶]. مشکل اصلی این سیستم فاصله کوچک میان تکرارکننده‌ها (حدود *1 Km*) بود، که از لحاظ اقتصادی مقرون به‌صرفه نبود. در مخابرات مایکروویو نیز نرخ بیت با فرکانس موج حامل محدود بود، درحالیکه فاصلهٔ میان تکرارکننده‌ها نسبت به سیستم کابل کواکسیال بیشتر بود.

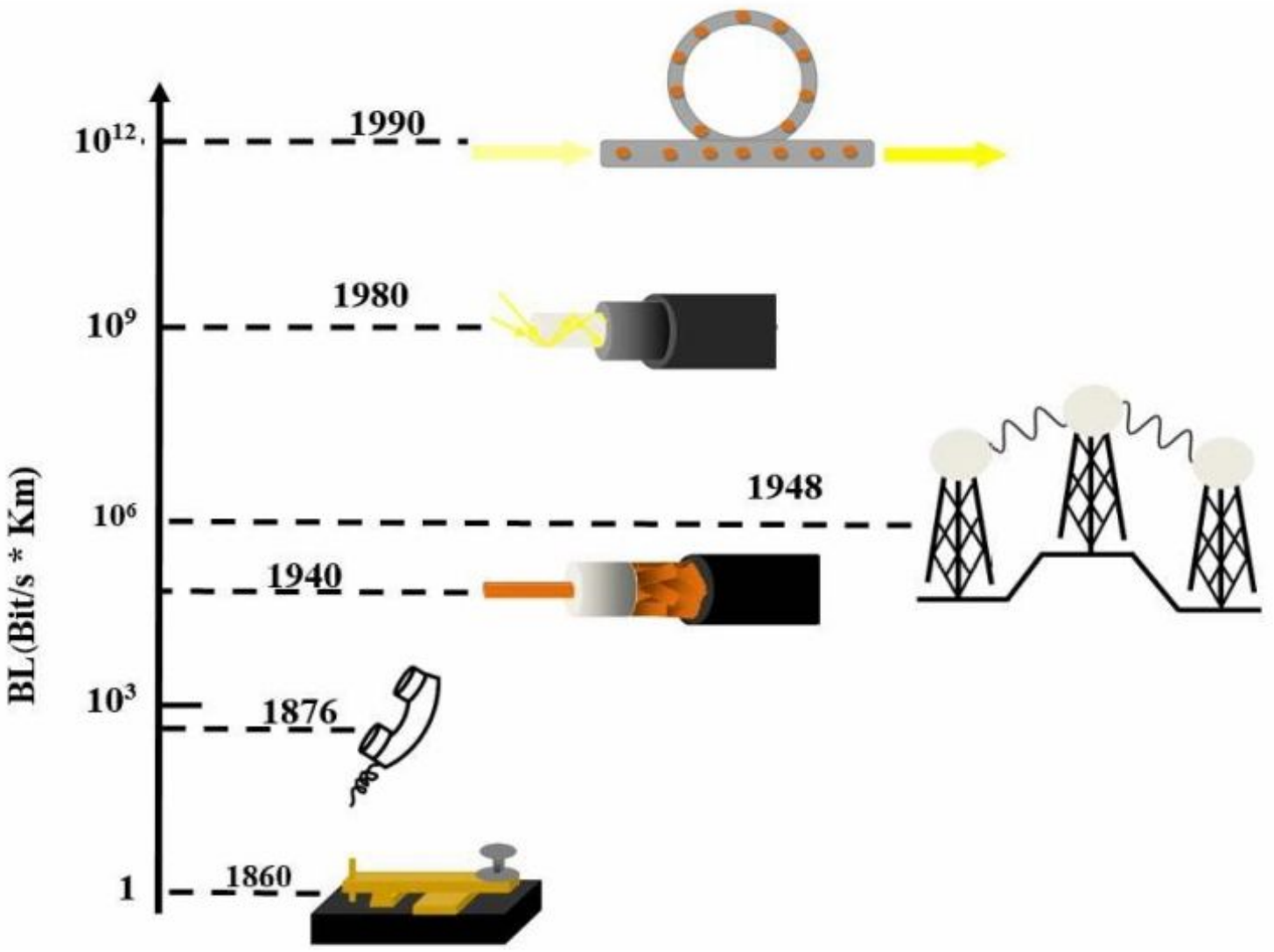
یک شاخص شایستگی برای سیستم‌های مخابراتی به‌صورت حاصل‌ضرب نرخ بیت در فاصله میان تکرارکننده‌ها تعریف می‌شود و آن را با *BL* نمایش می‌دهند. علامت *B* نشان‌دهندهٔ نرخ بیت و *L* بیانگر فاصله میان تکرارکننده‌ها است.

شاخص *BL* برای سیستم‌های مخابراتی که در سال *1970* در دسترس بودند، به‌دلیل محدودیت‌ها، حدود *100 (Mbit/s)×Km* بوده است [۶]. در نیمهٔ دوم قرن بیستم با به‌کارگیری امواج نوری به‌عنوان سیگنال حامل، این شاخص به حدود *1 (Gbit/s)×Km* رسید. همچنین با ورود تقویت‌کننده‌های نوری[1] این شاخص به *10 (Tbit/s)×Km* افزایش یافت [۵]. در شکل ۱-۱ سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی به‌همراه شاخص *BL*، از تلگراف تا سیستم‌های مخابراتی با بهره‌گیری از تقویت‌کنندهٔ نوری نشان داده شده است.

اگرچه پیدایش مخابرات نوری به سال *1880* (دقیقاً چهار سال پس از اختراع تلفن) و اختراع تلفن نوری بل، که در آن از مدولاسیون نورخورشید ازطریق یک دیافراگم بهره گرفته شده بود و توانایی انتقال سیگنال صوت را تا فاصلهٔ *200 m* داشت، باز می‌گردد؛ بااین‌حال در سال *1950* منبع نوری و محیط انتقال مناسب برای عبور سیگنال نوری وجود نداشت [۸].

---

[1] Optical Amplifiers



شکل ۱-۱: سیر تکاملی سیستم‌های مخابراتی به‌همراه شاخص *BL*، از تلگراف تا سیستم‌های مخابراتی با بهره‌گیری از تقویت‌کنندهٔ نوری.

اگرچه پژوهش‌ها در زمینهٔ سیستم‌های مخابرات نوری تا اوایل قرن بیستم همچنان ادامه داشت، اما به‌دلیل کمبود منابع نوری مناسب، امکان آسیب‌رسانی نور لیزر به چشم انسان و مشکلات انتقال نور در جو از قبیل نیاز به دید مستقیم میان فرستنده و گیرنده و تأثیرپذیری شدید نور از اختلالات جوی نظیر باران، برف، مه، گرد و غبار و اغتشاشات جوی، مانع از رشد آن‌ها در کاربردهایی نظیر موبایل و مخابرات در فضای آزاد شد؛ ازسوی‌دیگر این موضوع اثبات شده بود که امواج الکترومغناطیسی حامل با فرکانس کمتر یا طول موج بلندتر (امواج رادیویی و مایکروویو) به‌دلیل اینکه کمتر متأثر از شرایط جوی هستند، حامل‌های مناسبی برای انتقال اطلاعات در جو به‌شمارمی‌آیند.

از دیدگاه نظری، فرکانس حامل بزرگ‌تر سبب پهنای باند انتقال بزرگ‌تر و ظرفیت انتقال اطلاعات بیشتر در سیستم مخابراتی می‌شود، به‌گونه‌ای‌که پهنای باند مفید در ارتباطات فرکانس‌های نوری 10^4 برابر پهنای باند در سیستم‌های مخابرات مایکروویو است، به این دلیل

ارتباطات رادیویی به فرکانس‌های بالاتر (*VHF* و *UHF*) توسعه یافت و در این راستا موج مایکروویو با فرکانس بالاتر و اخیراً نیز انتقال موج میلی‌متری معرفی شده است [۹].

در اوایل سال *1960* با پیدایش لیزر، استفاده از فرکانس‌های نوری به‌عنوان سیگنال حامل ممکن شد، اما به‌دلایل ذکرشده همچنان کاربرد مخابرات نوری در فضای آزاد به فواصل کوتاه نظیر لینک‌های داده میان دو ساختمان به اندازهٔ چند صد متر محدود بود. امروزه با استفاده از فن‌آوری لیزر از سیستم‌های مخابرات نوری فضای آزاد به‌دلیل سرعت بالا، حجم کم و امنیت بالای اطلاعات در مخابرات بین ماهواره‌ای و انتقال اطلاعات از زمین به ماهواره فضایی استفاده می‌شود. در این سیستم‌ها طول موج‌های مرسوم 850 و *1550 nm* هستند. برای رفع مشکل آسیب نور لیزر به چشم انسان، در کشورهایی مانند آمریکا و استرالیا برای لیزر بدون ضرر، برحسب توان و طول موج کاری لیزر دستورالعمل‌هایی داده شده است [۱۰] و در این راستا مخابرهٔ اطلاعات بین ماه و زمین با ظرفیت *622 Mbit/s* در فاصلهٔ *400000 Km* در طول موج *1550 nm* انجام شده است[۱۱].

محدودیت تأثیر سیگنال از شرایط جوی و پیدایش لیزر سبب شد تا تلاش برای انتقال اطلاعات با استفاده از سیگنال حامل نوری همچنان ادامه داشته باشد. در سال *1966* به‌صورت همزمان، انتشار سیگنال نوری ازطریق موج‌بر دی‌الکتریک یا فیبر نوری ساخته‌شده از شیشه به‌منظور جلوگیری از خرابی سیگنال نوری تحت تأثیر شرایط جوی، پیشنهاد شد [۱۲و ۱۳]. فیبرهای اولیه دارای تلفات بسیار بالا درحد *1000 dB/Km* بودند و جایگزین‌های مناسبی برای کابل‌های کواکسیال با تلفات *10 dB/Km* نبودند. تلاش برای کم کردن تلفات در فیبر نوری ادامه داشت و در سال *1970* این تلفات در طول موج کاری *1 μm* به کمتر از *20 dB/Km* کاهش یافت [۶ و ۸].

نخستین نسل سیستم‌های مخابرات فیبر نوری با طول موج کاری *0.8 μm* مبتنی بر لیزرهای نیمه‌هادی ساخته‌شده از *GaAs* در سال *1980* با نرخ بیت *45 Mbit/s* و فاصله میان تکرارکننده‌ها تا بیشتر از *10 Km*، تجاری‌سازی شد [۶]. فاصلهٔ بزرگ‌تر میان تکرارکننده‌ها نسبت به فاصلهٔ *1 Km* در سیستم‌های کابل کواکسیال، سبب کاهش هزینه‌های نصب و نگهداری تکرارکننده‌ها می‌شود. در دههٔ *1970* ثابت شد که فاصلهٔ میان تکرارکننده‌ها در سیستم‌های مخابرات نوری با طول موج کاری *1.3 μm*، که تلفات فیبر در این طول موج کمتر از *1 dB/Km* است، به‌طورچشمگیری افزایش می‌یابد؛ علاوه‌براین پاشندگی فیبر نوری،

که ناشی از تفاوت سرعت مدهای مختلف انتشاری در داخل فیبر است و سبب پهن‌شدگی پالس انتشاری در زمان می‌شود، نیز در این طول موج کمینه است. در این راستا لیزرها و آشکارسازهای با طول موج کاری *1.3 ∝m*، مبتنی بر *InGaAsP* توسعه یافتند [۱۲].

لازم به ذکر است که همزمان با پیشرفت فیبر نوری، منابع نوری نیمه‌هادی مانند دیود لیزری و دیود نورگسیل و فوتودیودهای[1] سازگار با ابعاد فیبر نوری طراحی و ساخته شدند. در ابتدا طول عمر لیزرهای نیمه‌هادی در بهترین شرایط به اندازهٔ چند ساعت بود، اما با پیشرفت‌های چشمگیر لیزرهایی مبتنی برآلیاژهای گالیم آرسناید (*AlGaAs*) با قابلیت گسیل در باند طول موجی *0.8* تا *0.9 ∝m* و طول عمر *1000* و *7000* ساعت به‌ترتیب در سال‌های *1973* و *1977* ساخته شدند. با استفاده از دیگر آلیاژهای نیمه‌هادی، باند طول موج گسیلی به *1.1* تا *1.6 ∝m* رسید.

در اواخر دههٔ *1980* لیزرهای نیمه‌هادی و همچنین دیودهای نورگسیل برپایهٔ ترکیبات چهارگانهٔ *InGaAsP* رشدیافته بر بستر *InP* با طول عمر بیشتر از *25* سال (در دمای *10 °C*) و *100* سال (در دمای *70 °C*) ساخته شدند [۸].

نسل دوم از سیستم‌های مخابرات نوری در اوایل دههٔ *1980* به‌وجودآمد. نرخ بیت سیستم‌های اولیه به‌دلیل پاشندگی در فیبرهای چندمدی[2]، به کمتر از *100 Mbit/s* محدود بود که با استفاده از فیبرهای تک‌مدی[3] این مشکل برطرف گردید. در سال *1981* در محیط آزمایشگاهی، امکان انتقال اطلاعات با نرخ بیت *2 Gbit/s* در طول *44 Km* فیبر نوری تک‌مد، محقق شد. نسل دوم سیستم‌های مخابرات نوری در سال *1987* با نرخ بیت *1.7 Gbit/s* با فاصلهٔ میان تکرارکننده‌ها به میزان *50 Km* وارد بازار شد. فاصلهٔ میان تکرارکننده‌ها در این نسل از سیستم‌های مخابراتی محدود به تلفات فیبر نوری در طول موج *1.3 ∝m* به میزان *0.5 dB/Km* بود.

تلفات در فیبرهای از جنس سیلیکا (*SiO_2*) در طول موج کاری *1.55 ∝m* کمترین مقدار و در سال *1979* این تلفات به میزان *0.2 dB/Km* بود [۶]. باوجوداین پیدایش نسل سوم از سیستم‌های مخابرات نوری به‌سبب پاشندگی بالای فیبر نوری در طول موج *1.55 ∝m*، به تأخیر افتاد. افزون‌براین لیزرهای نیمه‌هادی *InGaAsP* به‌دلیل پهن‌شدگی پالس در اثر نوسان

---

[1] Photodiodes
[2] Multi-Mode Fiber (MMF)
[3] Single-Mode Fiber (SMF)

همزمان چندین مد طولی[1]، در سیستم‌های مخابراتی قابل استفاده نبودند. در طول دههٔ *1980*، مشکل پاشندگی با طراحی فیبرهای نوری با پاشش انتقال یافته[2] و دارای کمترین مقدار پاشندگی در طول موج *1.55 ∝m* و یا با محدود ساختن طیف لیزری به یک مد طولی برطرف شد.

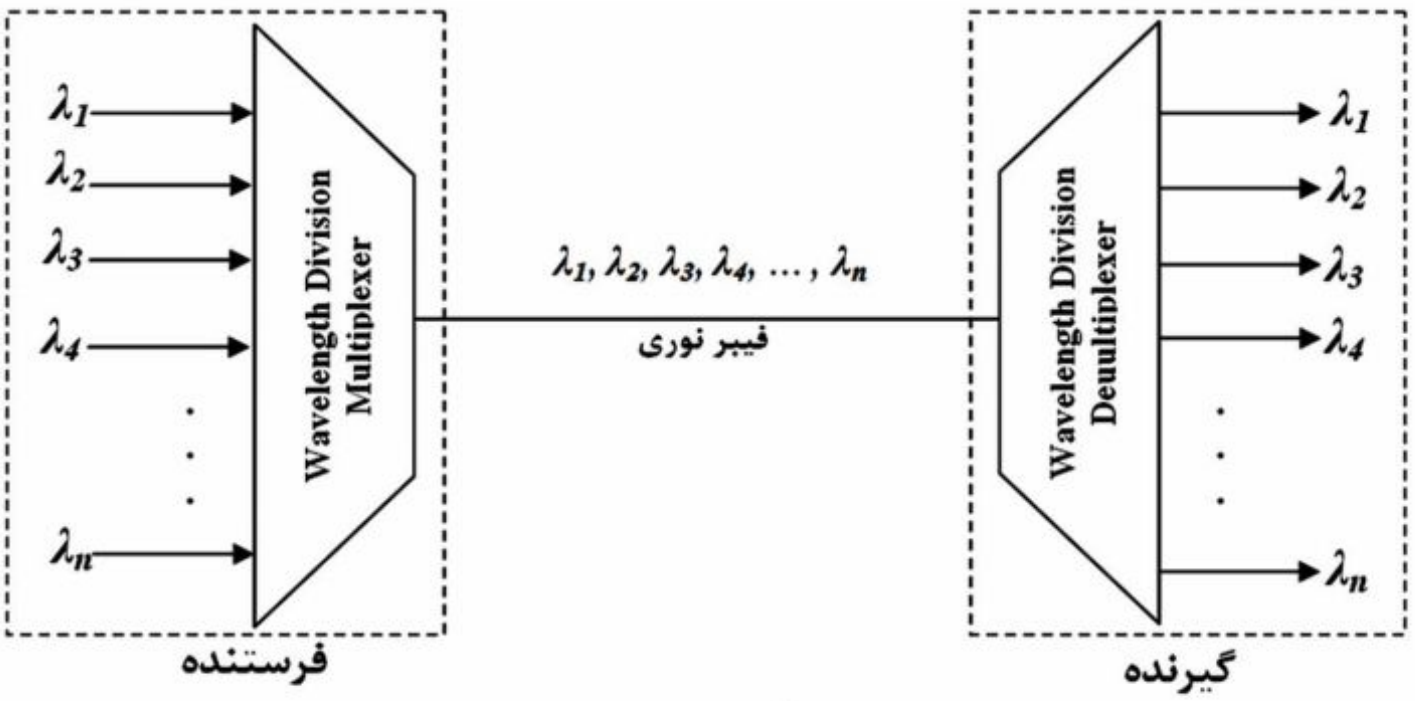
در سال *1985* و در محیط آزمایشگاهی، امکان انتقال داده با نرخ *4 Gbit/s* تا فاصلهٔ بیشتر از *100 Km*، محقق شد. در سال *1990* سیستم‌های مخابرات نوری نسل سوم با نرخ *2.5 Gbit/s* وارد بازار شدند. چنین سیستم‌هایی توان انتقال داده را تا نرخ بیت *10 Gbit/s* داشتند. در این نسل از سیستم‌ها با طول موج کاری *1.55 ∝m* سیگنال انتقال یافته با استفاده از تکرارکننده‌های الکترونیکی در فواصل *60* تا *70 Km* بازیابی می‌شد [۶].

در نسل چهارم سیستم‌های مخابرات نوری، افزایش فاصله بین تکرارکننده‌ها به کمک تقویت‌کنندهٔ نوری و بهبود نرخ بیت با استفاده از فن‌آوری *WDM*[3] ، امکان‌پذیر شد. در فن‌آوری *WDM* برای هر کانال پیام یک طول موج (یک فرکانس) درنظرگرفته می‌شود، که چند کانال پیام بدون تداخل با یکدیگر همزمان در فیبر نوری انتشار می‌یابند؛ درنتیجه ظرفیت انتقال اطلاعات سیستم افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در عبور سیگنال از فیبر نوری، علاوه‌بر تلفات، بحث پاشندگی نیز مطرح است؛ بنابراین باید فاصلهٔ طول موجی کانال‌ها به گونه‌ای باشد که کانال‌ها با هم تداخل نداشته باشند. در ایستگاه گیرنده نیز یک دی مالتی‌پلکسر تقسیم طول موجی قراردارد که حامل‌های مختلف را قبل از آشکارسازی، از یکدیگر تفکیک می‌کند. در شکل ۱-۲ فن‌آوری *WDM* با *n* کانال نشان داده شده است.

ورود *WDM* انقلابی در حوزهٔ سیستم‌های مخابرات نوری محسوب می‌شود که سبب شد تا در سال *2001* نرخ بیت در سیستم‌های مخابرات نوری به *10 Tbit/s* برسد. در بیشتر سیستم‌های *WDM* تلفات فیبر به‌وسیلهٔ تقویت‌کننده‌های فیبر نوری اربیومی [4] با فواصل *60* تا *80 Km* از یکدیگر، جبران می‌شود. این نوع از تقویت‌کننده‌ها در سال *1990* وارد بازار شدند [۶].

---

[1] Longitudinal Mode
[2] Dispersion-Shifted Fiber
[3] Wavelength-Division-Multiplexing (WDM)
[4] Erbium-Doped-Fiber-Amplifier (EDFA)



شکل ۱-۲: فن‌آوری *WDM* با *n* کانال.

نسل پنجم از سیستم‌های مخابرات نوری بر افزایش باند طول موجی کاری سیستم‌های *WDM* متمرکز است. سیستم‌های پیشرفته *WDM* به دو دستهٔ *WDM* غیرمتراکم[1] (*CWDM*) و *WDM* متراکم[2] (*DWDM*) تقسیم می‌شوند. تفاوت این دو دسته از سیستم‌ها، در فاصلهٔ طول موجی میان کانال‌هاست. در سیستم‌های *CWDM* فاصلهٔ میان کانال‌ها بزرگ‌تر است؛ درنتیجه تعداد کانال‌ها در این دسته از سیستم‌ها کمتر از تعداد کانال‌ها در سیستم‌های *DWDM* است.

براساس استاندارد *ITU*، در سیستم‌های *CWDM*، فاصلهٔ میان کانال‌ها به اندازهٔ *20 nm* است و در بازهٔ طول موج *1271* تا *1611 nm*، *18* کانال مطابق با شکل ۱-۳ قرارمی‌گیرد؛ علاوه‌بر این در شکل ۱-۳، تضعیف مربوط به یک فیبر نوری تک‌مد استاندارد نیز نشان داده شده است. تعداد پنج کانال در باند *E* قرار دارند، که به‌دلیل وجود عامل هیدروکساید (*OH*) در ساختار فیبر قابل به‌کارگیری نیستند و در باند طول موجی *1530* تا *1565nm* (باند *C*) تضعیف فیبر کمینه است.

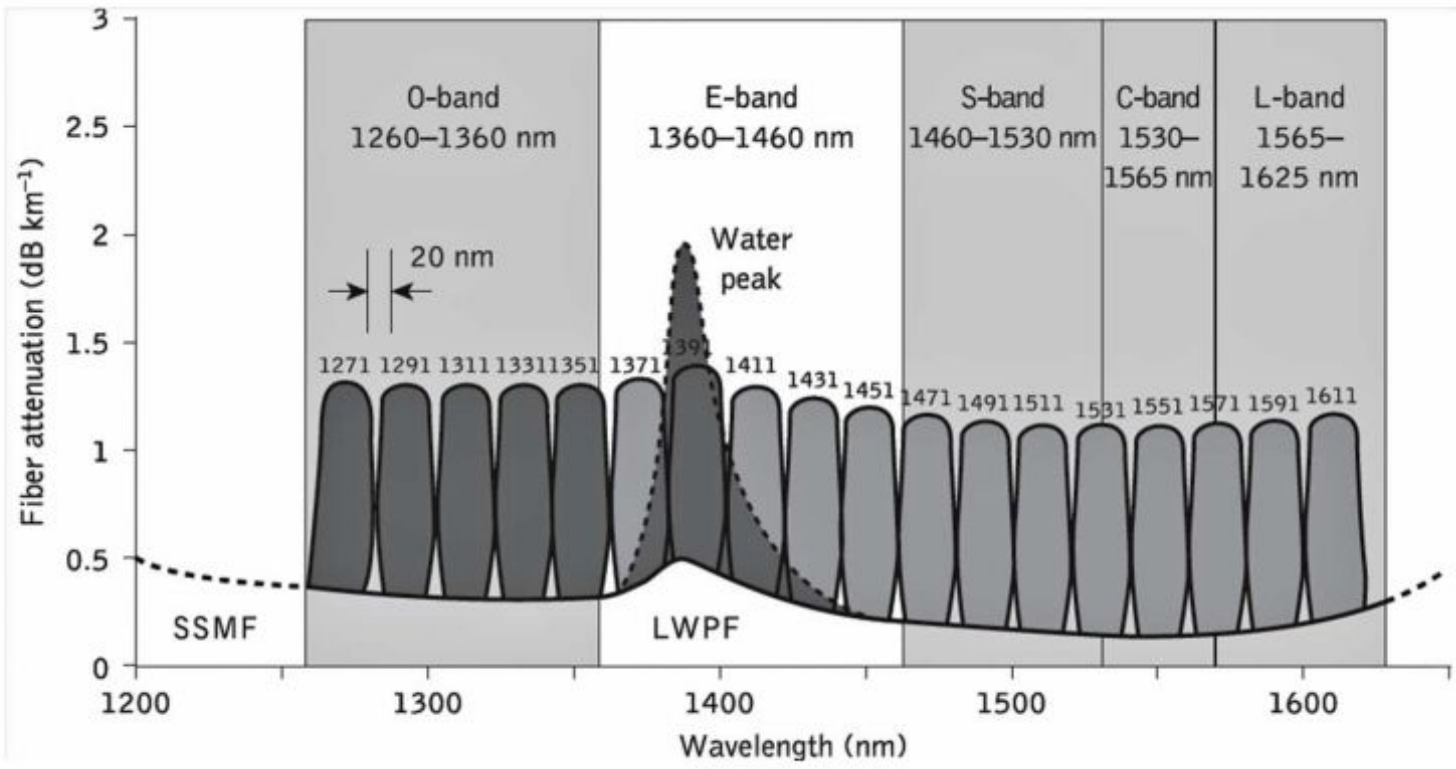
استفاده از فیبرهای (*LWPF*)[3] با غلظت کوچک از عامل *OH* سبب می‌شود که تعداد کانال‌ها در این دسته از سیستم‌ها به *16* برسد. در این راستا انتقال اطلاعات به کمک سیستم *16 CWDM* کانالی و *LWPF*، که در آن هر کانال دارای نرخ بیت *2.5Gbit/s* است، تا

[1] Coarse-Wavelength-Division-Multiplexing (CWDM)

[2] Dense-Wavelength-Division-Multiplexing (DWDM)

[3] Low-Water-Peak-Fiber (LWPF)

فاصلهٔ *75 Km* امکان‌پذیر است. با بهره‌گیری از تقویت‌کننده‌های نوری، امکان ارسال داده‌ها به فواصل *200 Km* میسر است [۸].



شکل ۱-۳: سیستم‌های *CWDM* با فاصلهٔ میان کانال‌ها به اندازهٔ *20 nm* در بازه طول موجی *1271* تا *1611 nm* به‌همراه تضعیف مربوط به یک فیبر نوری تک‌مد استاندارد [۸].

کانال‌های طول موجی سیستم‌های *DWDM* در ناحیهٔ طول موجی *1.55 ∝m* قرار دارند، که دربرگیرندهٔ باندهای طول موجی *S*، *C* و *L* هستند. فاصلهٔ میان کانال‌ها در این سیستم‌ها باریک است؛ ازاین‌رو این سیستم‌ها دارای چند صد کانال طول موجی هستند. فواصل ممکن میان کانال‌ها *0.8،0.4* و *1.6 nm* است؛ علاوه‌براین در این دسته از سیستم‌ها، به‌منظور افزایش ظرفیت سیستم و درنتیجه کاهش هزینه‌ها، تقویت‌کننده‌های فیبر نوری اربیومی به‌کارگرفته می‌شوند. تقویت‌کننده‌های رامان[1] نیز می‌توانند در هر سه باند طول موجی مورد استفاده قرارگیرند (عملکرد هر دو تقویت‌کننده با تفصیل در فصل ششم گزارش شده است).

برخلاف سیستم‌های *CWDM*، در سیستم‌های *DWDM* با توجه به فاصلهٔ باریک میان کانال‌های مخابراتی، از فیلترهای نوری باند باریک در دی مالتی‌پلکسرها استفاده می‌شود و برای پایداری طول موج‌های گسیل‌شده، منابع لیزری کنترل‌شده با دما در فرستنده-های *DWDM* به‌کارگرفته می‌شوند. لازم به ذکر است که در این دسته از سیستم‌ها با توجه به زیاد بودن تعداد کانال‌ها، توان مصرفی نیز افزایش می‌یابد [۸ و ۱۳] . در چند سال اخیر

[1] Raman Amplifier

مطالعات گسترده‌ای در *SDM*[1] با به‌کارگیری فیبرهای نوری چند هسته‌ای[2] و چند مدی برای دست‌یابی به ظرفیت انتقال اطلاعات تا چند پتا بیت برثانیه صورت گرفته است [۱۴]. برهمین اساس انتظار می‌رود نسل بعدی سیستم‌های مخابرات نوری مبتنی بر فن‌آوری *SDM* تحقق یابد.

۱-۳. سیستم مخابراتی پایه

در بلوک دیاگرام شکل ۱-۴ عملکرد یک سیستم مخابراتی برای انتقال سیگنال از منبع اطلاعات به مقصد ازطریق یک محیط انتقال‌دهنده نشان داده شده است.

شکل ۱-۴: بلوک دیاگرام عملکرد یک سیستم مخابراتی برای انتقال سیگنال از منبع اطلاعات به مقصد ازطریق یک محیط انتقال‌دهنده.

در سیستم‌های مخابرات الکتریکی، سیگنال منبع که یک سیگنال الکتریکی منتج از یک سیگنال پیام غیرالکتریکی، مانند صداست، به یک فرستنده با اجزای الکتریکی و الکترونیکی وارد می‌شود تا سیگنال را به شکل مناسب برای انتشار در یک محیط انتقال‌دهنده تبدیل کند. این تبدیل با استفاده از مدولاسیون سیگنال پیام، که سیگنال حامل می‌تواند یک موج الکترومغناطیسی باشد، انجام می‌پذیرد. محیط انتقال‌دهنده می‌تواند یک خط انتقال دو سیمه[3]، یک کابل کواکسیال یا فضای آزاد باشد که به گیرنده ختم می‌شود. سیگنال دریافتی توسط گیرنده، قبل از رسیدن به مقصد به شکل اولیه تبدیل می‌شود (دمدولاسیون). لازم به ذکر است که سیگنال در هر محیط انتشاری افزون‌براینکه دچار تضعیف، اتلاف و اعوجاج[4] می‌شود، تحت تأثیر سیگنال‌های تصادفی و نویز نیز قرارمی‌گیرد؛ بنابراین در هر سیستم مخابراتی، بیشینهٔ فاصله میان فرستنده و گیرنده برای تحویل سیگنال قابل قبول از فرستنده به گیرنده وجود دارد. این عامل در مخابرهٔ داده به فواصل طولانی بسیار حائز اهمّیت است و براساس این عامل، فاصلهٔ میان تکرارکننده‌ها و تقویت‌کننده‌ها در مسیر انتقال سیگنال از

---

[1] Space Division Multiplexing
[2] Multicore Fibers
[3] Pair of wires
[4] Distortion

فرستنده به گیرنده تعیین می‌شود. اجزای تشکیل‌دهندهٔ یک سیستم مخابرات نوری در شکل ۱-۵ نشان داده شده است.

منبع سیگنال الکتریکی ازطریق یک طبقهٔ الکتریکی بر سیگنال نوری تولیدشده توسط لیزر یا دیود نورگسیل سوار می‌شود (در شکل منبع نوری یک دیود نورگسیل درنظرگرفته شده است). محیط انتقال‌دهندهٔ سیگنال مدوله‌شده یک کابل فیبر نوری است. سیگنال نوری تولیدی از منبع با یک کوپلر (اتصالگر منبع نوری به فیبر نوری) به داخل فیبر نوری هدایت می‌شود. سیگنال نوری همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، با انتشار در داخل فیبر دچار تغییرات می‌شود؛ لذا به‌منظور حذف اعوجاج و افزایش سطح سیگنال، در مسیر فرستنده تا گیرنده تقویت‌کننده‌ها و تکرارکننده‌های نوری قرارمی‌گیرند.

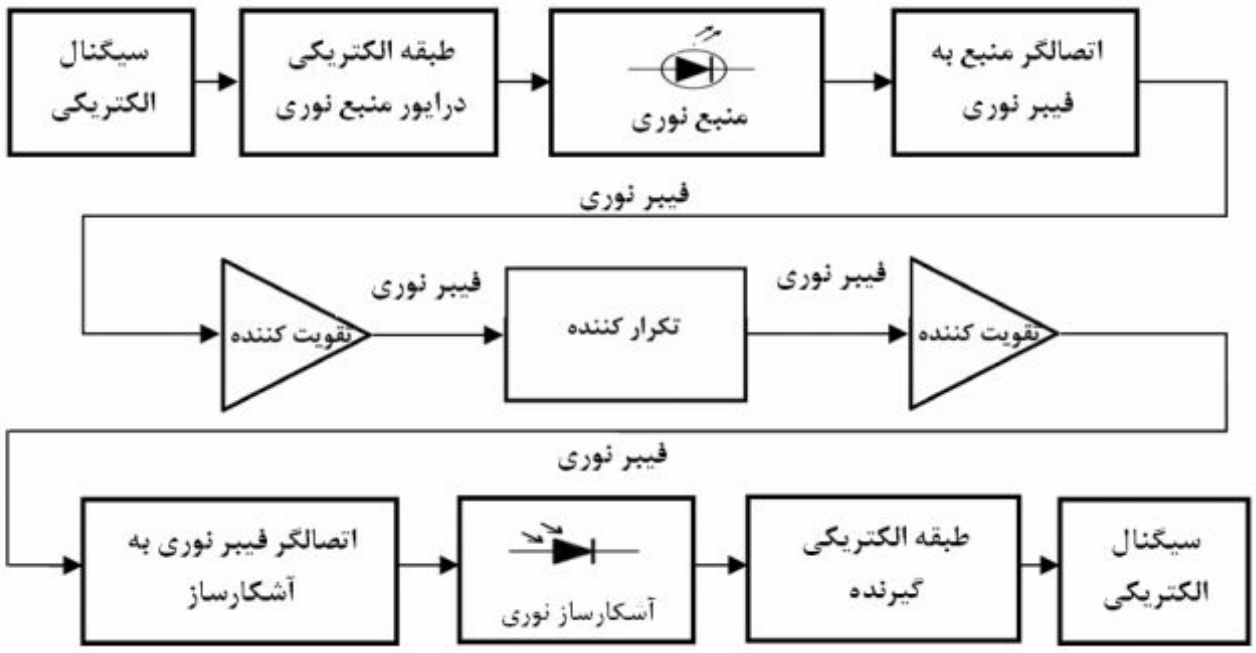
گیرنده شامل یک آشکارساز نوری است که یک طبقهٔ الکتریکی را درایو می‌کند و از این طریق دمدولاسیون سیگنال نوری انجام می‌شود. فوتودیودها، فوتوترانزیستورها[1] و فوتورساناها[2] در تبدیل سیگنال نوری به سیگنال الکتریکی به‌کارگرفته می‌شوند (در بلوک آشکارساز نوری یک فوتودیود درنظرگرفته شده است)؛ درنتیجه در سیستم‌های مخابرات نوری، سیگنال الکتریکی به سیگنال نوری و سپس سیگنال نوری به سیگنال الکتریکی تبدیل می‌شود. در تکرارکننده نیز ابتدا سیگنال نوری آشکار می‌شود، سپس دمدولاسیون صورت می‌گیرد، در مرحلهٔ بعد سیگنال پیام تقویت می‌شود و دوباره بر سیگنال حامل قرارمی‌گیرد و درنهایت به داخل فیبر انتقال می‌یابد؛ درنتیجه یک فرستنده و گیرنده در تکرارکننده حتماً وجود دارد.

مدولاسیون نوری به دو صورت مدولاسیون آنالوگ و دیجیتال انجام می‌گیرد. در مدولاسیون پیوسته، تغییرات نور گسیل‌شده از منبع نوری پیوسته است. در مدولاسیون دیجیتال تغییرات گسسته در سیگنال نوری با روشن و خاموش شدن منبع نوری ایجاد می‌شود. اگرچه مدولاسیون آنالوگ در عمل آسان‌تر انجام می‌شود، اما خطیت لازم برای این نوع مدولاسیون مخصوصاً در فرکانس‌های بالاتر با استفاده منابع نوری نیمه‌هادی تحقق نمی‌یابد؛ علاوه‌براین سیستم‌های مخابرات فیبر نوری مبتنی بر مدولاسیون آنالوگ دارای کارایی کمتری هستند و گیرندهٔ سیستم نیازمند نسبت بالاتری از سیگنال به نویز برای

---

[1] Phototransistors [2] Photoconductors

آشکارسازی سیگنال نوری دریافتی است؛ به همین دلیل مخابرات فیبر نوری آنالوگ نسبت به دیجیتال محدود به فواصل کوتاه و پهنای باند کاری باریک‌تر است [۱۳].



شکل۱-۵: اجزای سازندهٔ یک سیستم مخابرات فیبر نوری.

۱-۴. مقایسهٔ سیستم‌های مخابرات فیبر نوری و الکتریکی

۱-۴-۱. مزایای استفاده از فیبر نوری و سیگنال نوری

این مزایا را می‌توان به این‌صورت بیان کرد:

الف) امنیت تجهیزات و سیگنال‌های نوری دربرابر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی: سیگنال نوری از ذراتی به‌نام فوتون تشکیل شده است و با توجه به اینکه فوتون‌ها بار الکتریکی ندارند؛ لذا متأثر از میدان‌های الکتریکی ناشی از ولتاژ بالا قرارنمی‌گیرند. علاوه‌براین فوتون‌ها تحت تأثیر پالس‌های ناشی از شرایط جوی نیستند و میدان‌های مغناطیسی بزرگ ناشی از ترانسفورماتورها و موتورها بر مشخصهٔ انتقالی فیبرهای نوری اثرگذار نیستند؛ ازسوی‌دیگر محیط انتقال فیبر نوری شیشه است؛ بنابراین کابل فیبر نوری می‌تواند در محیط‌های خشن و پرنویز مانند محورهای آسانسور و یا تونل‌های مترو، بدون اینکه سیگنال نوری دچار تضعیف و تلفات شود، نصب شود.

ب) تلفات پایین: پیشرفت فیبرهای نوری در چند دههٔ اخیر سبب تولید فیبرهای نوری با تضعیف و تلفات پایین در مقایسه با کابل‌های ساخته‌شده از بهترین هادی‌های مسی است.

در این راستا فیبرهای نوری با تلفاتی درحدود $0.15\ dB/Km$ ساخته شده‌اند، که خود یک مزیت مهّم در مخابرات فیبر نوری به‌حساب‌می‌آید. در انتقال یک سیگنال الکتریکی از یک کابل کواکسیال، بسته به فرکانس سیگنال، تقریباً نیمی از توان سیگنال در چند صد متر تلف می‌شود، درحالیکه یک سیگنال نوری عبوری از یک فیبر نوری، برحسب طول موج انتقالی، پس از $20\ Km$ همچنان قابل قبول است؛ ازطرفی تلفات پایین فیبر نوری به فاصلهٔ بیشتر میان تکرارکننده‌ها منجرمی‌شود. به‌دلیل اینکه توان نوری با جریان الکتریکی نسبت مستقیم دارد و توان الکتریکی با مربع جریان الکتریکی متناسب است؛ بنابراین $20\ dB/Km$ تلفات کابل الکتریکی برابر با $10\ dB/Km$ اتلاف توان کابل نوری است [۱۵].

پ) پهنای باند وسیع انتقال: با توجه به جدول ۱-۱ فرکانس سیگنال حامل نوری در محدودهٔ 10^{11} تا $10^{16}\ Hz$ قراردارد (در ناحیهٔ نزدیک مادون قرمز، فرکانس کاری حدود $10^5\ GHz$ است)؛ بنابراین پهنای باند انتقال اطلاعات فیبر نوری نسبت به کابل کواکسیال با پهنای باند $20\ MHz$ در طول $10\ Km$ و سیستم رادیویی امواج میلی‌متری، که با پهنای باند مدولاسیون $700\ MHz$ در چند صد متر کار می‌کند، بیشتر است. در سال 2000 حاصل‌ضرب پهنای باند مدولاسیون در یک لینک فیبر نوری در تقویت‌کننده‌های فیبر نوری $500\ GHz$ در کیلومتر بود، درحالیکه این مقدار برای کابل کواکسیال حدود $100\ MHz$ در کیلومتر بوده است. در حال حاضر پهنای باند فیبر نوری بیش از 50000 برابر کابل کواکسیال است و از نظر ظرفیت انتقال اطلاعات به مسافت‌های طولانی‌تر، فیبر نوری مناسب‌تر است[۸].

ت) ابعاد فیزیکی کوچک و وزن کم: مزیت مهّم دیگر کابل‌های فیبر نوری ابعاد فیزیکی کوچک و وزن کم آن‌ها در مقایسه با کابل‌های کواکسیال است. قطر یک نمونهٔ پیشرفتهٔ کابل کواکسیال در حدود $10\ mm$ و قطر فیبر نوری تنها 0.1 تا $0.2\ mm$ است و با احتساب پوشش پلاستیکی محافظ اطراف فیبر این قطر 0.25 تا $0.5\ mm$ بیشتر نیست. علاوه‌براین وزن یک کابل کواکسیال بسته به نوع به‌کارگرفته شده از 350 تا $1100\ Kg/Km$ متغیر است، درحالیکه یک فیبر نوری تنها (بدون احتساب پوشش محافظ و یا اجزای تقویت‌کنندگی) وزنی حدود $12\ Kg/Km$ دارد. هر 1000 دور از کابل مسی با پوشش $400\ m$ طول دارد، حال‌آنکه برای فیبر نوری این طول $2000\ m$ است. استفاده از کابل فیبر نوری سبک با طول بلند سبب

می‌شود که کابل از داخل داکت[۱] بدون نیاز به اتصال‌دهنده[۲] عبور داده شود و هزینه‌های حمل‌ونقل و مشکلات مربوط به درام[۳] کابل نیز مرتفع گردد [۱۵].

ث) انعطاف‌پذیری و استحکام بالا: اگرچه پوشش محافظ برای فیبرهای نوری ضروری است، فیبرهای نوری از مواد با استحکام کششی بالا شامل استیل ساخته می‌شوند. شاید برای یک مادهٔ شیشه‌ای عجیب به‌نظربرسد، اما می‌توان فیبرها را بدون خرابی به شعاع‌های بسیار کوچک خم کرد و یا اینکه پیچاند. افزون‌براین با پیشرفت ساختارهای کابل فیبر نوری، کابل‌هایی انعطاف‌پذیر، فشرده و به شدت مستحکم تولید شده‌اند.

ج) عایق الکتریکی: فیبرهای نوری، که از شیشه یا از یک پلاستیک پلیمری ساخته می‌شوند، از نظر الکتریکی عایق هستند و برخلاف هم‌نوع‌های فلزی‌شان، نیازی به زمین‌شدن ندارند. به‌علاوه فیبر نوری بدون اینکه جرقه بزند و یا اینکه اتصال کوتاه شود، می‌تواند در تماس مستقیم با تجهیزات الکتریکی ولتاژ بالا یا خطوط قدرت قرارگیرد. استفاده از کابل فیبر نوری *OPGW*[۴] در خطوط انتقال نیرو نمونه‌ای کاربردی از تماس فیبر با تجهیزات الکتریکی فشار قوی است [۱۳و ۱۶]. همچنین به‌دلیل اینکه فیبر نوری از شیشه ساخته می‌شود، تحت تأثیر بسیاری از مواد شیمیایی قرارنمی‌گیرد و از تجهیزات فیبر نوری در صنایع نفت و گاز استفاده می‌شود. علاوه‌براین فیبر نوری در بسیاری از انواع خاک‌ها می‌تواند دفن شود و یا در معرض گازهای خورنده در کارخانه‌های مواد شیمیایی قراربگیرد.

چ) مصونیت در برابر تداخل الکترومغناطیسی: فیبرهای نوری به شکل یک موج‌بر دی‌الکتریک هستند و درنتیجه در برابر تداخل الکترومغناطیسی، تداخل امواج رادیویی و یا پالس‌های الکترومغناطیسی مصون هستند؛ درنتیجه عملکرد یک سیستم مخابرات فیبر نوری تحت تأثیر محیط‌های پرنویز قرارنمی‌گیرد و کابل فیبر نوری نیاز به محافظت در برابر تداخل الکترومغناطیسی ندارد. همچنین کابل فیبر نوری به رعد و برق حساس نیست؛ لذا در محل‌هایی که نیاز است فیبر به‌جای آنکه در زیر زمین قرارگیرد، اگر به‌صورت روباز استفاده شود، مشکلی به‌وجود نخواهد آورد؛ ازاین گذشته هیچ تداخل نوری میان فیبرها وجود ندارد؛ درنتیجه برخلاف سیستم‌های مخابرات الکتریکی هم‌شنوایی[۵] حتی زمانی‌که تعداد زیادی

---

[1] Duct
[2] Connectors
[3] Drum
[4] Fiber Optics Overhead Ground Wire
[5] Crosstalk

فیبر با هم کابل شده‌اند، قابل صرف‌نظرکردن است. امنیت سیگنال نوری در برابر تداخل الکترومغناطیسی بر اهمّیت سیستم‌های محاسبات نوری افزوده است [۱۷].

ح) **امنیت سیگنال:** سیگنال نوری در فیبر تشعشع چندانی ندارد؛ درنتیجه دارای بالاترین درجهٔ امنیت است. نمی‌توان بدون بیرون کشیدن توان نوری از فیبر به سیگنال نوری انتقالی دست یافت؛ بنابراین هر گونه تلاش برای دست‌یابی به سیگنال انتقالی قابل تشخیص است. این مشخصه در کاربردهای نظامی، بانکداری و انتقال اطلاعات (شبکه‌های کامپیوتری) حائز اهمّیت است.

خ) **قابلیت اطمینان و نگهداری آسان:** با توجه به تلفات اندک کابل‌های فیبر نوری، تعداد تکرارکننده‌ها و تقویت‌کننده‌های خط انتقال برای افزایش قدرت سیگنال کاهش می‌یابد؛ درنتیجه قابلیت اطمینان سیستم در مقایسه با سیستم‌های مخابرات الکتریکی افزایش می‌یابد؛ علاوه‌براین طول عمر پیش‌بینی‌شده برای تجهیزات نوری بیست تا سی سال است و این موضوع نگهداری آن را آسان می‌کند.

د) **انتقال آنالوگ و دیجیتال:** به کمک فیبرهای نوری انتقال سیگنال نوری آنالوگ و دیجیتال میسر است. به‌دلیل اینکه نسبت سیگنال به نویز در گیرنده باید بالا باشد و اعوجاج سیستم‌های الکترونیک نوری غیرخطی است؛ درنتیجه انتقال سیگنال دیجیتال به مراتب بهتر است. سرعت انتقال اطلاعات توسط کابل فیبر نوری به فواصل دور از کابل‌های کواکسیال بیشتر است و این مشخصه، کابل فیبر نوری را در انتقال سریال دادهٔ دیجیتال مطلوب می‌سازد.

ذ) **حساسیت گیرنده:** محاسبات نشان می‌دهد که حساسیت گیرنده در سیستم‌های مخابرات نوری *10* تا *15 dB* در مقایسه با سیستم‌های مخابراتی مرسوم افزایش داشته است [۱۵].

۱-۴-۲. معایب استفاده از فیبرهای نوری و سیگنال نوری

در کنار مزایای سیستم‌های مخابرات نوری معایبی نیز وجود دارد که در ادامه به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

الف) هزینه: اگرچه فیبر نوری از جنس شیشه است که از شن ساخته می‌شود و منبعی نادر نیست، اما هزینهٔ دست‌یابی به شیشهٔ خالص، *1* اتم بیگانه در ازای 10^9 اتم سیلیکون به‌دلیل تجهیزات و فرایندهای ساخت پیچیده بالاست [۱۵].

ب) اتصالات و روش‌های تست: با توجه به کوچک بودن ابعاد فیبر نوری، برای اتصال فیبرها به یکدیگر باید از میکرواتصال‌دهنده‌ها[1] استفاده شود، به‌گونه‌ای‌که هستهٔ دو فیبر برهم منطبق شود تا از تلفات اتصال فیبر به فیبر دور باشد [۱۲]. درنتیجه اتصال فیبرها به یکدیگر برخلاف اتصال کابل‌های کواکسیال به یکدیگر دشوار است؛ چراکه در این راستا آموزش نیروی انسانی متخصص و تجهیزات موجود هزینه‌بر است.

پ) لینک‌های کوتاه[2]: استفاده از فیبر نوری در اتصالات کوتاه مانند اتصالات رایانه یا وسایل جانبی به‌دلیل هزینهٔ بالا مقرون به‌صرفه نیست. درحال حاضر استفاده از فیبرهای نوری برای انتقال اطلاعات به فواصل دور یا در شبکه‌های محلی با چگالی بالا مفید است.

ت) تلفات فیبر: اگرچه تلفات در فیبر نوری در مقایسه با کابل کواکسیال اندک است، اما از تلفات در فیبر نمی‌توان صرف‌نظر کرد. میزان توان نوری قابل دسترس در آشکارساز قرارگرفته در انتهای فیبر به‌میزان ضریب تضعیف فیبر، که تابعی از طول موج نوری است، بستگی دارد. مکانیزم‌های اصلی تضعیف در فیبر نوری، شامل جذب[3]، پراکندگی[4] و تلفات تابشی[5] انرژی نور هستند. جذب به مادهٔ فیبر مربوط است، درحالیکه پراکندگی هم به مادهٔ فیبر و هم به نواقص ساختاری موج‌بر نوری وابسته است. عامل *OH* مهّم‌ترین عامل جذب و تضعیف سیگنال نوری است. با فن‌آوری ساخت پیشرفته، روش‌هایی برای حذف عامل *OH* در فیبر نوری وجود دارد.

سیگنال انتشاری در فیبر تحت تأثیر پاشندگی نیز قرارمی‌گیرد. به‌دلیل وجود پاشندگی و تضعیف، درحال حاضر مخابرات نوری بر دو ناحیهٔ طول موجی نزدیک مادون قرمز متمرکز است: یک ناحیه با طول موج‌های کوتاه از *780* تا *900 nm* (معمولاً *850 nm*) و دیگر ناحیه طول موجی با طول موج‌های بلند از *1200* تا *1600 nm* (معمولاً *1300nm* و *1550 nm*). از طول موج *850 nm* در شبکه‌های محلی[6] استفاده می‌شود. پاشندگی فیبر نوری در طول موج *1300 nm* کمینه است و در مخابرهٔ داده به فواصل نزدیک از این طول موج استفاده می‌شود. تلفات فیبر در طول موج *1550 nm* کمترین مقدار را دارد و این طول موج برای انتقال اطلاعات به فواصل دور مفید است[۱۵].

---

[1] Micro Connectors
[2] Short link
[3] Absorption
[4] Scattering
[5] Radiation Loss
[6] Local Area Networks (LANs)

منابع

[1] X. Song ; J. Li ; Y. Fan ; F. Yin ; Y. Zhou ; Y. Dai ; K. Xu, “Six-Port Direct Modulator With Carrier Suppression Technology for High-Speed High-Frequency Wireless Communications,” IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 27 , Issue. 8 , 2017.
[2] Jinlong Wang ; Guoru Ding ; Haichao Wang, “HF communications: Past, present, and future,” China Communications (IEEE), Vol. 15 , Issue. 9 , 2018.
[3] M. Rahaim ; T. D. C. Little, “Interference in IM/DD optical wireless communication networks,” IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking, Vol. 9, Issue. 9 , 2017)
[4] M. Li ; Y. Hong ; C. Zeng ; Y. Song ; X. Zhang , “Investigation on the UAV-To-Satellite Optical Communication Systems,” IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 36, Issue. 9, 2018.
[5] J. Yu, Z. Dong, J. Zhang , X. Xiao, H-C, Chien, Nan Chi, “Generation of Coherent and Frequency-Locked Multi-Carriers Using Cascaded Phase Modulators for 10 Tb/s Optical Transmission System,” Journal of Lightwave Technology, Vol. 30, Issue. 4, 2012.
[6] G.P. Agrawal, “Fiber-Optic Communications Systems,” 3rd edition, Wiley, 2002.
[7] A. G. Bell, U.S. Patent No. 174,465, 1876.
[8] J.M. Senior, M.Y. Jamro, “Optical Fiber Communications Principles and Practice,” 3rd edition, Prentice Hall, 2009.
[9] J. Zhu, P.Yang, Y. Xiao, X. Lei, Q. Chen, “Low RF-Complexity Receive Spatial Modulation for Millimeter-Wave MIMO Communications,” IEEE Communications Letters, Vol. 22, Issue. 7, 2018.
[10] H. Kaushal, V.K. Jain, S. Kar, “Free Space Optical Communication,” Springer (India), 2017.
[11] J. Wang, G. Wang, R. Bai, B. Li, Y. Zhou, “Ground simulation method for arbitrary distance optical transmission of a free-space laser communication system based on an optical fiber nanoprobe,” IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking , Vol. 9, Issue. 12, 2017.
[12] G. Keiser, “Optical Fiber Communications,” 3rd edition, McGraw Hill, 2000.
[13] J. Palais, “Fiber Optic Communications,” 5th edition, PEARSON EDUCATION, 2011.
[14] T. Mizuno, Y. Miyamoto, “High-capacity dense space division multiplexing transmission,” Optical Fiber Technology Vol. 35, 2017.
[15] R. Tricker, “Optoelectronic and Fiber Optic Technology,” 1st Published, 2000.
[16] J. Wang, Y. Wang, X. Peng, X. Li, X. Xu, X. Mao, “Induced Voltage of Overhead Ground Wires in 50 0-kV Single-Circuit Transmission Lines,” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 29, Issue. 3, 2014.
[17] Z. Ying ; S. Dhar ; Z. Zhao ; C. Feng ; R. Mital ; C-J. Chung ; D. Z. Pan ; R. A. Soref ; R. T. Chen, “Electro-Optic Ripple-Carry Adder in Integrated Silicon Photonics for Optical Computing, ” IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 24, Issue. 6, 2018.

نظر خواهد بود (برای مثال آزمایش دو شکاف یانگ[۱])؛ بنابراین در ادامه بخشی از مباحث به جمع آثار[۲] امواج نوری اختصاص یافته است. سپس مفهوم بردار پوئینتینگ[۳]، که توصیف‌کنندهٔ جهت شارش توان تابش الکترومغناطیسی در محیط و عمود بر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی است، به‌همراه قضیهٔ پوئینتینگ[۴]، که مبتنی بر اصل پایستگی انرژی است، معرفی شده است.

ادامهٔ فصل به مطالعهٔ مشخصهٔ بازتاب و شکست نور با پلاریزاسیون *TE* [۵] و *TM* [۶] در برخورد به مرز مشترک دو محیط مادی با ضریب گذردهی[۷] متفاوت اختصاص یافته است. در محاسبهٔ شدت بازتاب و عبور فرض برآن است که مرز مشترک دو محیط کاملاً تخت و محیط‌های مادی بدون اتلاف[۸]، همگن[۹] و همسان‌گرد[۱۰] هستند.

فرآیندهای جذب و گسیل نور توسط یک قطعه، که از منظر مکانیک کوانتوم ناشی از گذار[۱۱] بین ترازهای انرژی ماده است، صرفاً براساس نظریهٔ موجی نور توجیه‌پذیر نیستند و ماهیت ذره‌ای نور ابزاری برای توصیف این فرآیندهاست. براساس نظریهٔ ذره‌ای نور، نور از ذراتی به‌نام فوتون تشکیل شده‌است که دارای انرژی متناسب با فرکانس منبع، اندازهٔ حرکت خطی و اندازهٔ حرکت زاویه‌ای است.

انرژی فوتون‌های نور مرئی در محدودهٔ *1.77-3.1 eV* قرار دارد. جرم فوتون درحالت سکون صفر و سرعت انتشار آن در فضای آزاد برابر با 3×10^8 *m/s* است. برای نخستین‌بار ماکس پلانک[۱۲] درسال *1900* نظریهٔ کوانتزاسیون[۱۳] انرژی موج الکترومغناطیسی را درجریان پژوهش‌هایش در زمینهٔ توجیه تابش جسم سیاه[۱۴] بنا نهاد و در سال *1905* آلبرت اینشتین[۱۵] با استفاده از نظریهٔ پلانک، کوانتیزاسیون را به انرژی نور گسترش داد، که نور از ذراتی به‌نام فوتون تشکیل شده است. اینشتین براساس این نظریه موفق به توجیه پدیدهٔ فوتوالکتریک[۱۶] شد [۲ و ۳]. در این راستا در انتهای این فصل پدیدهٔ فوتوالکتریک مورد تحلیل قرارگرفته است.

---

[1] Young's double-slit experiment
[2] Superposition
[3] Poynting Vector
[4] Poynting Theorem
[5] Transverse Electric Polarization
[6] Transverse Magnetic Polarization
[7] Permittivity
[8] Lossless
[9] Homogeneous
[10] Isotropic
[11] transition
[12] Max Planck
[13] Quantization
[14] Blackbody Radiation
[15] Albert Einstein
[16] Photoelectric Effect

۲-۲. معادلات ماکسول

درحالت کلی میدان الکترومغناطیسی در یک محیط با چهار کمیت برداری $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ میدان الکتریکی (ولت بر متر)، $\mathbf{D}(\mathbf{r},t)$ جابه‌جایی الکتریکی[1] (کولن بر مترمربع)، $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ میدان مغناطیسی (آمپر بر متر) و $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ چگالی شار میدان مغناطیسی[2] (تسلا یا وبر بر مترمربع)، مشخص می‌شود. بردارهای $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$ پلاریزاسیون (پلاریزاسیون الکتریکی با واحد کولن بر مترمربع) و $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$ مغناطیزاسیون[3] (پلاریزاسیون مغناطیسی با واحد آمپر بر متر) نیز توصیف‌کنندهٔ پاسخ یک محیط به موج الکترومغناطیسی هستند. این بردارها ازطریق روابط داده‌شده با کمیت‌های میدان الکترومغناطیسی در ارتباط هستند:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) \qquad (۱-۲)$$

و

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \alpha_0 \mathbf{H}(\mathbf{r},t) + \mathbf{M}(\mathbf{r},t) \qquad (۲-۲)$$

که در آن، ε_0 و α_0 به‌ترتیب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی[4] در فضای آزاد هستند. درصورت وجود منابع بار و جریان مستقل، دو کمیت $\rho(\mathbf{r},t)$ و $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ به‌ترتیب بیانگر چگالی بار (کولن بر مترمربع) و چگالی جریان (آمپر بر متر مربع) هستند، که با معادلهٔ پیوستگی[5]، بنابر اصل بقای بار، با هم درارتباط هستند:

$$\nabla . \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (۳-۲)$$

رفتار میدان الکترومغناطیسی متغیر با زمان در یک محیط، با معادلات ماکسول بیان می‌شود:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (۱-۴-۲)$$

---

[1] Electric Displacement
[2] Magnetic Flux Density
[3] Magnetization
[4] Permeability
[5] Continuity equation

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (۲-۴-۲)$$

$$\nabla . \mathbf{D} = \rho \qquad (۲-۴-۳)$$

$$\nabla . \mathbf{B} = 0 \qquad (۲-۴-۴)$$

ازآنجاکه میدان‌های نوری معمولاً به‌طورمستقیم با جریان‌ها و بارهای آزاد تولید نمی‌شوند؛ لذا برای میدان‌های الکترومغناطیسی در فرکانس‌های نوری $\rho=0$ و $\mathbf{J}=0$ درنظرگرفته می‌شوند و معادلات ماکسول به‌صورت روابط داده‌شده ساده می‌شوند:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (۲-۵-۱)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (۲-۵-۲)$$

$$\nabla . \mathbf{D} = 0 \qquad (۲-۵-۳)$$

$$\nabla . \mathbf{B} = 0 \qquad (۲-۵-۴)$$

۲-۳. پاسخ محیط

پلاریزاسیون و مغناطیزاسیون یک محیط به‌ترتیب ناشی از پاسخ محیط به میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هستند؛ بنابراین $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$ وابسته به $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ است و $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$ به $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ بستگی دارد. در فرکانس‌های نوری مغناطیزاسیون صفر است ،$\mathbf{M}=0$، درنتیجه برای میدان‌های نوری رابطهٔ داده‌شده همواره صادق است:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \alpha_0 \mathbf{H}(\mathbf{r},t) \qquad (۲-۶)$$

دقت شود که رابطهٔ (۲-۶) در فرکانس‌های پایین‌تر از فرکانس نوری برقرار نیست و می‌باید پاسخ محیط نیز در رابطه لحاظ شود. خصوصیات یک محیط به‌وسیلهٔ مغناطیزاسیون القایی[1]

[1] Induced Magnetization

ناشی از میدان مغناطیسی ثابت یا میدان مغناطیسی فرکانس پایین قابل تغییر است، که اساس عملکرد ادوات اپتومغناطیسی[1] است [۴]. در ادوات اپتومغناطیسی، مغناطیزاسیون تنها به‌واسطهٔ میدان مغناطیسی ثابت یا میدان مغناطیسی با فرکانس کم القا می‌شود و مغناطیزاسیون ناشی از مؤلفه‌های میدان نوری صفر است. به‌غیر از این ادوات، بیشتر ادوات فوتونیکی از دی‌الکتریک‌هایی ساخته می‌شوند، که دارای مغناطیزاسیون صفر در تمام فرکانس‌ها هستند و خواص نوری این دسته از مواد از رابطهٔ $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$ و $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ تعیین می‌شود. درحالت کلی، بردارهای پلاریزاسیون و میدان الکتریکی ازطریق تانسور پذیرفتاری الکتریکی[2] χ، با هم در ارتباط هستند [۵]:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{t} dt' \chi(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t').\mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \qquad (۷-۲)$$

و طبق رابطهٔ (۲-۱) می‌توان نوشت [۵]:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(\mathbf{r},t) &= \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{t} dt' \chi(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t').\mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{t} dt' \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t').\mathbf{E}(\mathbf{r}', t')\end{aligned} \qquad (۸-۲)$$

که در آن $\boldsymbol{\varepsilon}$ تانسور گذردهی الکتریکی محیط است. استنباط‌های ذیل را از معادلات (۲-۷) و (۲-۸) داریم:

۱. در محیط ناهمسان‌گرد[3] بردارهای $\mathbf{P}$ و $\mathbf{D}$ لزوماً موازی با بردار $\mathbf{E}$ نیستند؛ درنتیجه $\boldsymbol{\chi}$و $\boldsymbol{\varepsilon}$ درحالت کلی تانسور هستند و در محیط همسان‌گرد، تانسورهای $\boldsymbol{\chi}$ و $\boldsymbol{\varepsilon}$ به اسکالرهای χ و ε ساده می‌شوند.

۲. معادلات (۲-۷) و (۲-۸) به شکل انتگرال‌های کانولوشن نوشته شده‌اند. کانولوشن زمان بیانگر این واقعیت است که پاسخ محیط به میدان الکتریکی اعمالی آنی نیست و با قطع میدان

---

[1] Magneto-Optic devices

[2] Electric susceptibility

[3] Anisotropic

اعمالی از بین نمی‌رود؛ به‌عبارت‌دیگر پاسخ محیط به میدان الکتریکی اعمالی در لحظه t به پاسخ آن در زمان‌های قبل از t وابسته است؛ درنتیجه بنابر علّیت[1] اعمال میدان الکتریکی در زمان t بر خصوصیات محیط در زمان‌های بعد از t اثرگذار است، نه در زمان‌های قبل از t. به همین دلیل است که در کران بالا انتگرال‌گیری در حوزهٔ زمان به‌جای t، $+^{\circ}$ نوشته شده است. از طرفی کانولوشن در حوزهٔ مکان بیانگر عدم انطباق فضایی پاسخ محیط است و اعمال میدان الکتریکی در مکان $\mathbf{r}'$، در خصوصیات محیط در مکان $\mathbf{r}$ تغییر ایجاد می‌کند؛ به‌عنوان‌مثال در یک نیمه‌هادی، تحریک نوری در یک نقطه می‌تواند در نقطه دیگر از نیمه‌هادی ازطریق فرایند نفوذ حامل‌ها، تغییر ایجاد کند. ازآنجاکه مکان تک سویی نیست؛ لذا علّیت در مکان برقرار نیست و حدود انتگرال در حوزهٔ مکان از $-^{\circ}$ تا $+^{\circ}$ در روابط داده‌شده است.

۳. به‌دلیل ماهیت ناهمگنی[2] زمانی و مکانی محیط، کمیت‌های χ و ε می‌توانند توابعی از زمان و مکان باشند. ناهمگنی مکانی در تمام ساختارهای نوری مانند موج‌برهای نوری که در آن‌ها ضریب شکست تابعی از مکان است، وجود دارد. ناهمگنی زمانی می‌تواند ناشی از تغییرات زمانی خصوصیات محیط ازطریق مدولاسیون با میدان الکتریکی با فرکانس کم یا موج صوتی باشد.

۴. در یک محیط خطی، χ و ε مستقل از میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ هستند. در مواد نوری غیرخطی χ و ε توابعی از میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ هستند [۶].

برای یک محیط خطی، همگن و همسان‌گرد داریم:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \qquad (۹-۲)$$

درنتیجه بردار جابه‌جایی الکتریکی برابراست با:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \qquad (۱۰-۲)$$

---

[1] Causality

[2] In-homogeneities

که در آن:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi) \qquad (۱۱-۲)$$

به‌صورت مشابه برای چگالی شار مغناطیسی نیز داریم:

$$\mathbf{B} = \alpha\mathbf{H} \qquad (۱۲-۲)$$

که در آن، α نفوذپذیری مغناطیسی محیط است. همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، در تحلیل فرکانس نوری $\alpha = \alpha_0$، رابطهٔ (۲-۱۲) به رابطهٔ (۲-۶) تبدیل می‌شود.
در یک محیط خطی و ناهمسان‌گرد بردارهای جابه‌جایی الکتریکی و چگالی شار مغناطیسی بیان می‌شوند:

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}.\mathbf{E} \qquad ,\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}.\mathbf{H} \qquad (۱۳-۲)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ تانسور ضریب گذردهی و α تانسور ضریب نفوذپذیری عبارتند از:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} \qquad (۱۴-۲)$$

۲-۴. شرایط مرزی

با اعمال دو معادلهٔ نخست از معادلات ماکسول بر یک سطح مستطیلی به عرض δ (خط چین نشان‌داده‌شده در شکل ۲-۱ (a)) در طول فصل مشترک و استفاده از قضیهٔ استوکس بر مسیر بستهٔ C و سطح محصورشدهٔ S توسط مسیر C می‌توان نوشت:

$$\oint_C \mathbf{E}.d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{E}.\hat{\mathbf{a}}_n\, dS = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}.\hat{\mathbf{a}}_n\, dS \qquad (۱-۱۵-۲)$$

که در آن:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi) \qquad (۱۱-۲)$$

به‌صورت مشابه برای چگالی شار مغناطیسی نیز داریم:

$$\mathbf{B} = \alpha\mathbf{H} \qquad (۱۲-۲)$$

که در آن، α نفوذپذیری مغناطیسی محیط است. همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، در تحلیل فرکانس نوری $\alpha = \alpha_0$، رابطهٔ (۲-۱۲) به رابطهٔ (۲-۶) تبدیل می‌شود.
در یک محیط خطی و ناهمسان‌گرد بردارهای جابه‌جایی الکتریکی و چگالی شار مغناطیسی بیان می‌شوند:

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}.\mathbf{E} \qquad ,\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}.\mathbf{H} \qquad (۱۳-۲)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ تانسور ضریب گذردهی و $\boldsymbol{\alpha}$ تانسور ضریب نفوذپذیری عبارتند از:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} \qquad (۱۴-۲)$$

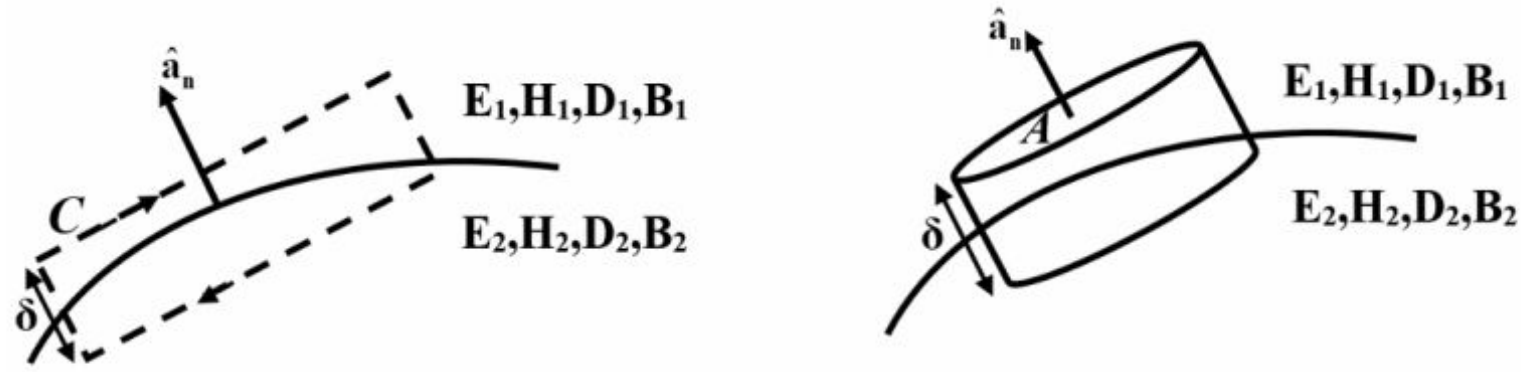
۲-۴. شرایط مرزی

با اعمال دو معادلهٔ نخست از معادلات ماکسول بر یک سطح مستطیلی به عرض δ (خط چین نشان‌داده‌شده در شکل ۲-۱ (*a*)) در طول فصل مشترک و استفاده از قضیهٔ استوکس بر مسیر بستهٔ C و سطح محصورشدهٔ S توسط مسیر C می‌توان نوشت:

$$\oint_C \mathbf{E}.\mathbf{dl} = \int_S \nabla \times \mathbf{E}.\hat{\mathbf{a}}_n \, dS = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}.\hat{\mathbf{a}}_n \, dS \qquad (۱-۱۵-۲)$$

$$\oint_C \mathbf{H}.d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{H}.\hat{\mathbf{a}}_n dS = \int_S \mathbf{J}.\hat{\mathbf{a}}_n dS + \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{D}.\hat{\mathbf{a}}_n dS \qquad (۲-۱۵-۲)$$

$\hat{\mathbf{a}}_n$ بردار عمود بر فصل مشترک دو محیط از محیط دوم به محیط نخست است.



شکل ۲-۱: شکل هندسی اعمال شرایط مرزی به مرز مشترک دو محیط. سطح مستطیلی محصور با مسیر C (خط چین) (a). یک حجم کوچک به ضخامت δ (b). جهت بردار نرمال از ناحیهٔ دو به ناحیهٔ یک است.

با فرض اینکه δ به صفر میل می‌کند، برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در مرز مشترک دو محیط می‌توان نوشت [۷و۸]:

$$\hat{\mathbf{a}}_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad \text{یا} \quad E_{1t} - E_{2t} = 0 \qquad (۱-۱۶-۲)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad \text{یا} \quad H_{1t} - H_{2t} = J_s \qquad (۲-۱۶-۲)$$

که در آن $\mathbf{J}_s (= \lim_{\mathbf{J}\to\infty,\,\delta\to 0} \mathbf{J}\delta)$ چگالی جریان سطحی (آمپر بر متر) است. به‌صورت مشابه با انتگرال‌گیری از طرفین معادلهٔ (۲-۴-۳) و (۲-۴-۴) بر یک حجم کوچک (مطابق با شکل ۲-۱ (b)) با سطح A و ارتفاع δ در نهایت برای شرایط مرزی داریم:

$$\hat{\mathbf{a}}_n.(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad \text{یا} \quad D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \qquad (۱-۱۷-۲)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_n.(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad \text{یا} \quad B_{1n} - B_{2n} = 0 \qquad (۲-۱۷-۲)$$

که در آن ($\rho_s (= \lim_{\rho\to 0^{\circ},\delta\to 0} \rho\delta$) چگالی بار سطحی (کولن بر مترمربع) است.

اگر در فصل مشترک دو محیط دی‌الکتریک جریان سطحی و چگالی جریان وجود نداشته باشد ($\rho=0$ و $\mathbf{J}=0$)، شرایط مرزی ساده می‌شوند:

$$\hat{a}_n \times \mathbf{E}_1 = \hat{a}_n \times \mathbf{E}_2 \quad , \quad \hat{a}_n \times \mathbf{H}_1 = \hat{a}_n \times \mathbf{H}_2 \qquad (۱-۱۸-۲)$$

$$\hat{a}_n . \mathbf{D}_1 = \hat{a}_n . \mathbf{D}_2 \quad , \quad \hat{a}_n . \mathbf{B}_1 = \hat{a}_n . \mathbf{B}_2 \qquad (۲-۱۸-۲)$$

با درنظرگرفتن فصل مشترک یک محیط دی‌الکتریک و یک رسانای کامل[1]، به‌دلیل اینکه میدان‌های $\mathbf{E}_2$، $\mathbf{H}_2$، $\mathbf{D}_2$ و $\mathbf{B}_2$ داخل رسانای کامل صفر هستند، شرایط مرزی را می‌توان به‌صورت مجموعهٔ روابط (۲-۱۹) نوشت:

$$\hat{a}_n \times \mathbf{E}_1 = 0 \quad , \quad \hat{a}_n \times \mathbf{H}_1 = \mathbf{J}_s \qquad (۱-۱۹-۲)$$

$$\hat{a}_n . \mathbf{D}_1 = \rho_s \ , \quad \hat{a}_n . \mathbf{B}_1 = 0 \qquad (۲-۱۹-۲)$$

که در آن چگالی سطحی بار و چگالی جریان مربوط به سطح رسانای کامل است.

۲-۵. میدان‌های شبه الکترواستاتیک

در ادواتی با بایاس مستقیم یا فرکانس کوچک، به‌دلیل تغییرات زمانی بسیار کُند ($\partial / \partial t \cong 0$) و بدون حضور میدان مغناطیسی خارجی، از روابط (۲-۴) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \qquad (۱-۲۰-۲)$$

$$\nabla . \mathbf{D} = \rho \qquad (۲-۲۰-۲)$$

در این شرایط، با توجه به معادلهٔ (۲-۲۰-۱)، می‌توان میدان الکتریکی را برحسب گرادیان پتانسیل الکترواستاتیکی بیان کرد:

---

[1] Perfect Conductor

$$\mathbf{E} = -\nabla V \qquad (۲۱-۲)$$

و در یک محیط همسان‌گرد داریم:

$$\nabla.(\varepsilon \nabla V) = -\rho \qquad (۲۲-۲)$$

معادلهٔ (۲-۲۲) معادلهٔ پواسون است. زمانی‌که فرکانس افزایش می‌یابد (به‌عنوان‌مثال در یک ترانزیستور مایکروویو[1]) چگالی جریان کل شامل چگالی جریان جابه‌جایی $\partial(\varepsilon \mathbf{E})/\partial t$ و چگالی جریان هدایتی $\mathbf{J}_{con}$ است:

$$\mathbf{J}_{tot} = \mathbf{J}_{con} + \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon \mathbf{E}) \qquad (۲۳-۲)$$

۲-۶. معادلهٔ موج

برای میدان‌های الکترومغناطیسی در فرکانس‌های نوری $\rho=0$ و $\mathbf{J}=0$ درنظرگرفته می‌شود؛ درنتیجه با درنظرگرفتن یک محیط خطی، همگن و همسان‌گرد، معادلات (۲-۴) به‌صورت معادلات مرتبهٔ اول از دو متغیر $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ نوشته می‌شوند:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \qquad (۱-۲۴-۲)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (۲-۲۴-۲)$$

$$\nabla.\mathbf{E} = 0 \qquad (۳-۲۴-۲)$$

$$\nabla.\mathbf{H} = 0 \qquad (۴-۲۴-۲)$$

---

[1] Microwave Transistor

با ترکیب معادلات (۲-۲۴) می‌توان به معادلهٔ دیفرانسیلی مرتبهٔ دوم برحسب تنها یک متغیر $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ رسید. با اعمال عملگر کرل ($\nabla \times$) به طرفین معادلهٔ (۲-۲۴-۱) و استفاده از معادلهٔ (۲-۲۴-۲) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \qquad (۲-۲۵)$$

همچنین با استفاده از اتحاد برداری $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla.\mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ و معادلهٔ (۲-۲۴-۳) داریم:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۲-۲۶)$$

به‌طریق مشابه برای میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ نیز می‌توان نوشت:

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۲-۲۷)$$

در معادلات به‌دست آمده، $u = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon}$ بیانگر سرعت موج در محیط است. روابط (۲-۲۶) و (۲-۲۷) معادلات موج برداری همگن[1] خوانده می‌شوند.

۲-۷. میدان‌های هارمونیک زمانی

از دیدگاه مهندسی، توابع زمانی سینوسی از اهمّیت ویژه‌ای برخوردار هستند؛ چراکه هر تابع زمانی پریودیک را می‌توان به‌صورت سری فوریه از هارمونیک‌های سینوسی نوشت و هر تابع زمانی غیرپریودیک را نیز می‌توان به‌صورت انتگرال فوریه بسط داد. به‌دلیل خطی‌بودن معادلات ماکسول، درحالت پایدار تغییرات زمانی سینوسی منابع بار و جریان در یک فرکانس مشخص به تغییرات سینوسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در همان فرکانس منجر

[1] Homogeneous vector equations

می‌شود. درحالتی‌که منابع بار و جریان توابعی دلخواه از زمان باشند، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را می‌توان به‌صورت جمع آثاری از میدان‌های با فرکانس‌های متفاوت تعیین کرد؛ درنتیجه غالباً منابع جریان و بار به‌صورت توابع حقیقی $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ و $\rho(\mathbf{r},t)$ با وابستگی زمانی سینوسی بیان می‌شوند:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)e^{j\omega t}] \qquad (۱-۲۸-۲)$$

$$\rho(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[\rho(\mathbf{r},\omega)e^{j\omega t}] \qquad (۲-۲۸-۲)$$

که در آن $\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)$ و $\rho(\mathbf{r},\omega)$ کمیت‌های مختلط هستند، که فازور[1] خوانده می‌شوند. علامت $\mathrm{Re}[\ ]$ بیانگر قسمت حقیقی تابع داخل براکت است. نمایش مشابهی نیز برای میدان‌های $\mathbf{E}$، $\mathbf{H}$ ، $\mathbf{B}$ و $\mathbf{D}$ وجود دارد؛ به‌عنوان‌مثال مؤلفهٔ میدان الکتریکی یک میدان نوری با بردار موج[2] $\mathbf{k}$ و فرکانس زاویه‌ای ω به‌صورت رابطهٔ (۲-۲۹) نوشته می‌شود:

$$\mathbf{E}(r,t) = \mathrm{Re}[\xi(\mathbf{r},t)\exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_E)] \qquad (۲۹-۲)$$

که در آن، $\xi(\mathbf{r},t)$ پوش میدان متغیر با زمان و مکان و φ_E بیانگر فاز ثابت است. مؤلفهٔ میدان الکتریکی بر حسب فازور $\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$، یا به‌صورت ساده‌تر $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ که وابستگی به فرکانس در آن تلویحاً درنظرگرفته شده است، به‌صورت داده‌شده بیان می‌شود:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)e^{j\omega t}] \qquad (۱-۳۰-۲)$$

به‌گونه‌ای که:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = \xi(\mathbf{r},t)\exp(-i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_E) \qquad (۲-۳۰-۲)$$

---

[1] Phasor

[2] Wave-vector

برای دیگر کمیت‌های میدان مانند $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ نیز روابط مشابهی وجود دارد. مؤلفهٔ فاز در معادلهٔ (۲-۲۹) جهت انتشار موج را نشان می‌دهد. عبارت $i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_E$ بیانگر انتشار موج در جهت رفت[1] در جهت بردار موج ،$\mathbf{k}$، و $i\omega t + i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_E$ انتشار موج بازگشتی[2] درخلاف جهت بردار موج ،$-\mathbf{k}$، است. درنهایت برای معادلات ماکسول درحوزهٔ فرکانس با توجه به تبدیل $\partial / \partial t$ به $i\omega$ داریم:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -i\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) \qquad (۲-۳۱-۱)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + i\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) \qquad (۲-۳۱-۲)$$

$$\nabla . \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \qquad (۲-۳۱-۳)$$

$$\nabla . \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \qquad (۲-۳۱-۴)$$

معادلات به‌دست آمده در روابط (۲-۳۱) نمایش فازوری معادلات ماکسول هستند که در آن تمامی کمیت‌های $\mathbf{E}$، $\mathbf{H}$، $\mathbf{B}$ و $\mathbf{D}$ دارای نمایش فازوری هستند و وابستگی آن‌ها به فرکانس زاویه‌ای ω نیز تلویحاً درنظرگرفته می‌شود. نمایش دیگر از معادلات ماکسول به شکل فازوری را می‌توان با استفاده از $\nabla e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} = -i\mathbf{k}e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}}$ به‌صورت معادلات (۲-۳۲) به‌دست آورد:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B} \qquad (۲-۳۲-۱)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} \qquad (۲-۳۲-۲)$$

$$\mathbf{k}.\mathbf{E} = 0 \qquad (۲-۳۲-۳)$$

$$\mathbf{k}.\mathbf{H} = 0 \qquad (۲-۳۲-۴)$$

دربیشتر موارد ارتباط میان مؤلفه‌های میدان نوری در فضای اندازهٔ حرکت[3] و حوزهٔ فرکانس با استفاده از تبدیل فوریه بیان می‌شود:

$$\mathbf{P}(\mathbf{k},\omega) = \varepsilon_0 \chi(\mathbf{k},\omega).\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) \qquad (۲-۳۳-۱)$$

---

[1] Forward Propagation

[2] Backward Propagation

[3] K space

و

$$\mathbf{D}(\mathbf{k},\omega) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k},\omega).\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) \qquad (۲-۳۳-۲)$$

درحالت‌کلی، تانسورهای $\boldsymbol{\chi}(\mathbf{k},\omega)$ و $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k},\omega)$ کمیت‌هایی مختلط هستند. با توجه به ارتباط میان تانسورهای $\boldsymbol{\chi}$ و $\boldsymbol{\varepsilon}$، $\boldsymbol{\varepsilon}=\varepsilon_0(1+\boldsymbol{\chi})$، اگر یک مقدار ویژه، χ_i، تانسور $\boldsymbol{\chi}$ مختلط باشد، مقدار ویژه متناظر، ε_i، تانسور $\boldsymbol{\varepsilon}$ نیز مختلط است و علامت قسمت‌های موهومی هر دو مقدار ویژه یکسان است. علامت قسمت‌های موهومی مقادیر ویژه بیانگر آن است که محیط جاذب یا تقویت‌کنندهٔ موج است. به‌صورت قراردادی مقادیر ویژه به‌صورت $\chi_i = \chi_i' - i\chi_i''$ و $\varepsilon_i = \varepsilon_i' - i\varepsilon_i''$ نوشته می‌شوند؛ بنابراین اگر $\chi_i'' > 0$ نشان‌دهندهٔ جاذب بودن محیط یا اتلاف موج در محیط است، درحالیکه $\chi_i'' < 0$ بیانگر آن است که محیط تقویت‌کنندهٔ موج ورودی است (تقویت‌کنندگی موج در فصل ششم با جزئیات بررسی شده است).

۲-۷-۱. انتشار موج تخت[1] در محیط‌های مادی

در این بخش به بررسی انتشار موج نوری تخت در یک دی‌الکتریک با اتلاف، یک عایق خوب[2]، فضای آزاد و یک رسانای کامل[3] می‌پردازیم. موج تخت عبارت است از موجی که در آن صفحات با فاز ثابت (جبههٔ موج[4]) صفحاتی با ابعاد بی‌نهایت و موازی با هم هستند. برای امواج تخت الکترومغناطیسی مؤلفه‌های میدانی موج ($\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$) در راستای ثابت و در صفحه‌ای عمود بر راستای انتشار موج، که با بردار موج $\mathbf{k}$ مشخص می‌شود، قرار دارند.

یک موج تخت یکنواخت[5] توصیف‌کنندهٔ موجی است که درآن مؤلفه‌های $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ موج در راستای ثابت، با دامنه و فاز ثابت در صفحاتی عمود بر راستای انتشار نوسان می‌کنند. چنین موجی، موج الکترومغناطیسی عرضی[6] (*TEM*) خوانده می‌شود و برای مؤلفه‌های $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ این موج می‌توان نوشت:

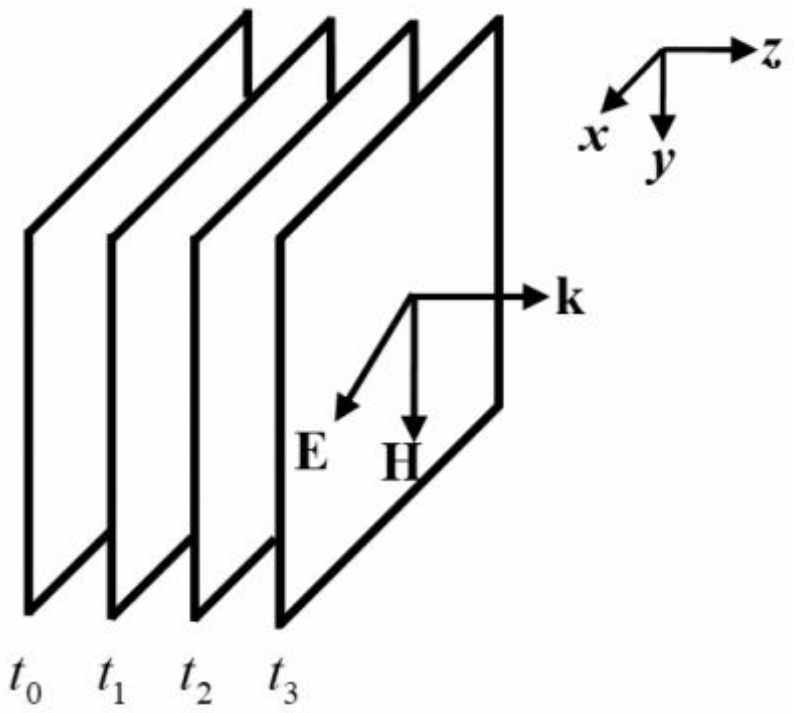
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[\xi_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_E)] \qquad (۱-۳۴-۲)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[H_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_H)] \qquad (۲-۳۴-۲)$$

---

[1] Plane Wave
[2] Good Insulator
[3] Good Conductor
[4] Wavefront
[5] Uniform Plane Wave
[6] Transverse Electromagnetic wave

که در آن بردارهای ξ_0 و H_0 ثابت و مستقل از $\mathbf{r}$ و t هستند. جبهه‌های فاز به‌صورت صفحاتی که درآن مؤلفهٔ فاز ωt-$\mathbf{k}.\mathbf{r}$ برابر با مقدار ثابت باشد، توصیف می‌شوند. در شکل ۲-۲ نمونه‌ای از یک موج TEM انتشاری در جهت $z+$ نشان داده شده و فاز ثابت $\varphi_E=\varphi_H=0$ درنظرگرفته شده است. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در صفحات موازی و عمود بر راستای انتشار قراردارند.



شکل ۲-۲: یک موج TEM انتشاری در جهت $z+$. جبهه‌های فاز صفحات با ابعاد بی‌نهایت و موازی با هم هستند.

لازم به ذکر است که تولید موج تخت نیازمند منبع با گستردگی بی‌نهایت در فضاست؛ لذا امکان تولید موج تخت به‌دلیل وجود منابع محدود در عمل امکان‌پذیر نیست؛ باوجوداین هرگاه به اندازهٔ کافی از منبع موج دور باشیم، جبههٔ موج تقریباً کروی خواهد بود و بخش کوچکی از سطح کرهٔ بزرگ به یک صفحه بسیار نزدیک است.

بدون حضور منابع و با درنظرگرفتن یک محیط خطی، همگن و همسان‌گرد برای مجموعهٔ معادلات (۲-۳۱) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\alpha\mathbf{H} \qquad (۱-۳۵-۲)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = i\omega\varepsilon\mathbf{E} \qquad (۲-۳۵-۲)$$

$$\nabla . \varepsilon\mathbf{E} = 0 \qquad (۳-۳۵-۲)$$

$$\nabla . \alpha\mathbf{H} = 0 \qquad (۴-۳۵-۲)$$

با ترکیب مجموعهٔ معادلات (۲-۳۵) به معادلات مرتبهٔ دوم برحسب **E** و **H** می‌رسیم و معادلات موج برداری همگن به‌دست می‌آید:

$$\nabla^2\mathbf{E} + k^2\mathbf{E} = 0 \qquad (۱-۳۶-۲)$$

$$\nabla^2\mathbf{H} + k^2\mathbf{H} = 0 \qquad (۲-۳۶-۲)$$

که در آن $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ عدد موج خوانده می‌شود و در محیط بدون اتلاف همان اندازه بردار موج است، $k=|\mathbf{k}|$. معادلات (۲-۳۶-۱) و (۲-۳۶-۲) معادلات موج برداری همگن هلم هولتز[1] هستند. با درنظرگرفتن یک محیط رسانا با رسانندگی الکتریکی[2] σ (زیمنس بر متر)، جریانی با چگالی $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$ در محیط جاری خواهد شد و معادلهٔ (۲-۳۵-۲) بازنویسی می‌شود:

$$\nabla\times\mathbf{H} = (\sigma + i\omega\varepsilon)\mathbf{E} = i\omega(\varepsilon + \frac{\sigma}{i\omega})\mathbf{E} = i\omega\varepsilon_c\mathbf{E} \qquad (۳۷-۲)$$

که درآن:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_0\varepsilon_{cr} = \varepsilon + \frac{\sigma}{i\omega} = \varepsilon' - i\varepsilon'' \qquad (۳۸-۲)$$

که $\varepsilon' = \varepsilon$ و $\varepsilon'' = \sigma/\omega$ است؛ درنتیجه با تغییر ε به ضریب گذردهی مختلط ε_c تمامی معادلات در محیط نارسانا به محیط رسانا اعمال می‌شود. اندیس r بیانگر ثابت دی‌الکتریک نسبی محیط است. عدد موج حقیقی k در معادلات هلم هولتز نیز یک عدد مختلط خواهد بود $(k_c = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_c})$. ضریب شکست محیط به‌صورت رابطهٔ (۲-۳۹) تعریف می‌شود:

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \qquad (۳۹-۲)$$

---

[1] Homogeneous vector Helmholtz's equations

[2] Electrical Conductivity

اندیس r برای نمایش ثابت نفوذپذیری نسبی محیط به‌کارگرفته شده است. با تغییر ε به ε_c و α به α_c در یک محیط با اتلاف ضریب شکست، محیط نیز کمیتی مختلط n_c، خواهد بود و برای ضریب شکست محیط می‌توان نوشت:

$$n_c = \sqrt{\varepsilon_{cr}\alpha_{cr}} = n' - in'' \qquad (۴۰-۲)$$

در فرکانس نوری برای ضریب شکست مختلط داریم:

$$n_c = \sqrt{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon - i\frac{\sigma}{\omega}}{\varepsilon_0}} = n(1 - i\frac{\sigma}{\varepsilon\omega})^{1/2} \qquad (۴۱-۲)$$

در یک عایق خوب بخش موهومی ضریب شکست صفر می‌شود و رابطهٔ عدد موج برحسب ضریب شکست بیان می‌شود:

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\alpha} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r\alpha_r} = \frac{\omega}{c}n = \frac{2\neq}{\lambda}n \qquad (۴۲-۲)$$

در رابطهٔ (۲-۴۲) در فرکانس‌های نوری $\alpha_r=1$. با درنظرگرفتن محیط با اتلاف و $\alpha_r=1$ عدد موج مختلط برابراست با:

$$k_c = \omega\sqrt{\varepsilon_c\alpha_0} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{cr}} = \frac{\omega}{c}n_c = k_0 n_c \qquad (۴۳-۲)$$

در رابطهٔ داده‌شده، k_0 عدد موج در فضای آزاد است. با درنظرگرفتن $\sigma << \omega\varepsilon$ قسمت حقیقی و موهومی ضریب شکست طبق رابطه (۲-۴۱) برابر است با:

$$n' = n, \qquad n'' = \frac{\sigma}{2\varepsilon\omega} \qquad (۴۴-۲)$$

قسمت موهومی ضریب شکست بیانگر تلفات در محیط است و با انتشار موج در محیط با اتلاف، شدّت موج ورودی کاهش می‌یابد. با افزایش σ، تعداد حامل‌ها در محیط انتشاری بیشتر می‌شود و انرژی موج بیشتر صرف جابه‌جایی حامل‌ها می‌شود؛ درنتیجه شدّت موج ورودی بیشتر کاهش می‌یابد. نسبت $\varepsilon''/\varepsilon'$ نسبتی از دامنهٔ جریان هدایتی به جریان جابه‌جایی است و به‌دلیل اینکه معیاری از تلفات اهمی در محیط است، لذا تانژانت تلفات[1] نامیده می‌شود:

$$\tan\delta_c = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \qquad (۴۵-۲)$$

در معادلهٔ (۲-۴۵)، کمیت δ_c زاویهٔ تلفات خوانده می‌شود. در یک رسانای کامل $\sigma >> \omega\varepsilon$ و در یک عایق خوب $\omega\varepsilon >> \sigma$. درنتیجه ممکن است یک محیط در فرکانس‌های پایین رسانای کاملی باشد، درحالیکه در فرکانس بالا این محیط مانند یک محیط دی‌الکتریک با اتلاف رفتار کند. در جدول ۲-۱ ویژگی‌های محیط‌هایی سیاهه شده است که در ادامهٔ این فصل به حل معادلات ماکسول در آن‌ها پرداخته شده است.

جدول ۲-۱: ویژگی‌های محیط‌های مختلف برای حل معادلات ماکسول

محیط	ضریب گذردهی	ضریب نفوذپذیری	رسانندگی الکتریکی
فضای آزاد	ε_0	μ_0	0
دی‌الکتریک بدون اتلاف	$\varepsilon_r\,\varepsilon_0$	$\mu_r\mu_0$	0 یا $\sigma << \omega\varepsilon$
دی‌الکتریک با اتلاف	$\varepsilon_{cr}\,\varepsilon_0$	$\mu_r\mu_0$	$\neq 0$
رسانای کامل	ε_0	$\mu_r\mu_0$	∞ یا $\sigma >> \omega\varepsilon$

۲-۷-۱-۱. انتشار نور در دی‌الکتریک با اتلاف

همچنانکه در جدول ۲-۱ آمده است، یک محیط دی‌الکتریک با اتلاف تا حدودی رسانندگی الکتریکی دارد. با درنظرگرفتن یک محیط دی‌الکتریک با اتلاف خطی، همگن و

[1] Loss tangent

همسان‌گرد که خالی از بار آزاد و جریان باشد، از معادلهٔ هلم هولتز در رابطهٔ (۲-۳۶-۱) می‌توان نوشت:

$$\nabla^2\mathbf{E} + k_c^2\mathbf{E} = 0 \qquad (۲-۴۶)$$

چنانکه پیشتر ذکر شد، به‌دلیل آنکه $\varepsilon_c = \varepsilon' - i\varepsilon''$ عددی مختلط است؛ بنابراین عدد موج $k_c = \omega\sqrt{\propto\varepsilon_c}$ نیز مختلط است. با تعریف ثابت انتشار محیط (یکای آن وارون متر است) به‌صورت رابطهٔ (۲-۴۷) [۸]:

$$\gamma = ik_c = i\omega\sqrt{\propto\varepsilon_c} \qquad (۲-۴۷)$$

می‌توان معادلهٔ (۲-۴۶) را به‌صورت (۲-۴۸) نوشت:

$$\nabla^2\mathbf{E} - \gamma^2\mathbf{E} = 0 \qquad (۲-۴۸)$$

با توجه به اینکه $\varepsilon_c = \varepsilon + \frac{\sigma}{i\omega}$ داریم:

$$\gamma = i\omega\sqrt{\propto}(\varepsilon + \frac{\sigma}{i\omega})^{1/2} \qquad (۲-۴۹)$$

با توجه به اینکه γ عددی مختلط است، می‌توان نوشت:

$$\gamma = \alpha + i\beta \qquad (۲-۵۰)$$

α ثابت تضعیف[1] یا فاکتور تضعیف نامیده می‌شود و این ثابت برحسب نپر بر متر بیان می‌شود.
β ثابت فاز[2] خوانده می‌شود و در یک محیط بدون اتلاف برابر با عدد موج رابطه (۲-۴۲) است.

---

[1] Attenuation Constant [2] Phase Constant

واحد ثابت فاز رادیان بر متر است. در فصل‌های آتی برای تحلیل انتشار امواج در محیط‌های بدون اتلاف، ثابت فاز به‌صورت ثابت انتشار درنظرگرفته شده است. از (۲-۴۹) و (۲-۵۰) داریم:

$$-\mathrm{Re}\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2 = \omega^2 \propto \varepsilon \qquad (۲-۵۱-۱)$$

$$\left|\gamma^2\right| = \beta^2 + \alpha^2 = \omega \propto \sqrt{\sigma^2 + \omega^2 \varepsilon^2} \qquad (۲-۵۱-۲)$$

درنتیجه می‌توان α و β را از روابط داده‌شده تعیین کرد:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\propto \varepsilon}{2} [\sqrt{1 + (\frac{\sigma}{\omega \varepsilon})^2} - 1]} \qquad (۲-۵۲-۱)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\propto \varepsilon}{2} [\sqrt{1 + (\frac{\sigma}{\omega \varepsilon})^2} + 1]} \qquad (۲-۵۲-۲)$$

با فرض اینکه موج در جهت z+ منتشر می‌شود و $\mathbf{E}$ تنها دارای مؤلفهٔ x باشد (موج تخت نشان‌داده‌شده در شکل ۲-۲)، برای میدان الکتریکی داریم:

$$\mathbf{E} = \xi(z)\hat{a}_x \qquad (۲-۵۳)$$

در سیستم مختصات کارتزین، معادلهٔ (۲-۴۸) معادل با سه معادلهٔ هلم هولتز عددی برحسب هر یک از مؤلفه‌های E_x، E_y و E_z است؛ بنابراین جاگذاری (۲-۵۳) در (۲-۴۸) نتیجه می‌دهد:

$$(\nabla^2 - \gamma^2)\xi(z) = 0 \qquad (۲-۵۴)$$

با فرض اینکه:

$$\partial^2 \xi / \partial x^2 = 0 \quad , \quad \partial^2 \xi / \partial y^2 = 0$$

درنتیجه:

$$(\frac{d}{dz}^2 - \gamma^2)\xi(z) = 0 \qquad (۵۵-۲)$$

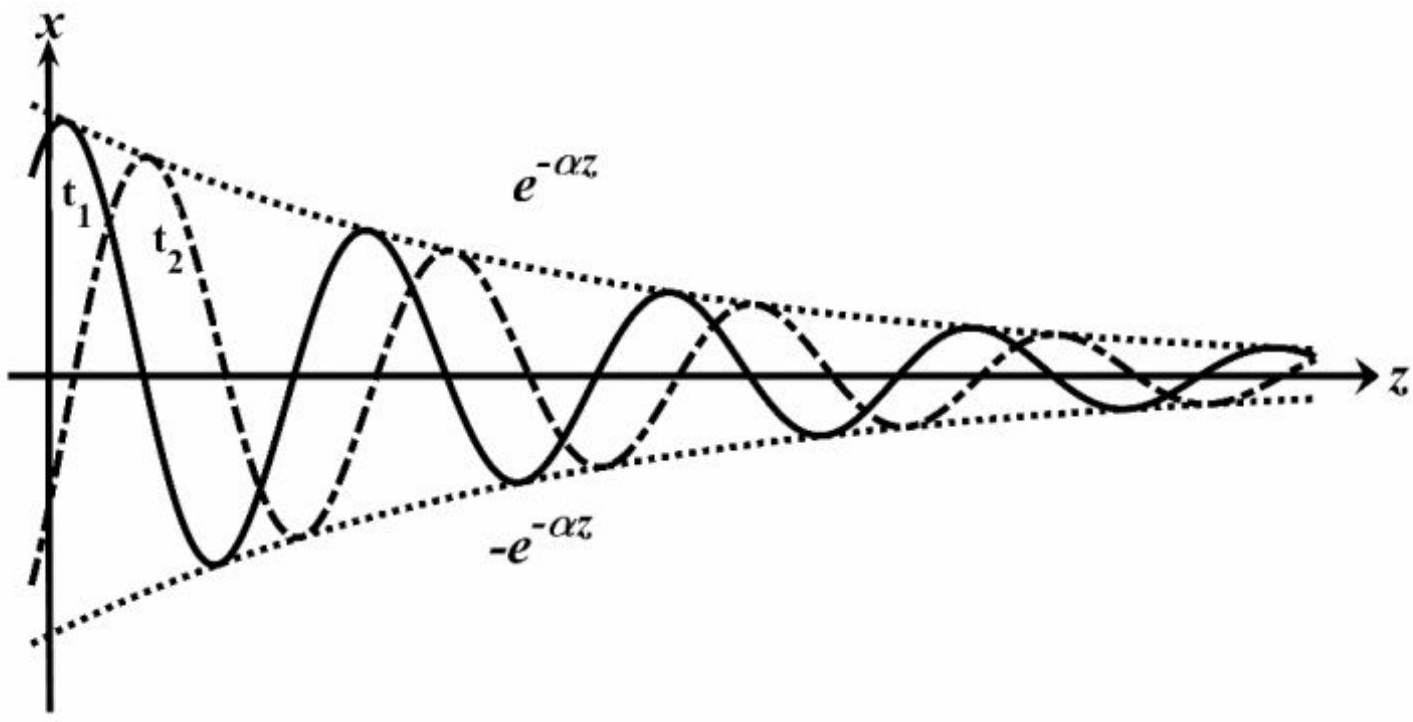
معادلهٔ (۲-۵۵) معادلهٔ اسکالر موج و دارای جواب به‌صورت داده‌شده است:

$$\xi(z) = \xi_0 e^{-\gamma z} + \xi_0' e^{+\gamma z} \qquad (۵۶-۲)$$

که در آن ξ_0 و ξ_0' ثابت‌های دلخواه هستند و درحالت کلی ممکن است مختلط باشند و به کمک شرایط مرزی تعیین می‌شوند. عبارت $e^{\gamma z}$ بیانگر موج انتشاری در جهت $z-$ است، به‌دلیل اینکه فرض کرده‌ایم که موج در جهت $z+$ انتشار می‌یابد؛ لذا داریم $\xi_0' = 0$. با توجه به اینکه باید میدان الکتریکی در بی‌نهایت مقداری محدود داشته باشد، می‌توان استدلال کرد که باید $\xi_0' = 0$. با قراردادن عامل $e^{j\omega t}$ در معادلهٔ (۲-۵۵)، استفاده از رابطهٔ (۲-۵۰) و فرض اینکه ξ_0 ثابت حقیقی است، داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z,t) &= \mathrm{Re}[\,\xi(z)e^{j\omega t}] = \mathrm{Re}[\,\xi_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}\hat{a}_x] \\ &= \xi_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x \end{aligned} \qquad (۵۷-۲)$$

در شکل ۲-۳ اندازهٔ میدان الکتریکی در زمان‌های t_1 و t_2 $(t_2 > t_1)$ نشان داده شده است. مطابق شکل ۲-۳ میدان الکتریکی تنها دارای مؤلفهٔ x است و درجهت $z+$ درحال انتشار است.



شکل ۲-۳: اندازهٔ مؤلفهٔ میدان الکتریکی موج تخت انتشاری در جهت $z+$ در زمان‌های t_1 و t_2.

با استفاده از روابط (۲-۳۵-۱) و (۲-۴۷) میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ به‌دست می‌آید

$$\mathbf{H}(z,t) = \mathrm{Re}[\, H_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t-\beta z)} \hat{a}_y] \qquad (۲-۵۸)$$

که در آن:

$$H_0 = \frac{\xi_0}{\eta} \qquad (۲-۵۹)$$

η امپدانس ذاتی محیط است و برحسب اهم بیان می‌شود:

$$\eta = \sqrt{\frac{i\omega\propto}{\sigma + i\omega\varepsilon}} = |\eta| e^{j\theta_\eta} \qquad (۲-۶۰)$$

که در رابطهٔ (۲-۶۰)

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\propto/\varepsilon}}{\left(1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2\right)^{1/4}}, \qquad \tan 2\theta_\eta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \tag{۶۱-۲}$$

که در آن $0'' \ \theta_\eta \ '' 45$. بنابراین می‌توان رابطهٔ (۲-۵۸) را بازنویسی کرد:

$$\mathbf{H}(z,t) = \mathrm{Re}[\frac{\xi_0}{|\eta|e^{i\theta_\eta}} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t-\beta z)} \hat{a}_y] \tag{۶۲-۲}$$

و یا می‌توان نوشت:

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{\xi_0}{|\eta|} e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\theta_\eta)\hat{a}_y \tag{۶۳-۲}$$

روابط (۲-۵۷) و (۲-۶۳) نشان می‌دهند که با انتشار نور در راستای $+z$ دامنهٔ آن با ضریب $e^{-\alpha z}$ کاهش می‌یابد؛ به همین دلیل α را ثابت تضعیف محیط می‌خوانند. تضعیف 1 نپر نشان‌دهندهٔ کاهش دامنه به میزان e^{-1} با انتشار به مسافت $1\ m$ است. مؤلفهٔ دوم $e^{i\beta z}$، فاکتور فاز خوانده می‌شود. ثابت فاز بیانگر میزان جابه‌جایی فاز با انتشار موج در یک متر است. درخور توجه است که علامت α توصیف‌کنندهٔ تضعیف یا تقویت موج انتشاری در محیط است:

۱. اگر $\chi'' > 0$، درنتیجه $\varepsilon'' > 0$ و $\alpha > 0$. با انتشار موج نوری دامنهٔ موج و شدّت آن به‌صورت نمایی در طول انتشار موج کاهش می‌یابد.

۲. درصورتی‌که $\chi'' < 0$، درنتیجه $\varepsilon'' < 0$ و $\alpha < 0$. دامنهٔ موج و شدّت آن به‌صورت نمایی رشد می‌کند؛ به همین دلیل $k_G=-\alpha$ را ضریب بهره یا ضریب تقویت‌کنندگی محیط تعریف می‌کنیم.

۲-۷-۱-۲. انتشار نور در محیط دی‌الکتریک بدون اتلاف

یک محیط دی‌الکتریک بدون اتلاف حالتی خاص از محیط دی‌الکتریک با اتلاف است، که در آن $\sigma=0$، $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$ و $\alpha=\alpha_r\alpha_0$. درنتیجه برای ثابت تضعیف و ثابت فاز می‌توان نوشت:

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{\alpha\varepsilon} = \frac{\omega}{c}n \tag{۶۴-۲}$$

همچنین برای امپدانس ذاتی محیط داریم:

$$\eta = \sqrt{\frac{\alpha}{\varepsilon}} \tag{۶۵-۲}$$

درنتیجه در انتشار موج تخت در یک محیط دی‌الکتریک، بدون اتلاف میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم فاز هستند و از روابط (۲-۵۷) و (۲-۶۳) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi_0 \cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x \tag{۶۶-۲}$$

$$\mathbf{H}(z,t) = H_0 \cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_y = \frac{\xi_0}{\eta}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_y \tag{۶۷-۲}$$

۲-۷-۱-۳. انتشار نور در فضای آزاد

برای معادلهٔ موج در فضای آزاد می‌توان نوشت:

$$\nabla^2\mathbf{E} + k_o^2\mathbf{E} = 0 \tag{۶۸-۲}$$

از مجموعه معادلات (۲-۵۲) می‌توان نشان داد که در انتشار موج تخت (موج تخت با مشخصات شکل ۲-۲) در فضای آزاد داریم:

$$\alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \frac{\omega}{c} \tag{۶۹-۲}$$

امپدانس ذاتی فضای آزاد را با η_0 نمایش می‌دهیم که عبارت‌است‌از:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \oplus 377\Omega \tag{۷۰-۲}$$

برهمین‌اساس میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج نوری انتشاری در فضای آزاد از روابط (۲-۵۷) و (۲-۶۳) به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi_0 \cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x \tag{۱-۷۱-۲}$$

$$\mathbf{H}(z,t) = H_0 \cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_y = \frac{\xi_0}{\eta_0}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_y \tag{۲-۷۱-۲}$$

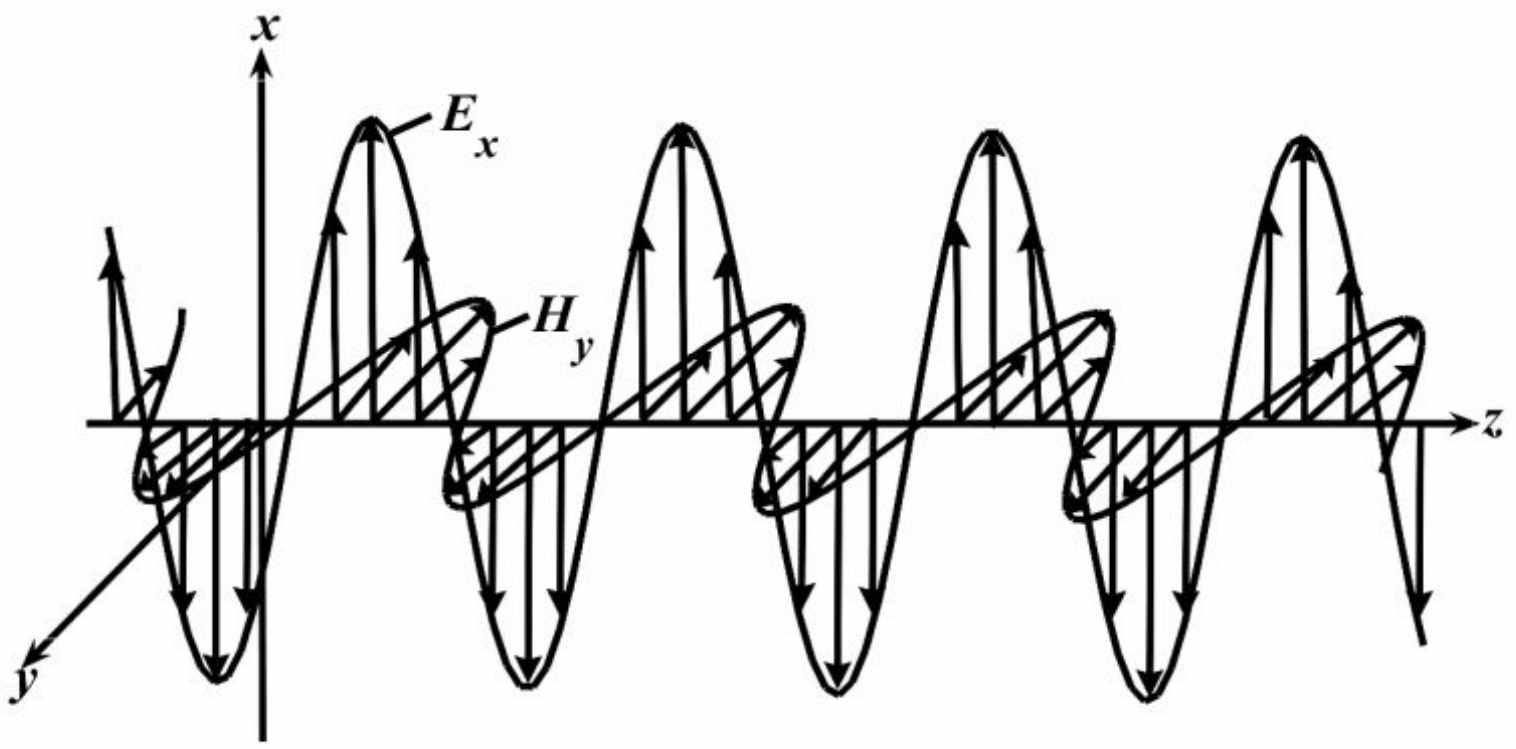
درحالت‌کلی، هرگاه بردارهای یکه $\hat{a}_E$، $\hat{a}_H$ و $\hat{a}_k$ به‌ترتیب در جهت میدان‌های $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ باشند، باید روابط داده‌شده برقرار باشد:

$$\hat{a}_k \times \hat{a}_E = \hat{a}_H \tag{۱-۷۲-۲}$$

یا

$$\hat{a}_E \times \hat{a}_H = \hat{a}_k \tag{۲-۷۲-۲}$$

در شکل ۲-۴ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج تخت انتشاری در فضای آزاد در جهت $z+$ نشان داده شده‌اند. با توجه به امپدانس ذاتی فضای آزاد، که در رابطهٔ (۲-۷۰) آمده است، دامنهٔ میدان مغناطیسی موج در برابر دامنهٔ میدان الکتریکی بسیار کوچک است، برای وضوح بیشتر در ترسیم شکل ۲-۴ این مسئله رعایت نشده است.



شکل ۲-۴: میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج انتشاری در فضای آزاد در جهت z+. دامنهٔ میدان مغناطیسی بسیار کوچک‌تر از دامنهٔ میدان الکتریکی موج است و برای وضوح بهتر شکل این نکته در ترسیم شکل رعایت نشده است .

۲-۷-۱-۴. انتشار نور در یک رسانای کامل

همان‌گونه‌که پیشتر اشاره شد در یک رسانای کامل $\sigma >> \omega\varepsilon$ یا $\sigma/\omega\varepsilon >> 1$ وجود دارد؛ درنتیجه از روابط (۲-۵۲) داریم:

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\propto\sigma}{2}} = \sqrt{\neq\vartheta\propto\sigma} \qquad (۷۳-۲)$$

همچنین امپدانس ذاتی محیط برابراست با:

$$\eta = \sqrt{\frac{i\omega\propto}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\propto}{\sigma}} e^{j\neq/4} \qquad (۷۴-۲)$$

این بدان معناست که **E** و **H** با هم 45° اختلاف فاز دارند. اگر

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x \qquad (۷۵-۲)$$

آن‌گاه

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{\xi_0}{\sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}}} e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \pi/4)\hat{a}_y \qquad (۷۶-۲)$$

بنابر روابط میدان‌های **E** و **H** با انتشار موج در محیط رسانا، با ضریب $e^{-\alpha z}$ کاهش می‌یابند. فاصلهٔ δ_d که طی آن دامنهٔ میدان‌ها کاهش یافته به e^{-1} یا 0.37 مقدار اولیه می‌رسد، عمق پوستی[1] یا عمق نفوذ[2] محیط خوانده می‌شود.

درواقع عمق پوستی معیاری از میزان نفوذ یک موج الکترومغناطیسی در داخل یک رساناست؛ به‌عبارت‌دیگر

$$\xi_0 e^{-\alpha\delta_d} = \xi_0 e^{-1} \qquad (۱-۷۷-۲)$$

و درنهایت:

$$\delta_d = \frac{1}{\alpha} \qquad (۲-۷۷-۲)$$

در محیط رسانای کامل عمق پوستی از روابط (۲-۷۳) و (۲-۷۷-۲) به‌دست می‌آید:

$$\delta_d = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi\vartheta\mu\sigma}} \qquad (۳-۷۷-۲)$$

می‌توان نشان داد که امپدانس ذاتی برحسب عمق پوستی به‌دست می‌آید:

---

[1]Skin depth [2]Depth of penetration

$$\eta = \frac{1+i}{\sigma\delta_d} \qquad (۷۸-۲)$$

با استفاده از روابط مربوط به ثابت‌های تضعیف و فاکتور فاز در یک رسانای کامل، برای میدان الکتریکی موج انتشاری می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi_0 e^{-z/\delta_d} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta_d})\hat{a}_x \qquad (۷۹-۲)$$

کاهش شدّت میدان در رسانا را اثر پوستی می‌نامند. در فرکانس‌های مایکروویو، مقدار عمق پوستی در یک رسانای کامل آن‌چنان کوچک است که می‌توان تصور کرد موج در یک لایهٔ بسیار نازک در سطح رسانا حبس شده است.

مثال ۲-۱: یک موج تخت با مؤلفهٔ میدان الکتریکی $\mathbf{E} = 10^4 \cos(\omega t - 10^7 z)\hat{a}_x \ (V/m)$ در یک محیط دی‌الکتریک غیرمغناطیسی بدون اتلاف با ضریب شکست 3.5 انتشار می‌یابد. مطلوب است تعیین: الف) جهت انتشار موج تخت؛ ب) طول موج موج انتشاری؛ ج) امپدانس ذاتی محیط؛ د) مؤلفهٔ میدان مغناطیسی موج.

حل:

الف) با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی موج، این موج در جهت $+z$ انتشار می‌یابد.

ب) با توجه به اینکه محیط بدون تلفات است، مقدار عدد موج $10^7\ m^{-1}$ است و از رابطهٔ (۲-۴۲) برای طول موج داریم:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\times\pi\times 3.5}{10^7\ m^{-1}} \oplus 2.2\ \mu m$$

برای فرکانس زوایه‌ای موج از رابطهٔ (۲-۴۲) داریم:

$$\omega = \frac{kc}{n} = \frac{10^7\ (m^{-1})\times 3\times 10^8\ (m/s)}{3.5} \oplus 8.571\times 10^{14}\ (rad/s)$$

ج) با توجه به اینکه محیط غیرمغناطیسی است، ضریب گذردهی نسبی محیط از رابطهٔ (۲-۳۹) ،$\varepsilon_r=n^2$، تعیین می‌شود؛ درنتیجه برای امپدانس ذاتی محیط از رابطهٔ (۲-۶۵) داریم:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}\ (H/m)}{12.25 \times 8.85 \times 10^{-12}\ (F/m)}} = 107.663\ \Omega$$

د) میدان مغناطیسی موج از رابطهٔ (۲-۶۷) با درنظرگرفتن $\xi_0=10^4\ (V/m)$ محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{10^4\ (V/m)}{107.663\ \Omega}\cos(8.571\times10^{14}\,t - 10^7\,z)\,\hat{a}_y$$
$$= 92.88\cos(8.571\times10^{14}\,t - 10^7\,z)\,\hat{a}_y\ (A/m)$$

مثال ۲-۲: یک موج تخت با مؤلفهٔ میدان الکتریکی داده شده

$$\mathbf{E} = 10^4\cos(\omega t - 10^3 z)\,\hat{a}_y + 2\times10^4\cos(\omega t - 10^3 z)\,\hat{a}_z\ (V/m)$$

در یک دی الکتریک بدون اتلاف غیرمغناطیسی با ضریب گذردهی نسبی $\varepsilon_r=11$ انتشار می‌یابد. مطلوب است تعیین: الف) ضریب شکست محیط؛ ب) فرکانس موج انتشاری؛ ج) مؤلفهٔ میدان مغناطیسی موج؛ د) بردار موج

حل:

الف) با توجه به اینکه محیط غیرمغناطیسی است، $\mu_r=1$، ضریب شکست محیط از (۲-۳۹) تعیین می‌شود:

$$n = \sqrt{11\times1} = 3.316$$

ب) برای محیط بدون اتلاف، ثابت فاز و عدد موج با هم برابر هستند. از رابطهٔ میدان الکتریکی

عدد موج یا ثابت فاز برابراست با $\beta=10^3\ (rad/s)$. درنتیجه برای فرکانس موج از رابطهٔ (۲-۴۲) می‌توان نوشت:

$$\omega = \frac{\beta c}{n} = \frac{10^3\ (rad/m)\times 3\times 10^8\ (m/s)}{3.316} = 0.904\times 10^{11}\ (rad/s)$$

ج) برای میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیس از رابطهٔ (۲-۲۴-۱) داریم:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \Rightarrow \mathbf{H} = \frac{-1}{\mu_0}\int (\nabla \times \mathbf{E})\,dt$$

بنابراین میتوان نوشت:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 10^4\cos(\omega t - 10^3 z) & 2\times 10^4\cos(\omega t - 10^3 z) \end{vmatrix} = 10^7 \sin(\omega t - 10^3 z)\hat{a}_x$$

$$\Rightarrow \mathbf{H} = -\frac{\hat{a}_x}{4\pi\times 10^{-7}}\int 10^7 \sin(0.904\times 10^{11} t - 10^3 z)dt$$

$$= 88.02\cos(0.904\times 10^{11} t - 10^3 z)\hat{a}_x\ (A/m)$$

د) اندازهٔ بردار موج با ثابت فاز برابراست و جهت بردار موج از رابطهٔ (۲-۳۲-۱)، $\mathbf{k}\times\mathbf{E} = \omega\mu_0\mathbf{H}$، تعیین می‌شود؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\mathbf{k}\times[10^4\cos(\omega t - 10^3 z)\hat{a}_y + 2\times 10^4\cos(\omega t - 10^3 z)\hat{a}_z]$$

$$= 0.904\times 10^{11}\ (rad/s)\times 4\pi\times 10^{-7}\ (H/m)\times 88.02\cos(\omega t - 10^3 z)\hat{a}_x$$

در نهایت برای بردار موج داریم:

$$\mathbf{k} = 500\hat{a}_y - 1000\hat{a}_z\ (m^{-1})$$

مثال ۲-۳: یک موج تخت با فرکانس *750 THz* با مؤلفهٔ میدان الکتریکی $\mathbf{E} = 10^4 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x\ (V/m)$ در یک محیط غیرمغناطیسی با ضریب گذردهی نسبی $\varepsilon_r = 1$ و رسانندگی الکتریکی $2.5\times10^5\ (S/m)$ انتشار می‌یابد. مطلوب است تعیین: الف) تانژانت تلفات؛ ب) ثابت تضعیف و ثابت فاز؛ ج) امپدانس ذاتی محیط؛ د) میدان مغناطیسی موج انتشاری.

حل:

الف) تانژانت تلفات از رابطهٔ (۲-۴۵) محاسبه می‌شود:

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{2.5\times10^5\ (S/m)}{2\pi\times750\ (THz)\times8.85\times10^{-12}\ (F/m)} = 6$$

ب) از مجموعه روابط (۲-۵۲) ثابت تضعیف و ثابت فاز به‌دست می‌آیند:

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}-1\right]}$$

$$= 2\pi\times750\ (THz)\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\ (H/m)\times8.85\times10^{-12}\ (F/m)}{2}\left[\sqrt{1+(6)^2}-1\right]}$$

$$= 2.505\times10^7\ (Np/m)$$

و

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}+1\right]}$$

$$= 2\pi\times750\ (THz)\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\ (H/m)\times8.85\times10^{-12}\ (F/m)}{2}\left[\sqrt{1+(6)^2}+1\right]}$$

$$= 2.957\times10^7\ (rad/m)$$

ج) از رابطهٔ (۲-۶۱) برای اندازه و فاز امپدانس ذاتی محیط داریم:

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\left(1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2\right)^{1/4}} = \frac{\sqrt{4\pi\times10^{-7}\ (H/m)/8.85\times10^{-12}\ (F/m)}}{\left(1+(6)^2\right)^{1/4}} = 152.785\ \Omega$$

$$\theta_\eta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2}\tan^{-1}6 = 40.27^\circ$$

د) برای میدان مغناطیسی موج انتشاری از رابطهٔ (۲-۶۳) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{10^4\ (V/m)}{152.785\ \Omega}e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\frac{\pi}{4.469})\hat{a}_y$$
$$= 65.451e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\frac{\pi}{4.469})\hat{a}_y\ (A/m)$$

مثال ۲-۴: در مثال ۲-۳ با درنظرگرفتن فرکانس موج انتشاری *50 THz* مقادیر خواسته شده و طولی از انتشار، که در آن دامنهٔ میدان الکتریکی به e^{-1} مقدار اولیه کاهش می‌یابد را محاسبه کنید.

حل:

الف) برای تانژانت تلفات داریم:

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{2.5\times10^5\ (S/m)}{2\pi\times50\ (THz)\times8.85\times10^{-12}\ (F/m)} = 89.91$$

ب) درنتیجه محیط مانند یک رسانای کامل رفتار می‌کند و مقادیر ثابت تضعیف و ثابت فاز با رابطهٔ (۲-۷۳) تقریب زده می‌شوند:

$$\alpha = \sqrt{\pi\times50\ (THz)\times4\pi\times10^{-7}\ (H/m)\times2.5\times10^5\ (S/m)}$$
$$= 7.024\times10^6\ (Np/m)\Rightarrow\beta = 7.024\times10^6\ (rad/m)$$

ج) امپدانس ذاتی محیط از رابطهٔ (۲-۷۴) محاسبه می‌شود:

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}}e^{i\pi/4} = \sqrt{\frac{2\pi \times 50\ (THz) \times 4\pi \times 10^{-7}\ (H/m)}{2.5 \times 10^{5}\ (S/m)}}e^{i\pi/4} = 29 + i29\ (\Omega)$$

د) مؤلفهٔ میدان مغناطیسی موج انتشاری از رابطهٔ (۲-۷۶) محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{10^{4}\ (V/m)}{29\ (\Omega)}e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \pi/4)\hat{a}_y$$
$$= 344.827\, e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \pi/4)\hat{a}_y\ (A/m)$$

طولی از انتشار، که در آن دامنهٔ میدان الکتریکی به e^{-1} مقدار اولیه کاهش می‌یابد، برابر با عمق پوستی است و از رابطهٔ (۲-۷۷-۳) به دست می‌آید:

$$\delta_d = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{7.024 \times 10^{6}\ (Np/m)} = 142.37\ nm$$

۲-۸. پلاریزاسیون امواج نوری

پلاریزاسیون یک موج نوری تخت یکنواخت بیانگر تغییرات زمانی بردار میدان الکتریکی در یک نقطه از فضاست. شکل فازوری مؤلفهٔ میدان الکتریکی یک موج نوری تخت تک‌رنگ را به‌صورت داده‌شده درنظرمی‌گیریم:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \boldsymbol{\xi}\exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r}) = \xi\exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r})\hat{e} \qquad (۸۰-۲)$$

بردار $\boldsymbol{\xi}$ ثابت و مستقل از $\mathbf{r}$ و t است و $\hat{e}$ بردار واحد آن است. پلاریزاسیون موج با بردار واحد $\hat{e}$ مشخص می‌شود. برای سادگی فرض می‌شود که موج در جهت $+z$ انتشار می‌یابد ($\mathbf{k} = k\hat{a}_z$) و میدان‌های $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ نیز در صفحهٔ xoy قرار دارند؛ لذا می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{\xi} = \xi_x\hat{a}_x + \xi_y\hat{a}_y = |\xi_x|e^{i\varphi_{Ex}}\hat{a}_x + |\xi_y|e^{i\varphi_{Ey}}\hat{a}_y \qquad (۸۱-۲)$$

در رابطهٔ ξ_x و ξ_y دامنه‌های مختلط وابسته به مکان و زمان با فازهای φ_{Ex} و φ_{Ey} هستند. پلاریزاسیون موج تنها به اختلاف فاز و نسبت دامنه‌های مؤلفه‌های ξ_x و ξ_y میدان الکتریکی وابسته است؛ به‌عبارت‌دیگر پلاریزاسیون موج با دو مؤلفه مشخص می‌شود:

$$\varphi = \varphi_{Ex} - \varphi_{Ey}, \qquad -\infty < \varphi < \infty \tag{۸۲-۲}$$

و

$$o = \tan^{-1}\frac{|\xi_y|}{|\xi_x|}, \qquad 0 \le o \le \frac{\pi}{2} \tag{۸۳-۲}$$

به‌دلیل اینکه تنها فاز نسبی مدنظر است؛ درنتیجه با فرض $\varphi_{Ex}=0$ و ξ عددی حقیقی است. برای بردار $\boldsymbol{\xi}$ در رابطهٔ (۲-۸۱) می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{\xi} = \xi\hat{\mathbf{e}} = \hat{a}_x\xi\cos o + \hat{a}_y e^{-i\varphi}\xi\sin o \tag{۸۴-۲}$$

درنتیجه برای میدان الکتریکی وابسته به مکان و زمان داریم:

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi[\hat{a}_x\cos o\cos(\omega t - kz) + \hat{a}_y\sin o\cos(\omega t - kz - \varphi)] \tag{۸۵-۲}$$

در $z=0$:

$$\mathbf{E}(t) = \xi[\hat{a}_x\cos o\cos\omega t + \hat{a}_y\sin o\cos(\omega t - \varphi)] \tag{۸۶-۲}$$

درحالت‌کلی، ξ_x و ξ_y دامنه‌ها و فازهای متفاوتی دارند. در یک نقطهٔ ثابت از فضا، راستا و دامنه بردار میدان $\mathbf{E}$ می‌تواند با زمان تغییر یابد. به استثنای شرایطی که کمیت‌های o و φ دارای مقادیر خاص هستند و در ادامه به بررسی هر یک می‌پردازیم، درحالت‌کلی نوک

بردار میدان الکتریکی بر یک بیضی می‌چرخد و پلاریزاسیون موج بیضوی[1] خوانده می‌شود. زمانی‌که در خلاف جهت انتشار موج (جهت $z+$ را جهت انتشار درنظرگرفته‌ایم) به بیضی نگاه کنیم، درصورتی‌که $\varphi > 0$ باشد، نوک بردار میدان به‌صورت پادساعت‌گرد یا چپ‌گرد روی بیضی می‌چرخد و بالعکس در شرایطی که $\varphi < 0$ است، چرخش نوک بردار میدان بر بیضی ساعت‌گرد یا راست‌گرد خواهد بود. بیضی ایجادشده از چرخش نوک بردار میدان الکتریکی در یک مکان خاص از فضا به‌همراه مؤلفه‌های بیضی در شکل ۲-۵ نشان داده شده است. غالباً در توصیف مشخصهٔ پلاریزاسیون موج تخت، از دو مؤلفهٔ θ و ψ به‌جای φ و o استفاده می‌کنیم. مؤلفه‌های θ و ψ به‌ترتیب زاویهٔ سمت‌گیری و زاویهٔ بیضوی هستند. زاویهٔ سمت‌گیری، زاویه‌ای است که محور اصلی بیضی با محور x می‌سازد و بازهٔ تغییرات این زاویه، $0 \leq \theta < \pi$ است.

در تعریف زاویهٔ بیضوی داریم [۵]:

$$\psi = \pm \tan^{-1}\frac{b}{a}, \qquad -\frac{\pi}{4} \leq \psi \leq \frac{\pi}{4} \tag{۲-۸۷}$$

در رابطهٔ داده‌شده a و b نیم‌محورهای اصلی و فرعی هستند. علامت مثبت مربوط به پلاریزاسیون چپ‌گرد[2] با $\varphi > 0$ و علامت منفی نشان‌دهندهٔ پلاریزاسیون راست‌گرد[3] با $\varphi < 0$ است.

مجموعه مؤلفه‌های توصیف‌کنندهٔ پلاریزاسیون (o, φ) و (θ, ψ) با هم در ارتباط هستند:

$$\tan 2\theta = \tan 2o \cos\varphi \tag{۲-۸۸-۱}$$

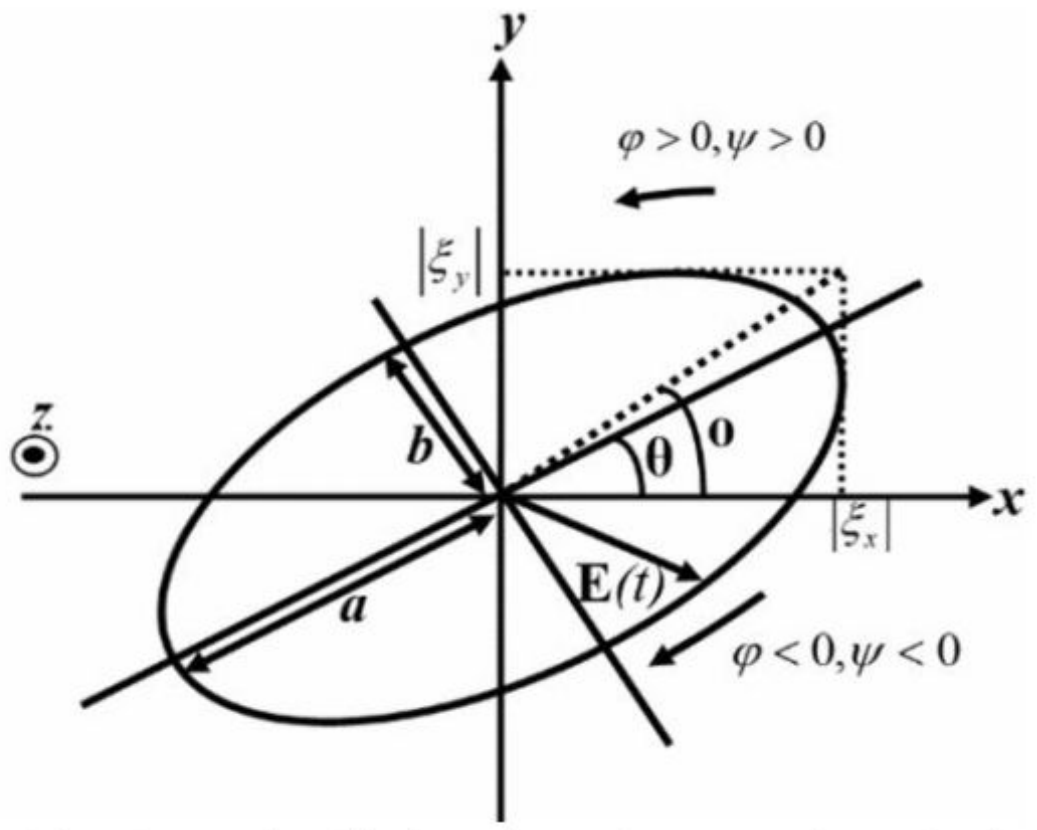
$$\sin 2\psi = \sin 2o \sin\varphi \tag{۲-۸۸-۲}$$

---

[1] Elliptical polarization

[2] Left-handed Polarized

[3] Righ-handed Polarized



شکل ۲-۵: بیضی ایجادشده از چرخش نوک بردار میدان الکتریکی در یک مکان خاص از فضا به‌همراه پارامترهای بیضی. موج در جهت z+ انتشار می‌یابد و بیضی در خلاف جهت انتشار موج مشاهده شده است.

در ادامه به بررسی شرایطی می‌پردازیم که کمیت‌های o و φ دارای مقادیر خاص هستند:

۱. پلاریزاسیون خطی[1]: پلاریزاسیون خطی زمانی رخ می‌دهد که در ازای هر مقدار از o، $\varphi = 0$ یا $\varphi = \pi$ باشد. همچنین این نوع پلاریزاسیون با $\psi = 0$ و $\theta = o$ زمانی‌که $\varphi = 0$ و $\theta = \pi - o$ به شرط $\varphi = \pi$، مشخص می‌شود. واضح است که دراین‌حالت ξ_y / ξ_x، حقیقی است؛ درنتیجه پلاریزاسیون خطی با بردار واحد مشخص می‌شود:

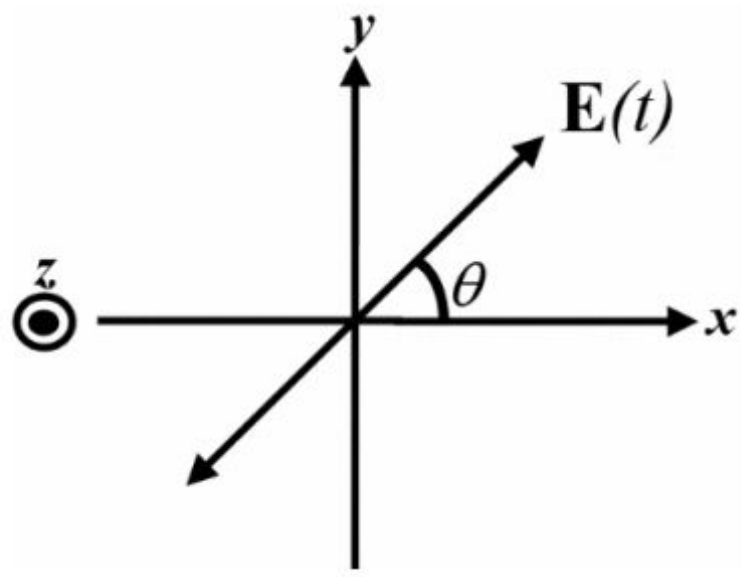
$$\hat{e} = \hat{a}_x \cos\theta + \hat{a}_y \sin\theta \qquad (۸۹-۲)$$

در این صورت برای رابطهٔ (۲-۸۶) مربوط به میدان الکتریکی داریم:

$$\mathbf{E}(t) = \xi \hat{e} \cos\ \omega t \qquad (۹۰-۲)$$

[1] Linear polarized

نوک بردار میدان الکتریکی دراین‌حالت یک خط را دنبال می‌کند که با محور x مطابق شکل ۲-۶ زاویهٔ θ می‌سازد.



شکل ۲-۶: میدان الکتریکی موج با پلاریزاسیون خطی.

۲. پلاریزاسیون دایره‌ای[1]: پلاریزاسیون دایره‌ای زمانی رخ می‌دهد که $\varphi = \neq/2$ یا $\neq/2-$ و $o = \neq/4$. این نوع پلاریزاسیون با $\psi = \neq/4$ یا $\neq/4-$ و $\theta = 0$ نیز مشخص می‌شود. با توجه به اینکه $o = \neq/4$ است؛ لذا داریم $|\xi_y| = |\xi_x| = \xi/\sqrt{2}$. در این گونه پلاریزاسیون دو حالت متفاوت داریم:

الف) پلاریزاسیون دایره‌ای چپ‌گرد[2]: زمانی‌که $\varphi = \neq/2$ و $\psi = \neq/4$ پلاریزاسیون موج انتشاری در جهت $+z$، دایره‌ای چپ‌گرد است. دامنهٔ میدان مختلط در رابطهٔ (۲-۸۴) ساده می‌شود:

$$\xi = \xi \frac{\hat{a}_x + i\hat{a}_y}{\sqrt{2}} \qquad (۲-۹۱)$$

همچنین برای رابطهٔ (۲-۸۶) مربوط به میدان الکتریکی می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}\xi(\hat{a}_x \cos\omega t + \hat{a}_y \sin\omega t) \qquad (۲-۹۲)$$

---

[1] Circular polarized

[2] Left-circular polarized

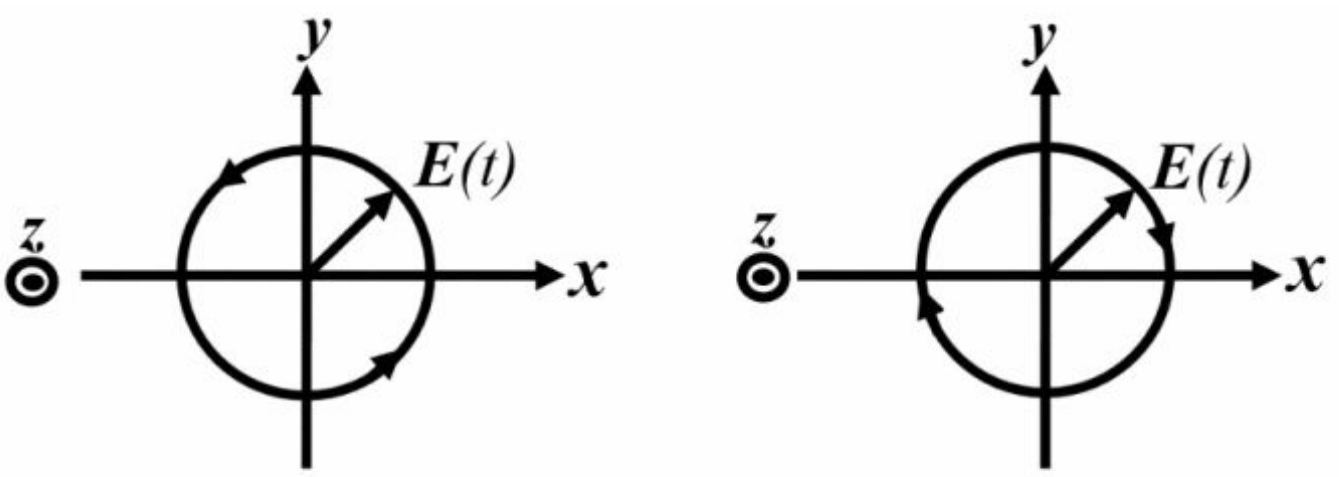
میدان الکتریکی با فرکانس زاویه‌ای ω به‌صورت پادساعت‌گرد می‌چرخد و نوک این بردار بر یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند که در شکل ۲-۷ (شکل سمت چپ) نشان داده شده است.
ب) پلاریزاسیون دایره‌ای راست‌گرد[1] : زمانی‌که $\varphi = -\neq/2$ و $\psi = -\neq/4$ پلاریزاسیون موج انتشاری در جهت $+z$، دایره‌ای راست‌گرد است؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$\xi = \xi\frac{\hat{a}_x - i\hat{a}_y}{\sqrt{2}} \qquad (۹۳-۲)$$

و

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}\xi(\hat{a}_x \cos\omega t - \hat{a}_y \sin\omega t) \qquad (۹۴-۲)$$

دراین‌حالت نوک بردار میدان الکتریکی به‌صورت ساعت‌گرد بر یک دایره می‌چرخد که در شکل ۲-۷ (شکل سمت راست) نشان داده شده است.



موج با پلاریزاسیون دایره‌ای راستگرد **موج با پلاریزاسیون دایره‌ای چپگرد**

شکل ۲-۷: پلاریزاسیون دایره‌ای چپ‌گرد (سمت چپ). پلاریزاسیون دایره‌ای راست‌گرد (سمت راست). نوک بردار میدان الکتریکی در موج با پلاریزاسیون دایره‌ای راست‌گرد بر دایره به‌صورت ساعت‌گرد و در موج با پلاریزاسیون دایره‌ای چپ‌گرد بر دایره به‌صورت پادساعت‌گرد می‌چرخد.

[1]Right-circular polarized

با توجه به روابط (۲-۹۲) و (۲-۹۴) حاصل‌جمع یک موج با پلاریزاسیون دایره‌ای چپ‌گرد و موج با پلاریزاسیون دایره‌ای راست‌گرد یک موج با پلاریزاسیون خطی در راستای محور x است.

۲-۹. سرعت فاز، سرعت گروه و پاشندگی

سرعت فاز یک موج الکترومغناطیسی انتشاری تخت، سرعت نقاط با فاز ثابت است. با انتشار یک موج نوری تخت تک رنگ مشابه با آنچه در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، سرعت صفحات با فاز ثابت عبارت است از:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} \qquad (۲-۹۵)$$

در یک محیط بدون اتلاف، سرعت فاز به‌صورت $v_{ph} = \omega/\beta$ بیان می‌شود. با توجه به اینکه $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$، لذا سرعت فاز از رابطهٔ داده‌شده نیز محاسبه می‌شود:

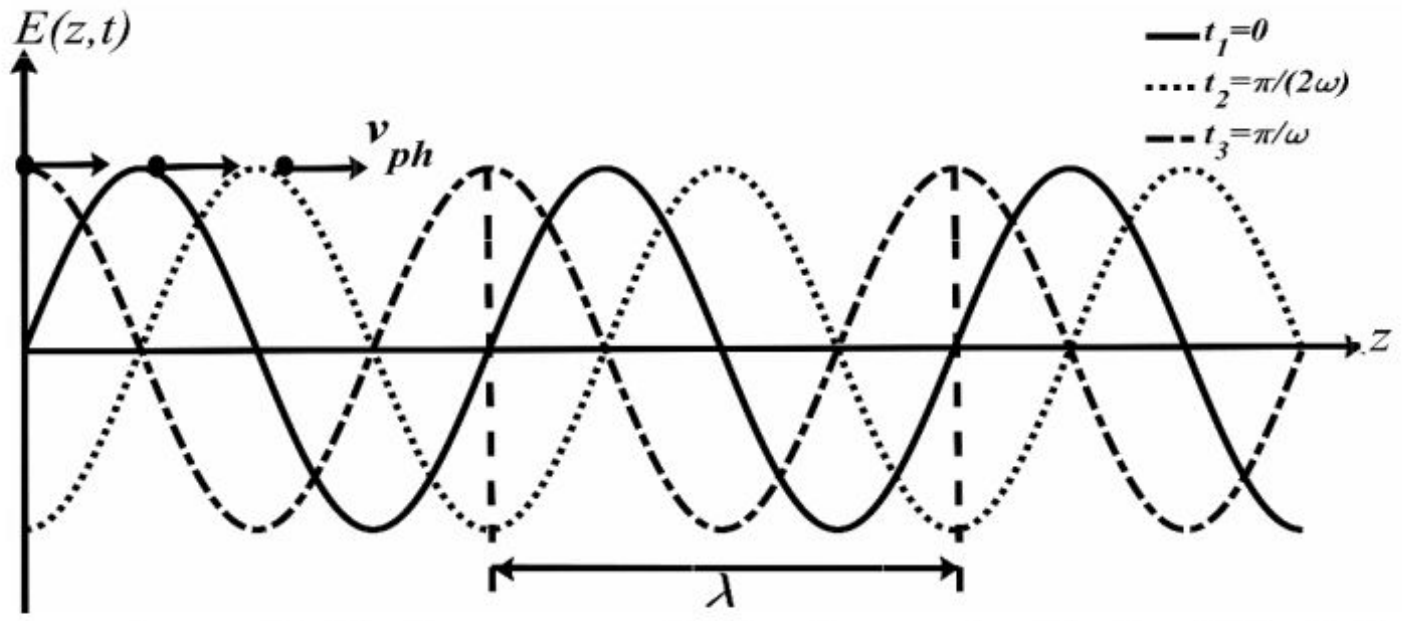
$$v_{ph} = \frac{c}{n} \qquad (۲-۹۶)$$

که در آن c سرعت نور در فضای آزاد است. برای یک موج تخت انتشاری در جهت $+z$ در یک محیط بدون اتلاف با ضریب شکست n مؤلفهٔ میدان الکتریکی در شکل ۲-۸ نشان داده شده است. نقطهٔ مشخص‌شده در شکل، نقطه با فاز ثابت (فاز صفر) است، که با سرعت فاز v_{ph} طبق رابطهٔ (۲-۹۶) حرکت می‌کند.

ضریب شکست یک محیط تابعی از فرکانس است؛ درنتیجه سرعت فاز تابعی از فرکانس موج ورودی است. پاشندگی سرعت فاز[1] به‌سبب آنکه $dn/d\omega \neq 0$ تعریف می‌شود. در پاشندگی معمول[2] $dn/d\omega > 0$ و $dn/d\lambda < 0$. برای پاشندگی غیرمعمول[3] $dn/d\omega < 0$ و $dn/d\lambda > 0$ [۶]؛ به‌عبارت‌دیگر در پاشندگی معمول، نور تک‌رنگ با فرکانس پایین یا طول موج بلند سریع‌تر از موج با فرکانس بالا یا طول موج کوتاه انتشار می‌یابد. بالعکس در پاشندگی

[1] Phase velocity dispersion
[2] Normal dispersion
[3] Anomalous dispersion

غیرمعمول نور تک‌رنگ با فرکانس بالا یا طول موج کوتاه سریع‌تر از موج تک‌رنگ با فرکانس پایین یا طول موج بلند در محیط انتشار می‌یابد.



شکل ۲-۸: مؤلفهٔ میدان الکتریکی موج تخت انتشاری در جهت $z+$. با انتشار موج تخت در جهت $z+$ نقطه با فاز ثابت صفر که در شکل مشخص شده است، با سرعت فاز c/n حرکت می‌کند.

در عمل امکان تولید نور کاملاً تک‌رنگ وجود ندارد و موج نوری درحالت‌کلی از چند مؤلفهٔ موج با فرکانس‌های مختلف تشکیل شده است. غالباً گروهی از امواج با فرکانس‌های بسیار نزدیک به‌هم وجود دارند، که یک بستهٔ موج[1] را تشکیل می‌دهند. شکل‌گیری یک بستهٔ موج متشکل از ترکیب سه موج با فرکانس‌های بسیار نزدیک به‌هم در شکل ۲-۹ نشان داده شده است. بستهٔ موج با سرعت فاز هر یک از امواج حرکت نمی‌کند، بلکه با سرعت گروه جابه‌جا می‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر سرعت گروه سرعتی است که پوش بستهٔ موج با آن سرعت حرکت می‌کند. سرعت گروه از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید:

$$v_g = \frac{\delta\omega}{\delta k} \qquad (۹۷-۲)$$

در حد که $\delta\omega \to 0$ برای سرعت گروه داریم:

[1] Wave packet

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\lambda}{dk}\frac{d\omega}{d\lambda} = (\frac{d}{d\lambda}(\frac{2\pi n}{\lambda}))^{-1}(-\frac{\omega}{\lambda})$$
$$= \frac{-\omega}{2\pi\lambda}(\frac{1}{\lambda}\frac{dn}{d\lambda} - \frac{n}{\lambda^2})^{-1} \qquad (۹۸-۲)$$
$$= \frac{c}{(n-\lambda\frac{dn}{d\lambda})} = \frac{c}{N_g}$$

پارامتر N_g شاخص گروه[1] خوانده می‌شود. پاشندگی سرعت گروه[2]، که ضریبی بدون بُعد است و نقش مهّمی در انتشار پالس‌های نوری دارد، به‌صورت داده‌شده تعریف می‌شود [۵]:

$$D_{GV} = c\omega\frac{d^2k}{d\omega^2} = \frac{2\pi c^2}{\lambda}\frac{d^2k}{d\omega^2} \qquad (۹۹-۲)$$

پاشندگی ناشی از اختلاف در تأخیر زمانی انتشار پالس‌های با فرکانس متفاوت است و می‌تواند عامل پهن‌شدگی پالس نوری باشد. علامت پاشندگی سرعت گروه می‌تواند مثبت یا منفی باشد. علامت مثبت پاشندگی سرعت گروه $D_{GV}>0$، بیانگر آن است که پالس با طول موج بلند یا فرکانس کم، سریع‌تر از پالس با طول موج کوتاه و فرکانس بالا حرکت می‌کند. علامت منفی پارامتر D_{GV}، بدین معناست که پالس با طول موج کوتاه یا فرکانس بالا سریع‌تر از پالس با طول موج بلند یا فرکانس کم جابه‌جا می‌شود.

در تأخیر انتقالی و پهن‌شدگی پالس انتشاری در یک فیبر نوری، ضریب پاشندگی دیگری تعریف می‌شود [۵]:

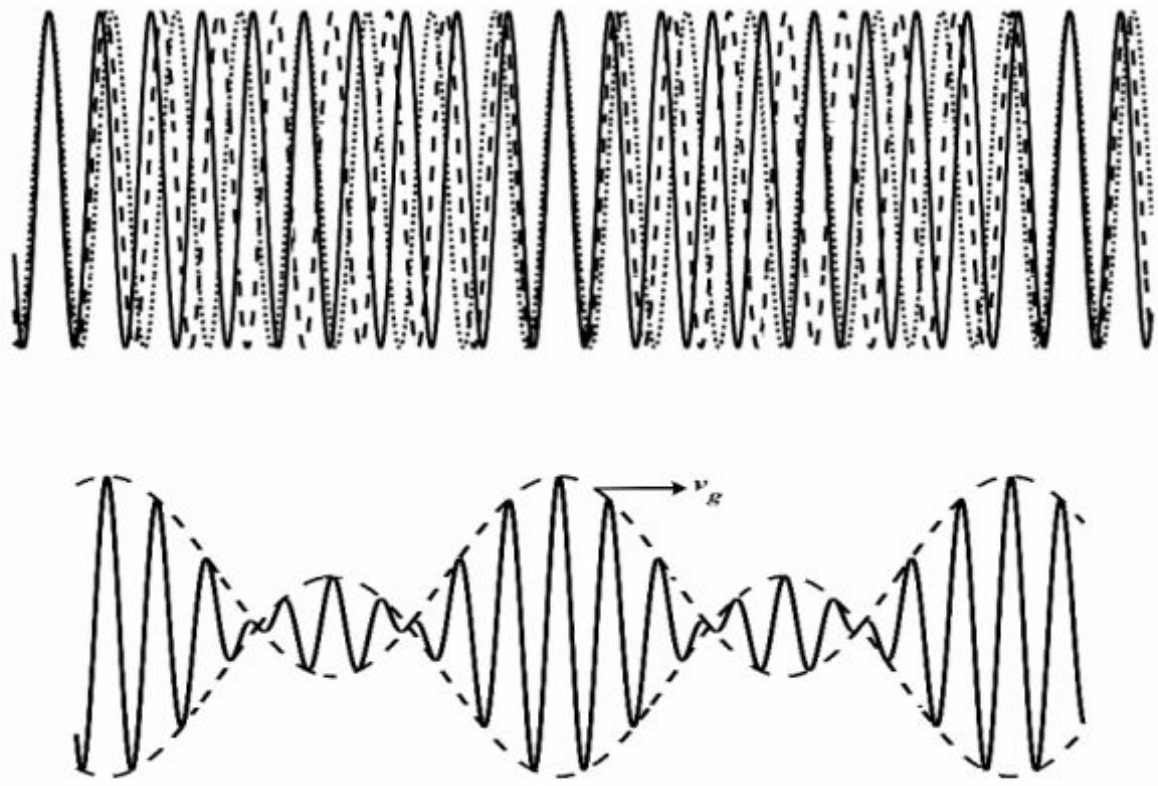
$$D_{\lambda,GV} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\frac{d^2k}{d\omega^2} = -\frac{D_{GV}}{c\lambda} \qquad (۱۰۰-۲)$$

ضریب $D_{\lambda,GV}$، تابعی از طول موج است و واحد آن پیکوثانیه بر کیلومتر بر نانومتر است. این ضریب معیاری از تأخیر انتقالی پالس رنگی در واحد طول است.

---

[1] Group Index

[2] Group Velocity Dispersion



شکل ۲-۹: بستهٔ موج متشکل از سه موج با فرکانس‌های نزدیک به‌هم. پوش تابع موج با سرعت گروه حرکت می‌کند

مثال ۲-۵: ضریب شکست یک ماده برحسب طول موج از رابطهٔ داده شده

$$n^2(\lambda) = 1.642 + \frac{0.809}{1 - 0.018/\lambda^2} + \frac{1.328}{1 - 150/\lambda^2}$$

محاسبه می‌شود. در رابطهٔ داده‌شده λ برحسب میکرومتر است. در طول موج $\lambda = 1.55\ \mu m$ مطلوب است محاسبهٔ: الف) سرعت فاز؛ ب) سرعت گروه؛ ج) پاشندگی سرعت گروه.

حل:

الف) ضریب شکست محیط در طول موج مورد نظر برابر با $n = 1.560$ است؛ درنتیجه از رابطهٔ (۲-۹۶) برای سرعت فاز داریم:

$$v_{ph} = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8\ (m/s)}{1.560} = 1.922 \times 10^8\ (m/s)$$

ب) سرعت گروه از رابطهٔ (۲-۹۷) تعیین می‌شود:

$$\frac{dn}{d\lambda}\Big|_{\lambda=1.55\ \mu m} = -0.0116\ (\mu m^{-1})$$

$$\Rightarrow v_g = \frac{c}{(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda})} = \frac{3\times 10^8\ (m/s)}{1.560 + 1.55\ (\mu m)\times 0.0116\ (\mu m^{-1})} = 1.901\times 10^8\ (m/s)$$

ج) از رابطهٔ (۲-۹۹) برای پاشندگی سرعت گروه می‌توان نوشت:

$$D_{GV} = \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

از رابطهٔ ضریب شکست مقدار پاشندگی سرعت گروه $D_{GV} = -5.637 \times 10^{-4}$.

۲-۱۰. اصل جمع آثار

غالباً در توصیف پدیده‌های نوری با مسئلهٔ یافتن موج برآیند ناشی از دو یا چند منبع موج در یک نقطه از فضا روبرو می‌شویم. براساس اصل جمع آثار، میدان الکتریکی موج برآیند ناشی از دو یا چند موج سینوسی، که به‌صورت همزمان در مکان و زمان مشخص عمل می‌کنند، برآیند میدان‌های الکتریکی هر یک از امواج است؛ براین‌اساس:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \ldots \qquad (۲-۱۰۱)$$

که در آن $\mathbf{E}_1$، $\mathbf{E}_2$ و $\mathbf{E}_3$ مؤلفهٔ میدان‌های الکتریکی هر یک از منابع موج در زمان و مکان مشخص هستند. در ساده‌ترین حالت جمع آثار دو موج تخت انتشاری در جهت $+z$ را در یک محیط بدون اتلاف با فرکانس یکسان و فازهای ثابت φ_{E1} و φ_{E2} درنظرمی‌گیریم:

$$\mathbf{E}_1 = \xi_{01} \cos(\omega t - \beta z - \varphi_{E1})\hat{a}_x$$
$$\mathbf{E}_2 = \xi_{02} \cos(\omega t - \beta z - \varphi_{E2})\hat{a}_x \qquad (۲-۱۰۲)$$

میدان برآیند برابراست با:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = [\xi_{01}\cos(\omega t - \beta z - \varphi_{E1}) + \xi_{02}\cos(\omega t - \beta z - \varphi_{E2})]\,\hat{a}_x \qquad (۱-۱۰۳-۲)$$

که می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E} = [(\xi_{01}\cos\varphi_{E1} + \xi_{02}\cos\varphi_{E2})\cos(\omega t - \beta z) + (\xi_{01}\sin\varphi_{E1} + \xi_{02}\sin\varphi_{E2})\sin(\omega t - \beta z)]\,\hat{a}_x \qquad (۲-۱۰۳-۲)$$

درنهایت برای میدان الکتریکی موج برآیند داریم:

$$\mathbf{E} = \xi_0\cos(\omega t - \beta z - \varphi_E)\,\hat{a}_x \qquad (۱-۱۰۴-۲)$$

که در آن:

$$\xi_0^2 = (\xi_{01}\cos\varphi_{E1} + \xi_{02}\cos\varphi_{E2})^2 + (\xi_{01}\sin\varphi_{E1} + \xi_{02}\sin\varphi_{E2})^2 \qquad (۲-۱۰۴-۲)$$

$$\xi_0^2 = \xi_{01}^2 + \xi_{02}^2 + 2\xi_{01}\xi_{02}\cos(\varphi_{E2} - \varphi_{E1}) \qquad (۳-۱۰۴-۲)$$

و

$$\tan\varphi_E = \frac{(\xi_{01}\sin\varphi_{E1} + \xi_{02}\sin\varphi_{E2})}{(\xi_{01}\cos\varphi_{E1} + \xi_{02}\cos\varphi_{E2})} \qquad (۴-۱۰۴-۲)$$

طبق رابطهٔ (۲-۱۰۴-۱) برآیند دو موج سینوسی هم فرکانس، یک موج سینوسی با فرکانس برابر با فرکانس امواج اولیه است. موج برآیند در معادلهٔ موج صدق می‌کند. با استدلال مشابه، برآیند هر تعداد موج سینوسی با فرکانس یکسان یک موج سینوسی با همان فرکانس است. در این شرایط داریم [۹]:

$$\xi_0^2 = (\sum_s \xi_{0s}\cos\varphi_{Es})^2 + (\sum_s \xi_{0s}\sin\varphi_{Es})^2 \qquad (۱-۱۰۵-۲)$$

یا

$$\bar{\xi}_0^2 = \sum_s \bar{\xi}_{0s}^2 + \sum_s \sum_t \bar{\xi}_{0s}\bar{\xi}_{0t}\cos(\varphi_{Et} - \varphi_{Es}) \qquad ; s \uparrow t \tag{۲-۱۰۵-۲}$$

و

$$\tan\varphi_E = \frac{\sum_s \bar{\xi}_{0s}\sin\phi_{Es}}{\sum_s \bar{\xi}_{0s}\cos\phi_{Es}} \tag{۳-۱۰۵-۲}$$

درصورتی‌که امواج نوری ناشی از منابع نوری کاملاً مستقل از هم باشند و هر منبع دارای گسترهٔ فضایی مجزا باشد، اختلاف فاز $(\varphi_{Et} - \varphi_{Es})$ در معادله به‌صورت تصادفی تغییر می‌کند و مقدار متوسط $\cos(\varphi_{Et} - \varphi_{Es})$ صفر است. هر مقدار مثبت از اختلاف فاز، متناظر با یک مقدار منفی است؛ بنابراین شدّت موج نوری برآیند منابع مستقل نوری عبارت است از:

$$\bar{\xi}_0^2 = \sum_s \bar{\xi}_{0s}^2 \tag{۱۰۶-۲}$$

شدّت موج برآیند، جمع شدّت هر یک از منابع نوری مستقل است. دراین‌حالت گفته می‌شود که منابع ناهمدوس[1] هستند؛ به‌عبارت‌دیگر در منابع ناهمدوس اختلاف فاز ثابت نیست و شدّت تابش در سطحی که در معرض تابش این منابع قرارگرفته است، یکنواخت است. منابع ناهمدوس به‌دلیل اینکه شدّت موج برآیند طبق معادلهٔ (۲-۱۰۶) وابسته به مکان نیست، در نقطهٔ مقابل منابع همدوس[2] قرار دارند، که در آن‌ها اختلاف فاز میان منابع ثابت است. یک راه تولید منابع نوری همدوس استفاده از یک منبع نور تک‌رنگ و یک صفحه با روزنه‌هایی است که مقابل آن قرارگرفته است. درواقع با این کار چشمهٔ اصلی به چند چشمهٔ فرعی تقسیم می‌شود. در این شرایط همهٔ منابع نوری فرعی همدوس هستند؛ چراکه با تغییر فاز چشمهٔ نوری اصلی، تمام چشمه‌های نوری فرعی نیز به‌صورت هم‌فاز تغییر می‌کنند. در سطحی که در معرض تابش منابع هم‌فاز قرارمی‌گیرد، الگوهای تداخلی شامل نوارهای تاریک و روشن ایجاد می‌شود، درست مانند آنچه از آزمایش دو شکاف یانگ به‌دست می‌آید. با جابه‌جایی در

[1] incoherent [2] Coherent

راستای سطح، فاصلهٔ نسبی از منابع و اختلاف فاز میدان‌های الکتریکی در هر نقطه روی سطح تغییر می‌کند؛ بنابراین در نقاط مختلف سطح عبارت $\cos(\varphi_{E2}-\varphi_{E1})$ به‌طور متناوب از مثبت یک تا منفی یک دچار تغییرات می‌شود و شدّت در ازای $\cos(\varphi_{E2}-\varphi_{E1})=1$ به مقدار نهایت I_{max} می‌رسد که در آن:

$$I_{\max}=\xi_0^2=\xi_{01}^2+\xi_{02}^2+2\xi_{01}\xi_{02}=(\xi_{01}+\xi_{02})^2 \qquad (۱۰۷-۲)$$

کمترین مقدار شدّت در شرایطی حاصل می‌شود که $\cos(\varphi_{E2}-\varphi_{E1})=-1$؛ لذا کمترین مقدار شدّت عبارت است از:

$$I_{\min}=\xi_0^2=\xi_{01}^2+\xi_{02}^2-2\xi_{01}\xi_{02}=(\xi_{01}-\xi_{02})^2 \qquad (۱۰۸-۲)$$

مثال ۲-۶: دو موج تخت با فرکانس $100\ THz$ در یک محیط غیرمغناطیسی بدون اتلاف با ضریب شکست 3.5 هم‌جهت باهم انتشار می‌یابند. اگر میدان‌های الکتریکی دو موج هم‌جهت دارای دامنهٔ میدان‌ها مساوی و برابر با $2\times10^4\ (V/m)$ و اختلاف فاز دو موج انتشاری برابر با 30° باشد، مطلوب است: تعیین میدان الکتریکی موج برآیند در طول $5\mu m$ از انتشار و در لحظهٔ $t=0s$.

حل:

الف) با توجه به اینکه هر دو موج در محیط هم‌جهت انتشار می‌یابند؛ بنابراین جهت انتشار را می‌توان $+z$ درنظرگرفت. برای ثابت فاز دو موج از رابطهٔ (۲-۴۲) داریم:

$$\beta=\frac{\omega}{c}n=\frac{2\pi\times10^{14}\ (rad/m)\times3.5}{3\times10^8\ (m/s)}=7.33\times10^6\ (rad/m)$$

به‌دلیل اینکه انتشار دو موج تخت با اختلاف فاز مشخص را بررسی می‌کنیم، لذا می‌توان میدان‌های الکتریکی هر موج را در جهت $\hat{a}_x$ درنظرگرفت و چنین نوشت:

$$\mathbf{E}_1 = 2\times10^4\cos(2\pi\times10^{14}t - 7.33\times10^{14}z)\hat{a}_x\ (V/m)$$
$$\mathbf{E}_2 = 2\times10^4\cos(2\pi\times10^{14}t - 7.33\times10^{14}z - \frac{\pi}{6})\hat{a}_x\ (V/m)$$

میدان الکتریکی برآیند میدان‌های الکتریکی دو موج تخت است و برای دامنهٔ میدان الکتریکی موج برآیند، با توجه به برابری دامنه‌های مؤلفه‌های میدان الکتریکی دو موج، از رابطهٔ (۲-۱۰۴-۳) داریم:

$$\xi_0^2 = 2\xi_{01}^2(1+\cos(\varphi_{E2}-\varphi_{E1})) = 8\times10^8\ (V^2/m^2)\times(1+\cos(\frac{\pi}{6}))$$
$$\Rightarrow \xi_0 = 3.863\times10^4\ (V/m)$$

و از رابطهٔ (۲-۱۰۴-۴) می‌توان نوشت:

$$\tan\varphi_E = \frac{(\xi_{01}\sin\varphi_{E1}+\xi_{02}\sin\varphi_{E2})}{(\xi_{01}\cos\varphi_{E1}+\xi_{02}\cos\varphi_{E2})} = \frac{\sin(\pi/6)}{\cos(\pi/6)} \Rightarrow \varphi_E = \frac{\pi}{6}$$

با توجه به داده‌های حاصل میدان الکتریکی موج برآیند از رابطهٔ (۲-۱۰۴-۱) تعیین می‌شود:

$$\mathbf{E} = 3.863\times10^4\cos(2\pi\times10^{14}t - 7.33\times10^6 z - \frac{\pi}{6})\hat{a}_x\ (V/m)$$

در طول $z=5\ \mu m$ و در زمان $t=0\ s$ دامنهٔ میدان الکتریکی موج برآیند برابراست با:

$$\mathbf{E} = 3.863\times10^4\cos(7.33\times10^6\ (rad/m)\times5\ (\mu m) - \frac{\pi}{6})\hat{a}_x = -73.950\,\hat{a}_x\ (V/m)$$

۲-۱۱. قضیهٔ پوئینتینگ

امواج الکترومغناطیسی توان انتقال انرژی از یک نقطه به نقطهٔ دیگر را دارند و آهنگ انتقال انرژی توسط این امواج را می‌توان با استفاده از معادلات ماکسول تعیین کرد. با ضرب نقطه‌ای طرفین معادلهٔ (۲-۴-۱) در $\mathbf{H}$ و طرفین معادلهٔ (۲-۴-۲) در $\mathbf{E}$ داریم:

$$\mathbf{H}.(\nabla \times \mathbf{E}) = -\mathbf{H}.\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (۲-۱۰۹-۱)$$

$$\mathbf{E}.(\nabla \times \mathbf{H}) = \mathbf{E}.\mathbf{J} + \mathbf{E}.\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (۲-۱۰۹-۲)$$

با کم کردن رابطهٔ (۲-۱۰۹-۲) از (۲-۱۰۹-۱) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{H}.(\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E}.(\nabla \times \mathbf{H}) = -\mathbf{H}.\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{E}.\mathbf{J} - \mathbf{E}.\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (۲-۱۱۰)$$

با استفاده از اتحاد برداری $\nabla.(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H}.(\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E}.(\nabla \times \mathbf{H})$ می‌توان رابطه را بازنویسی کرد:

$$\nabla.(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\mathbf{H}.\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{E}.\mathbf{J} - \mathbf{E}.\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (۲-۱۱۱)$$

با تعریف بردار پوئینتینگ به‌صورت رابطهٔ (۲-۱۱۲)، که بیانگر چگالی شار انرژی (وات بر مترمربع) است، $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}=\propto\mathbf{H}$ درنهایت می‌توان رابطهٔ (۲-۱۱۱) را به‌صورت (۲-۱۱۳) بازنویسی کرد:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \qquad (۲-۱۱۲)$$

$$\nabla.\mathbf{S} = -\mathbf{H}.\propto\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mathbf{E}.\mathbf{J} - \mathbf{E}.\varepsilon\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (۲-۱۱۳)$$

با توجه به روابط چگالی انرژی الکتریکی و مغناطیسی به‌صورت[۷ و ۸]:

$$w_e = \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{E}.\mathbf{E} \qquad (۱۱۴-۲)$$

و

$$w_m = \frac{\alpha}{2}\mathbf{H}.\mathbf{H} \qquad (۱۱۵-۲)$$

قضیهٔ پوئینتینگ درحوزهٔ زمان بیان می‌شود:

$$\nabla.\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_m) - \mathbf{E}.\mathbf{J} \qquad (۱۱۶-۲)$$

براساس قضیهٔ پوئینتینگ شار توان یا دیورژانس چگالی توان $\mathbf{S}$ برابراست با نرخ کاهش چگالی انرژی الکتریکی و مغناطیسی منهای توان اهمی تلفاتی، $\mathbf{E}.\mathbf{J}$. با انتگرال‌گیری بر یک حجم V که توسط سطح A محصور شده است، می‌توان قضیهٔ پوئینتینگ را به‌دست آورد:

$$\iint_A (\mathbf{E}\times\mathbf{H}).\mathbf{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V (w_e + w_m)\,dV - \iiint_V (\mathbf{E}.\mathbf{J})\,dV \qquad (۱۱۷-۲)$$

که بیان می‌دارد شار توان خروجی از سطح A با نرخ کاهش انرژی‌های ذخیره‌شدهٔ الکتریکی و مغناطیسی منهای توان اهمی تلف‌شده برابراست. قضیهٔ پوئینتینگ بیانگر اصل پایستگی انرژی است که براساس آن شار توان خروجی از یک سطح با تغییرات زمانی انرژی ذخیره‌شدهٔ داخل حجم محصورشده توسط آن سطح برابراست.

با توجه به رابطهٔ (۲-۱۱۲)، $\mathbf{S}$ هم بر $\mathbf{E}$ و هم بر $\mathbf{H}$ عمود است و طبق رابطهٔ (۲-۷۲-۲) در جهت انتشار موج است؛ درنتیجه می‌توان جهت $\mathbf{S}$ را جهت انتشار انرژی دانست. لازم به ذکر است، که در فرامواد جهت انتشار انرژی خلاف جهت انتشار موج الکترومغناطیس است. با فرض میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج طبق روابط (۲-۵۷) و (۲-۶۳):

$$\mathbf{E}(z,t) = \xi_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x$$
$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{\xi_0}{|\eta|} e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)\hat{a}_y$$

برای بردار پوئینتینگ داریم:

$$\mathbf{S}(z,t) = \frac{\xi_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)\hat{a}_z \qquad (۱۱۸-۲)$$
$$= \frac{\xi_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z}[\cos\theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)]\hat{a}_z$$

میانگین زمانی بردار پوئینتینگ نسبت به مقدار لحظه‌ای آن دارای کاربرد بیشتری است. با متوسط‌گیری از رابطهٔ (۲-۱۱۸) در بازهٔ زمانی $T=2\pi/\omega$، نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{S}_{av}(z) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{S}(z,t)dt = \frac{\xi_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z}\cos(\theta_\eta)\hat{a}_z \qquad (۱۱۹-۲)$$

کل توان متوسطی که از سطح A خارج می‌شود و یک کمیت اسکالر برحسب وات است، برابراست با:

$$P_{av} = \int_A \mathbf{S}_{av}.\mathbf{dA} \qquad (۱۲۰-۲)$$

از طرفی برای بردار پوئینتینگ داریم:

$$\mathbf{S}(z,t) = \mathbf{E}(z,t)\times\mathbf{H}(z,t) = \mathrm{Re}[\xi(z)e^{i\omega t}]\times\mathrm{Re}[\boldsymbol{H}(z)e^{i\omega t}]$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\xi(z)e^{i\omega t} + \xi^*(z)e^{-i\omega t}]\times\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\boldsymbol{H}(z)e^{i\omega t} + \boldsymbol{H}^*(z)e^{-i\omega t}] \qquad (۱۲۱-۲)$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\xi(z)e^{i\omega t}\times\boldsymbol{H}^*(z)e^{-i\omega t} + \xi(z)e^{i\omega t}\times\boldsymbol{H}(z)e^{i\omega t}]$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\xi(z)\times\boldsymbol{H}^*(z) + \xi(z)\times\boldsymbol{H}(z)e^{2i\omega t}]$$

درنهایت مقدار میانگین بردار پوئینتینگ در فاصلهٔ زمانی T به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{S}_{av}(z) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{E}(z) \times \boldsymbol{H}^{*}(z)] \qquad (۱۲۲-۲)$$

یا درحالت‌کلی می‌توان مقدار میانگین زمانی بردار پوئینتینگ را به‌صورت (۲-۱۲۳) بیان کرد:

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{E} \times \boldsymbol{H}^{*}] \qquad (۱۲۳-۲)$$

مثال ۲-۷: مؤلفهٔ میدان الکتریکی یک موج تخت انتشاری در یک محیط غیرمغناطیسی با ضریب گذردهی نسبی واحد و رسانندگی الکتریکی $10^4\ (S/m)$ با فرکانس $100\ THz$ به‌صورت $\mathbf{E}(z,t) = 10^4 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x\ (V/m)$ مفروض است. مطلوب است محاسبهٔ: الف) ثابت تضعیف و ثابت فاز؛ ب) بردار پوئینتینگ لحظه‌ای؛ ج) توان متوسط عبوری از سطح به مساحت $200\ cm^2$ و به معادلهٔ $2z+3x=1$ برحسب طول انتشار؛ د) میانگین توان در $z=1.5\ \propto m$.

حل:

تانژانت تلفات از رابطهٔ (۲-۴۵) محاسبه می‌شود:

$$\tan\delta_c = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{10^4\ (S/m)}{2\neq \times 100\ (THz) \times 8.85\times 10^{-12}\ (F/m)} = 1.7984$$

از مجموعه روابط (۲-۵۲) برای ثابت تضعیف و ثابت فاز داریم:

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\propto\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}-1\right]}$$

$$= 2\neq \times 100(THz)\sqrt{\frac{4\neq \times 10^{-7}\ (H/m)\times 8.85\times 10^{-12}\ (F/m)}{2}\left[\sqrt{1+(1.7984)^2}-1\right]}$$

$$= 1.523\times 10^6\ (Np/m)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}[\sqrt{1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2}+1]}$$

$$= 2\pi\times 100\ (THz)\sqrt{\frac{4\pi\times 10^{-7}\ (H/m)\times 8.85\times 10^{-12}\ (F/m)}{2}[\sqrt{1+(1.7984)^2}+1]}$$

$$= 2.590\times 10^6\ (rad/m)$$

ب) از رابطهٔ (۲-۶۱) اندازه و فاز امپدانس ذاتی محیط تعیین می‌شود:

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\left(1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2\right)^{1/4}} = \frac{\sqrt{4\pi\times 10^{-7}\ (H/m)/8.85\times 10^{-12}\ (F/m)}}{\left(1+(1.7984)^2\right)^{1/4}} = 262.675\,\Omega$$

$$\theta_\eta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2}\tan^{-1}1.7984 \oplus 30$$

برای میدان مغناطیسی موج انتشاری از رابطهٔ (۲-۶۳) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{H}(z,t) = \frac{10^4\ (V/m)}{262.675\ \Omega}e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\frac{\pi}{6})\hat{a}_y$$

$$= 38.07e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\frac{\pi}{6})\hat{a}_y\ (A/m)$$

تابع زمانی بردار پوئینتینگ از رابطهٔ (۲-۱۱۸) محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{S}(z,t) = \mathbf{E}(z,t)\times\mathbf{H}(z,t)$$

$$= 38.07\times 10^4\times e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z)\times e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z-\frac{\pi}{6})\hat{a}_z$$

$$\Rightarrow \mathbf{S}(z,t) = 19.035e^{-2\alpha z}[\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos(2\omega t-2\beta z-\frac{\pi}{6})]\hat{a}_z\ (W/m^2)$$

ج) با توجه به معادلهٔ سطح مورد نظر برای بردار عمود بر سطح می‌توان نوشت:

$$\hat{a}_A = \frac{\hat{a}_z + \hat{a}_x}{\sqrt{13}}$$

با استفاده از رابطهٔ (۲-۱۱۹) مقدار متوسط بردار پوئینتینگ محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{S}_{av}(z) = \frac{\xi_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z} \cos(\theta_\eta)\hat{a}_z$$
$$= \frac{10^8\ (V^2/m^2)}{2\times 262.675\ \Omega} e^{-2\alpha z} \cos(\frac{\pi}{6})\hat{a}_z = 1.648\times 10^5 e^{-2\alpha z}\hat{a}_z\ (W/m^2)$$

و برای میانگین توان گذرنده از سطح از رابطهٔ (۲-۱۲۰) داریم:

$$P_{av} = \int_A \mathbf{S}_{av}.\mathbf{dA} = \int_A e^{-2\alpha z}\times 1.648\times 10^5\,\hat{a}_z\ (W/m^2).2\times 10^{-2}\ \frac{\hat{a}_z + \hat{a}_y}{\sqrt{13}}\ (m^2)$$
$$= e^{-2\alpha z}\times 9.14\times 10^2\ W$$

د) میانگین توان در $z=0.5\ \mu m$ برابراست با:

$$P_{av}\ |_{z=1.5\ \mu m} = e^{-2\times 1.523\times 10^6\ (Np/m)\times 0.5\ (\mu m)z}\times 9.14\times 10^2\ (W) = 199.303\ W$$

۲-۱۲. بازتاب و شکست

بازتاب و شکست یک موج نوری در مرز مشترک دو محیط مادی به ویژگی‌های دو محیط وابسته است. در ساده‌ترین حالت بازتاب و انعکاس در یک فصل مشترک تخت از دو محیط دی‌الکتریک خطی، بدون اتلاف، همگن و همسان‌گرد را درنظرمی‌گیریم. در این شرایط ضریب گذردهی الکتریکی دو محیط ε_1 و ε_2 ثابت‌های حقیقی هستند و در فرکانس‌های نوری نیز ضریب نفوذپذیری هر دو محیط با μ_0 برابراست. فرض می‌کنیم موج نوری از محیط با بردار موج $\mathbf{k}_i$ به مرز مشترک دو محیط برخورد کند و بردار موج بازتاب‌شده $\mathbf{k}_R$ و بردار موج عبوری $\mathbf{k}_t$ باشد. به‌دلیل اینکه موج نوری تخت با $\exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r})$ توصیف می‌شود، بنابر شرایط

مرزی داده‌شده در معادلات (۲-۱۸)، در تمام نقاط فصل مشترک و در تمام زمان‌ها باید این شرط برقرار باشد:

$$\mathbf{k}_i.\mathbf{r} = \mathbf{k}_R.\mathbf{r} = \mathbf{k}_t.\mathbf{r} \qquad (۱۲۴-۲)$$

شرط داده‌شده ایجاب می‌کند که بردارهای $\mathbf{k}_R$،$\mathbf{k}_i$ و $\mathbf{k}_t$ همگی در یک صفحه، که صفحهٔ برخورد خوانده می‌شود، قرار داشته باشند. صفحهٔ برخورد صفحه‌ای عمود بر فصل مشترک دو محیط است که شامل بردار عمود بر فصل مشترک و بردار موج برخوردی است. (شکل‌های ۲-۱۰ و ۲-۱۱ را ببینید). تصویر سه بردار موج بر فصل مشترک نیز با هم برابراست:

$$k_i \sin\theta_i = k_R \sin\theta_R = k_t \sin\theta_t \qquad (۱۲۵-۲)$$

که θ_i، زاویهٔ برخورد، θ_R و θ_t به‌ترتیب زوایای بازتاب و شکست هستند. طبق شکل‌های ۲ -۱۰ و ۲-۱۱، این سه زاویه زوایای بین بردار معمول فصل مشترک $\hat{a}_n$ و بردارهای موج مربوطه هستند. به‌دلیل اینکه $k_i=k_R$ و $k_i/k_t=n_1/n_2$ بنابراین از رابطهٔ (۲-۱۲۵) داریم:

$$\theta_i = \theta_R \qquad (۱۲۶-۲)$$

همچنین به قانون اسنل[1] می‌رسیم:

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_R \qquad (۱۲۷-۲)$$

میدان مغناطیسی برحسب میدان الکتریکی و بردار موج به‌صورت $\mathbf{k}\times\mathbf{E}$ بیان می‌شود؛ درنتیجه با معلوم بودن میدان الکتریکی و بردار موج مربوط به موج برخوردی، می‌توان میدان‌های امواج بازتاب و شکست را به کمک شرایط مرزی داده‌شده در مجموعه معادلات (۲-۱۸) تعیین کرد. ازآنجاکه برای هر پلاریزاسیون دلخواه از نور، مؤلفهٔ میدان الکتریکی نور

[1] Snell law

برخوردی $\mathbf{E_i}$ به دو مؤلفهٔ عمود بر صفحهٔ برخورد و موازی با صفحهٔ برخورد تجزیه می‌شود؛ لذا این دو حالت را به‌صورت مجزا بررسی می‌کنیم و دو مد مختلف از پلاریزاسیون میدان مطرح می‌شوند. درنهایت پاسخ کامل جمع آثاری از نتایج به‌دست آمده این دو حالت است.

۲-۱۲-۱. پلاریزاسیون TE (موج s یا موج σ)

زمانی‌که میدان الکتریکی در راستای عمود بر صفحهٔ برخورد به‌صورت خطی پلاریزه شود و میدان مغناطیسی مطابق با شکل ۲-۱۰ موازی با صفحهٔ برخورد باشد، این پلاریزاسیون، پلاریزاسیون الکتریکی عرضی یا پلاریزاسیون عمودی خوانده می‌شود. این موج همچنین موج s یا موج σ نیز خوانده می‌شود. در این شرایط مطابق شکل ۲-۱۰ برای مؤلفهٔ میدان الکتریکی موج نوری داریم:

$$\mathbf{E_i}(\mathbf{r}) = \xi_i \exp(-i\mathbf{k_i}.\mathbf{r})\hat{a}_z \qquad (۱۲۸-۲)$$

در رابطهٔ داده‌شده:

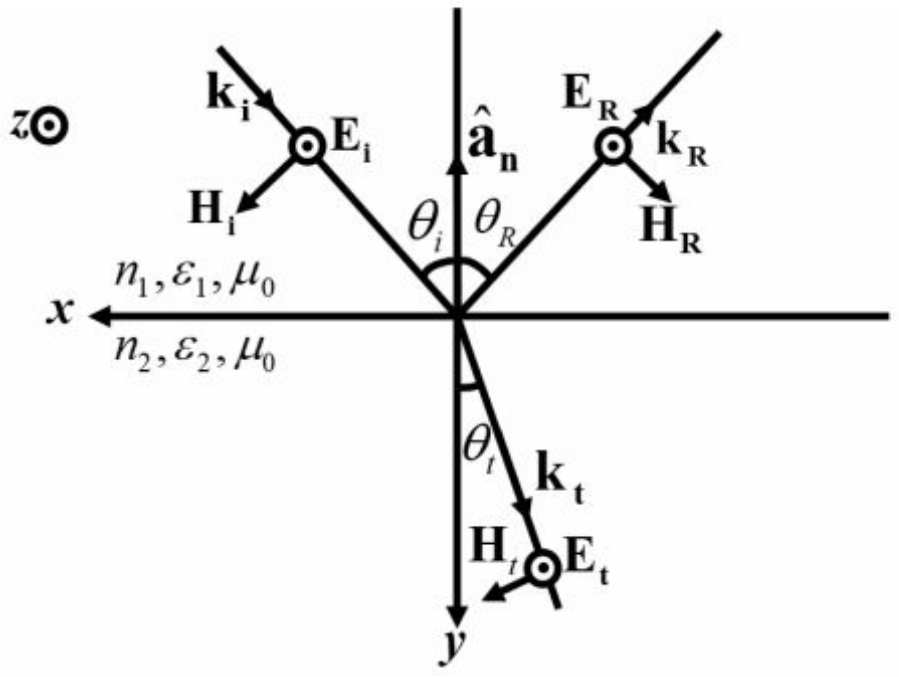
$$\mathbf{k_i} = -k_i \sin\theta_i \hat{a}_x + k_i \cos\theta_i \hat{a}_y \qquad (۱-۱۲۹-۲)$$

و

$$\mathbf{r} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z \qquad (۲-۱۲۹-۲)$$

با توجه به اینکه هر دو محیط را بدون اتلاف درنظرگرفته‌ایم؛ لذا رابطهٔ (۲-۱۲۸) را می‌توان بازنویسی کرد:

$$\mathbf{E_i}(x,y) = \xi_i \exp(-i\beta_1(-x\sin\theta_i + y\cos\theta_i))\hat{a}_z \qquad (۱۳۰-۲)$$



شکل ۲-۱۰: بازتاب و شکست یک موج با پلاریزاسیون *TE* در مرز مشترک دو محیط خطی، همگن، بدون اتلاف و همسان‌گرد. شکل با فرض $n_2 > n_1$ ترسیم شده است.

همچنین به کمک رابطهٔ (۲-۳۲-۱) میدان مغناطیسی موج برخوردی برابراست با:

$$\mathbf{H_i}(x,y) = \frac{1}{\omega\mu_0}[\mathbf{k_i} \times \mathbf{E_i}]$$

$$= \frac{1}{\eta_1}\xi_i \exp(-i\beta_1(-x\sin\theta_i + y\cos\theta_i))[-\sin\theta_i\hat{a}_x + \cos\theta_i\hat{a}_y] \times \hat{a}_z \qquad (۱۳۱-۲)$$

$$= \frac{\xi_i}{\eta_1}\exp(-i\beta_1(-x\sin\theta_i + y\cos\theta_i))[\cos\theta_i\hat{a}_x + \sin\theta_i\hat{a}_y]$$

به‌صورت مشابه می‌توان نشان داد که برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج نوری بازتاب‌شده داریم:

$$\mathbf{E_R}(x,y) = \xi_R \exp(i\beta_1(x\sin\theta_R + y\cos\theta_R))\hat{a}_z \qquad (۱-۱۳۲-۲)$$

$$\mathbf{H_R}(x,y) = \frac{\xi_R}{\eta_1}\exp(i\beta_1(x\sin\theta_R + y\cos\theta_R)) \qquad (۲-۱۳۲-۲)$$

$$\times[-\cos\theta_R\hat{a}_x + \sin\theta_R\hat{a}_y]$$

مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی موج عبوری نیز به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{E_t}(x,y) = \xi_t \exp(-i\beta_2(-x\sin\theta_t + y\cos\theta_t))\hat{a}_z \qquad (۱-۱۳۳-۲)$$

$$\mathbf{H_t}(x,y) = \frac{\xi_t}{\eta_2}\exp(-i\beta_2(-x\sin\theta_t + y\cos\theta_t)) \times[\cos\theta_t\hat{a}_x + \sin\theta_t\hat{a}_y] \qquad (۲-۱۳۳-۲)$$

از روابط (۲-۱۶) در فصل مشترک دو محیط مؤلفه‌های مماسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی پیوسته هستند:

$$E_{iz}(x,0) + E_{Rz}(x,0) = E_{tz}(x,0) \qquad (۱-۱۳۴-۲)$$

$$H_{ix}(x,0) + H_{Rx}(x,0) = H_{tx}(x,0) \qquad (۲-۱۳۴-۲)$$

درنتیجه داریم:

$$\xi_i \exp(i\beta_1\sin\theta_i x) + \xi_R\exp(i\beta_1\sin\theta_R x) = \xi_t\exp(i\beta_2\sin\theta_t x) \qquad (۱-۱۳۵-۲)$$

$$\frac{\xi_i}{\eta_1}\cos\theta_i\exp(i\beta_1\sin\theta_i x) + \frac{\xi_R}{\eta_1}(-\cos\theta_R)\exp(i\beta_1\sin\theta_R x) = \frac{\xi_t}{\eta_2}\cos\theta_t\exp(i\beta_2\sin\theta_t x) \qquad (۲-۱۳۵-۲)$$

با استفاده از روابط (۲-۱۲۶) و (۲-۱۲۷) از مجموعه معادلات (۲-۱۳۵) می‌توان نوشت:

$$\xi_i + \xi_R = \xi_t \qquad (۱-۱۳۶-۲)$$

$$\frac{1}{\eta_1}(\xi_i - \xi_R)\cos\theta_i = \frac{\xi_t}{\eta_2}\cos\theta_t \qquad (۲-۱۳۶-۲)$$

درنهایت با توجه به تعریف امپدانس ذاتی محیط در رابطهٔ (۲-۶۵) و اینکه هر دو محیط در فرکانس‌های نوری غیرمغناطیسی هستند، ضرایب بازتاب و عبور میدان الکتریکی از روابطی که به معادلات فرسنل[1] مشهور هستند، به‌دست می‌آیند [۵]:

$$r_s \equiv \frac{\xi_R}{\xi_i} = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{n_1 \cos\theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{n_1 \cos\theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \qquad (۱-۱۳۷-۲)$$

$$t_s \equiv \frac{\xi_t}{\xi_i} = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \qquad (۲-۱۳۷-۲)$$

شدّت بازتاب R_s و عبور T_s، که به بازتاب و عبور معروف هستند، حاصل می‌شوند [۵]:

$$R_s \equiv \frac{I_R}{I_i} = \frac{|\mathbf{S}_R.\hat{\mathbf{a}}_n|}{|\mathbf{S}_i.\hat{\mathbf{a}}_n|} = \left|\frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}\right|^2 \qquad (۱-۱۳۸-۲)$$

و

$$T_s \equiv \frac{I_t}{I_i} = \frac{|\mathbf{S}_t.\hat{\mathbf{a}}_n|}{|\mathbf{S}_i.\hat{\mathbf{a}}_n|} = 1 - R_s \qquad (۲-۱۳۸-۲)$$

[1] Fresnel equations

۲-۱۲-۲. پلاریزاسیون *TM* (موج *p* یا موج π)

در پلاریزاسیون مغناطیسی عرضی طبق شکل۲-۱۱، میدان الکتریکی در راستای موازی با صفحهٔ برخورد به‌صورت خطی پلاریزه شده است، درحالیکه میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ برخورد پلاریزه شده است. این موج همچنین موج *p* یا π خوانده می‌شود.

ضرایب بازتاب و عبور میدان الکتریکی از معادلات فرسنل با روندی مشابه با پلاریزاسیون *TE* به‌دست می‌آیند [۵]:

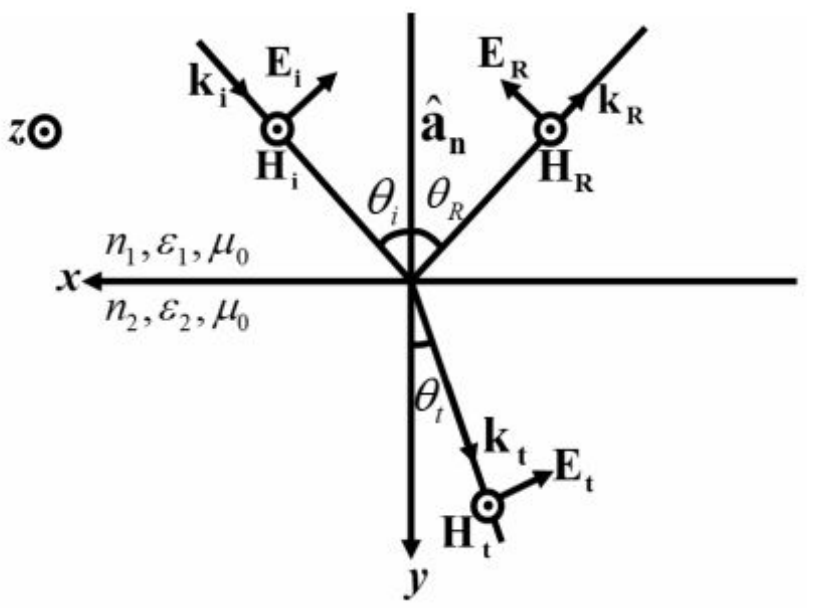
$$r_p \equiv \frac{\xi_R}{\xi_i} = \frac{n_2\cos\theta_i - n_1\cos\theta_t}{n_2\cos\theta_i + n_1\cos\theta_t} = \frac{n_2^2\cos\theta_i - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}{n_2^2\cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}} \qquad (۱-۱۳۹-۲)$$

$$t_p \equiv \frac{\xi_t}{\xi_i} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_2\cos\theta_i + n_1\cos\theta_t} = \frac{2n_1n_2\cos\theta_i}{n_2^2\cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}} \qquad (۲-۱۳۹-۲)$$

شدّت بازتاب و عبور نیز در پلاریزاسیون *TM* به‌دست می‌آیند[۵]:

$$R_p \equiv \frac{I_R}{I_i} = \left|\frac{n_2\cos\theta_i - n_1\cos\theta_t}{n_2\cos\theta_i + n_1\cos\theta_t}\right|^2 \qquad (۱-۱۴۰-۲)$$

$$T_p \equiv \frac{I_t}{I_i} = 1 - R_p \qquad (۲-۱۴۰-۲)$$



شکل ۲-۱۱: بازتاب و شکست یک موج با پلاریزاسیون *TM* در مرز مشترک دو محیط خطی، همگن، بدون اتلاف و همسان‌گرد. شکل با فرض $n_1 < n_2$ ترسیم شده است.

درادامه مشخصهٔ بازتاب و انعکاس موج نوری در فصل مشترک دو محیط خلاصه‌شده است:

۱. برای پلاریزاسیون‌های *TE* و *TM*، $R_{s(p)} = \left|r_{s(p)}\right|^2$ و $R_{s(p)} + T_{s(p)} = 1$، درحالیکه $T_{s(p)} \neq \left|t_{s(p)}\right|^2$.

۲. درشرایطی‌که $n_1 < n_2$ و نور از محیط رقیق به محیط غلیظ بتابد، بازتاب را بازتاب خارجی[1] می‌خوانند. درحالتی‌که $n_2 < n_1$ و نور از محیط غلیظ به محیط رقیق برخورد کند، بازتاب را بازتاب داخلی[2] می‌نامند.

۳. درشرایطی‌که $\theta_i = \theta_t = 0$، برای هر دو پلاریزاسیون *TE* و *TM* داریم:

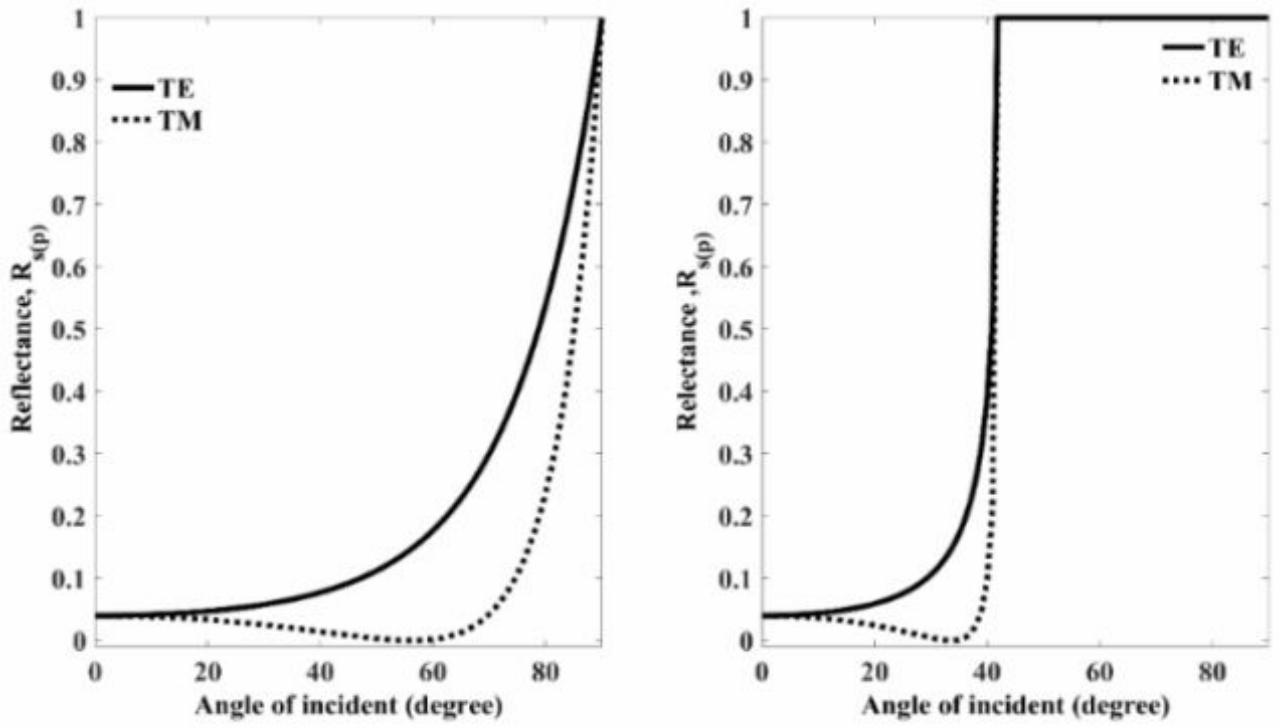
$$R_{s(p)} = \left|\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right|^2, \qquad T_{s(p)} = 1 - R_{s(p)} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \tag{۱۴۱-۲}$$

در بازتاب خارجی تحت برخورد عمودی، میدان الکتریکی بازتاب‌شده با میدان الکتریکی برخوردی $180°$ اختلاف فاز دارد و این اختلاف فاز در بازتاب داخلی صفر است؛ به‌علاوه در برخورد عمودی بازتاب و عبور مستقل از آن است که نور از کدام محیط به فصل مشترک دو محیط بتابد.

---

[1] External reflection [2] Internal reflection

۴. مطابق شکل ۲-۱۲ که بازتاب در دو پلاریزاسیون TE و TM برای بازتاب داخلی و خارجی نشان داده شده است، در پلاریزاسیون TE، R_s با افزایش زاویهٔ برخورد افزایش می‌یابد و در پلاریزاسیون TM، R_p با افزایش زاویهٔ برخورد ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



شکل ۲-۱۲: بازتاب در دو پلاریزاسیون TE و TM درحالتی‌که ضرایب شکست محیط‌ها برابر با 1 و 1.5 باشند. بازتاب خارجی (سمت چپ) بازتاب داخلی (سمت راست).

در پلاریزاسیون TM، مقدار R_p تحت زاویهٔ تابش $\theta_i=\theta_B$ که زاویهٔ بروستر[1] خوانده می‌شود، برابر با صفر است. زاویهٔ بروستر را می‌توان از رابطهٔ (۲-۱۴۰-۱) و قانون اسنل به‌دست آورد:

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} \qquad (۱۴۲-۲)$$

لازم به ذکر است که در پلاریزاسیون TE زاویهٔ بروستر در تابش موج به فصل مشترک دو محیط غیرمغناطیسی تعریف نمی‌شود؛ به همین دلیل است که در نمودار شکل ۲-۱۲ مربوط به بازتاب پلاریزاسیون TE ، بازتاب در ازای هیچ زاویه‌ای از تابش نور به صفر نمی‌رسد. در زاویهٔ بروستر موج تابشی کاملاً عبور می‌کند که سبب ایجاد یک پنجرهٔ کاملاً بدون اتلاف برای

[1] Brewster angle

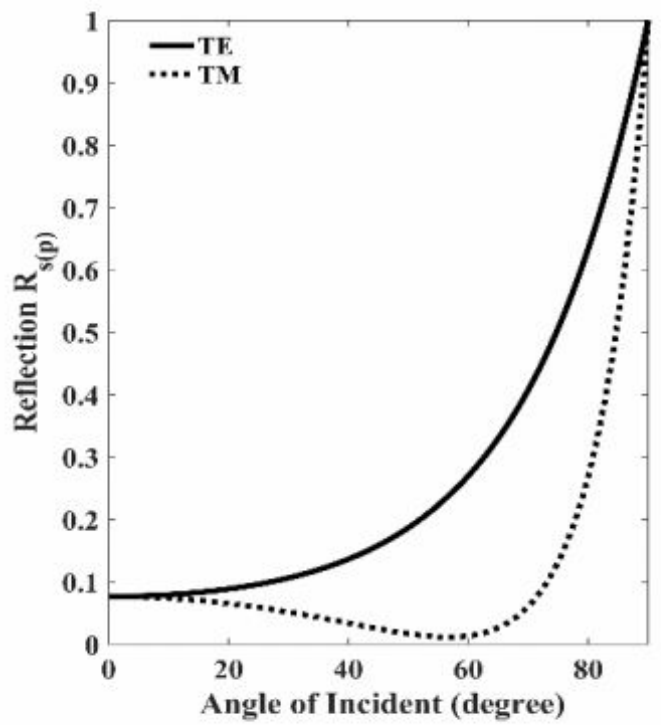
پلاریزاسیون *TM* می‌شود، که پنجرهٔ بروستر[1] نام دارد؛ افزون‌براین پلاریزاسیون موج بازتابی در زاویهٔ بروستر کاملاً *TE* است.

۵. تحت بازتاب داخلی $n_1 > n_2$ ، بازتاب کلی در شرایطی رخ می‌دهد که زاویهٔ تابش θ_i بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی[2] باشد:

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} \qquad (۱۴۳-۲)$$

۶. درحالت‌کلی محیط‌های نوری پاشنده[3] هستند (ضریب گذردهی و نفوذپذیری محیط و به‌تبع آن ضریب شکست محیط، تابعی از فرکانس است) در این شرایط بازتاب و عبور مانند زاویهٔ شکست تابعی از فرکانس نور برخوردی هستند.

۷. هرگاه یک محیط یا هر دو محیط دارای اتلاف یا بهره باشند، ضرایب شکست محیط نیز مختلط خواهند بود و بازتاب پلاریزاسیون *TM* دارای مقدار کمینه است، اما این مقدار صفر نیست. بازتاب مربوط به دو پلاریزاسیون *TE* و *TM* برای بازتاب خارجی، زمانی‌که تنها یک محیط دارای اتلاف یا بهره باشد (محیط دوم)، در شکل ۲-۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۳- بازتاب مربوط به دو پلاریزاسیون *TE* و *TM* تحت بازتاب خارجی زمانی‌که ضرایب شکست محیط‌ها برابر با $n_1=1$ و $n_2=1.5-0.5i$ باشند.

[1] Brewster window [2] Critical angle [3] Dispersive

مثال ۲-۸: موج تخت با مؤلفهٔ میدان الکتریکی

$$\mathbf{E} = 10^4 \cos(\omega t - 6\times10^5 x - 8\times10^5 y)\hat{a}_z \ (V/m)$$

از هوا به محیط غیرمغناطیسی با ضریب شکست $n=1.5$ برخورد می‌کند. مطلوب است تعیین: الف) فرکانس موج؛ ب) زوایای تابش، بازتاب و شکست؛ ج) میدان مغناطیسی امواج تابشی، بازتابی و عبوری؛ د) شدت بازتاب و عبور.

حل:

الف) با توجه به معادلهٔ میدان الکتریکی موج تابشی برای بردار موج تابشی داریم:

$$\mathbf{k} = 6\times10^5 \hat{a}_x + 8\times10^5 \hat{a}_y$$

مقدار عدد موج $10^6 \ (rad/m)$ است؛ درنتیجه فرکانس موج تابشی برابراست با:

$$\vartheta = \frac{kc}{2\neq} = \frac{10^6 \ (rad/m)\times 3\times10^8 \ (m/s)}{2\neq} = 4.774\times10^{13} \ Hz$$

ب) از رابطهٔ (۲-۱۲۹-۱) زاویهٔ تابش محاسبه می‌شود:

$$\tan\theta_i = \frac{k_{ix}}{k_{iy}} = \frac{6\times10^6 \ (rad/m)}{8\times10^6 \ (rad/m)} \Rightarrow \theta_i = 36.87^\circ$$

زاویهٔ بازتاب با زاویهٔ تابش برابراست $\theta_R = 36.87^\circ$ و زاویهٔ شکست از قانون اسنل به‌دست می‌آید:

$$\sin\theta_t = \frac{n_1 \sin\theta_i}{n_2} = \frac{1\times \sin 36.87^\circ}{1.5} \Rightarrow \theta_t = 23.578^\circ$$

ج) برای میدان مغناطیسی موج تابشی داریم:

$$\mathbf{H_i} = \frac{\xi_i}{\eta_1}\cos(\omega t - \vec{k}_i.\vec{r})[\hat{a}_{ki} \times \hat{a}_E]$$
$$= \frac{10^4\ (V/m)}{377\ \Omega}\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)[(0.6\hat{a}_x + 0.8\hat{a}_y) \times \hat{a}_z]$$
$$\Rightarrow \mathbf{H_i} = 21.22\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)\hat{a}_x$$
$$-15.915\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)\hat{a}_y\ (A/m)$$

دامنهٔ موج بازتابی و شکست از مجموعه روابط (۲-۱۳۶) و جاگذاری زوایای تابش، شکست و امپدانس ذاتی محیط دوم $\eta_2 = 251.333\ \Omega$ محاسبه می‌شود:

$$10^4 + \xi_R = \xi_t$$
$$\left\{\frac{1}{377\ \Omega}(10^4 - \xi_R)\cos 36.87^\circ = \frac{\xi_t}{251.333\ \Omega}\cos 23.578^\circ\right.$$
$$\Rightarrow \xi_R = -2.643\times10^3\ (V/m), \xi_t = 7.357\times10^3\ (V/m)$$

با توجه به زاویهٔ بازتاب و جهت بازتاب موج، بردار موج بازتاب برابراست با:

$$\mathbf{k_R} = k_R\sin\theta_R\hat{a}_x - k_R\cos\theta_R\hat{a}_y$$
$$= 10^6\ (m^{-1})\times\sin 36.87^\circ\hat{a}_x - 10^6\ (m^{-1})\times\cos 36.87^\circ\hat{a}_y$$
$$= 6\times10^5\hat{a}_x - 8\times10^5\hat{a}_y\ (m^{-1})$$

از دامنه و بردار موج مربوط به موج بازتاب، مؤلفهٔ میدان الکتریکی موج بازتاب به‌این‌صورت بیان می‌شود:

$$\mathbf{E_R} = -2.643\times10^3\cos(\omega t - 6\times10^5 x + 8\times10^5 y)\hat{a}_z\ (V/m)$$

برای میدان مغناطیسی موج بازتاب داریم:

$$\mathbf{H_R} = \frac{\xi_R}{\eta_1}\cos(\omega t - \mathbf{k_R}.\mathbf{r})[\hat{a}_{k_R} \times \hat{a}_E]$$
$$= \frac{-2.643\times10^3\ (V/m)}{377\ \Omega}\cos(\omega t - 6\times10^6 x + 8\times10^6 y)[(0.6\hat{a}_x - 0.8\hat{a}_y)\times\hat{a}_z]$$
$$\Rightarrow \mathbf{H_R} = 5.608\cos(\omega t - 6\times10^6 x + 8\times10^6 y)\hat{a}_x$$
$$+ 4.206\cos(\omega t - 6\times10^6 x + 8\times10^6 y)\hat{a}_y\ (A/m)$$

عدد موج شکست برابراست با:

$$k_t = 1.5\times10^6\ (m^{-1})$$

بردار موج پرتو شکست:

$$\mathbf{k_t} = k_t \sin\theta_t \hat{a}_x + k_t\cos\theta_t\hat{a}_y$$
$$= 1.5\times10^6\ (m^{-1})(\sin 23.578^\circ \hat{a}_x + \cos 23.578^\circ \hat{a}_y)$$
$$= 6\times10^5\hat{a}_x + 1.374\times10^6\hat{a}_y\ (m^{-1})$$

از دامنه و بردار موج پرتو شکست، برای مؤلفهٔ میدان الکتریکی و مغناطیسی موج شکست داریم:

$$\mathbf{E_t} = 7.357\times10^3\cos(\omega t - 6\times10^5 x - 1.374\times10^6 y)\hat{a}_z\ (V/m)$$

و

$$\mathbf{H_t} = \frac{\xi_t}{\eta_2}\cos(\omega t - \mathbf{k_t}.\mathbf{r})[\hat{a}_{k_t} \times \hat{a}_E]$$
$$= \frac{7.357\times10^3\ (V/m)}{251.333\Omega}\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)[(0.4\hat{a}_x + 0.916\hat{a}_y)\times\hat{a}_z]$$
$$\Rightarrow \mathbf{H_t} = 26.813\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)\hat{a}_x$$
$$-11.708\cos(\omega t - 6\times10^6 x - 8\times10^6 y)\hat{a}_y\ (A/m)$$

د) شدّت بازتاب و عبور موج از مجموعه روابط (۲-۱۳۸) محاسبه می‌شود:

$$R_s = \left|\frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}\right|^2 = \left|\frac{\cos 36.87^\circ - 1.5\cos 23.578^\circ}{\cos 36.87^\circ + 1.5\cos 23.578^\circ}\right|^2 \oplus 0.07$$

$$T_s = 1 - R_s = 1 - 0.07 = 0.93$$

مثال ۲-۹: یک پرتو نوری با پلاریزاسیون *TM* با زاویهٔ تابش 20° به مرز مشترک دو محیط با ضرایب شکست *3.5* و *1.5* می‌تابد: الف) شدّت بازتاب و عبور پرتو را دراثر بازتاب داخلی و خارجی محاسبه کنید؛ ب) زاویه‌ای را که در آن بازتاب موج به صفر می‌رسد، در بازتاب داخلی و خارجی به‌دست آورید.

حل:

الف) درشرایط بازتاب خارجی، که پرتو نوری از محیط رقیق به محیط غلیظ بتابد، $n_1 = 1.5$ و $n_2 = 3.5$.

زاویهٔ پرتو شکست θ_t با درنظرگرفتن زاویهٔ تابش $\theta_i = 20^\circ$ از قانون اسنل تعیین می‌شود:

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t \Rightarrow \sin\theta_t = \frac{n_1 \sin\theta_i}{n_2} = \frac{1.5\times \sin 20^\circ}{3.5} \Rightarrow \theta_t = 8.428^\circ$$

برای شدّت بازتاب پرتو از رابطهٔ (۲-۱۴۰-۱) می‌توان نوشت:

$$R_p = \left|\frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}\right|^2 = \left|\frac{3.5\times \cos 20^\circ - 1.5\times \cos 8.428^\circ}{3.5\times \cos 20^\circ + 1.5\times \cos 8.428^\circ}\right|^2 = 0.1429$$

برای شدّت عبور داریم:

$$T_p = 1 - R_p = 1 - 0.1429 = 0.8571$$

درشرایط بازتاب داخلی، که پرتو نوری از محیط غلیظ به محیط رقیق بتابد، $n_1 = 3.5$ و $n_2 = 1.5$. برای زاویهٔ پرتو شکست θ_t در این شرایط داریم:

$$\sin\theta_t = \frac{n_1 \sin\theta_i}{n_2} = \frac{3.5 \times \sin 20^\circ}{1.5} \Rightarrow \theta_t = 52.943^\circ$$

برای ضریب بازتاب و عبور داریم:

$$R_p = \left|\frac{n_2\cos\theta_i - n_1\cos\theta_t}{n_2\cos\theta_i + n_1\cos\theta_t}\right|^2 = \left|\frac{1.5\times\cos 20^\circ - 3.5\times\cos 52.943^\circ}{1.5\times\cos 20^\circ + 3.5\times\cos 52.943^\circ}\right|^2 = 0.0395$$

$$T_p = 1 - R_p = 1 - 0.0395 = 0.9605$$

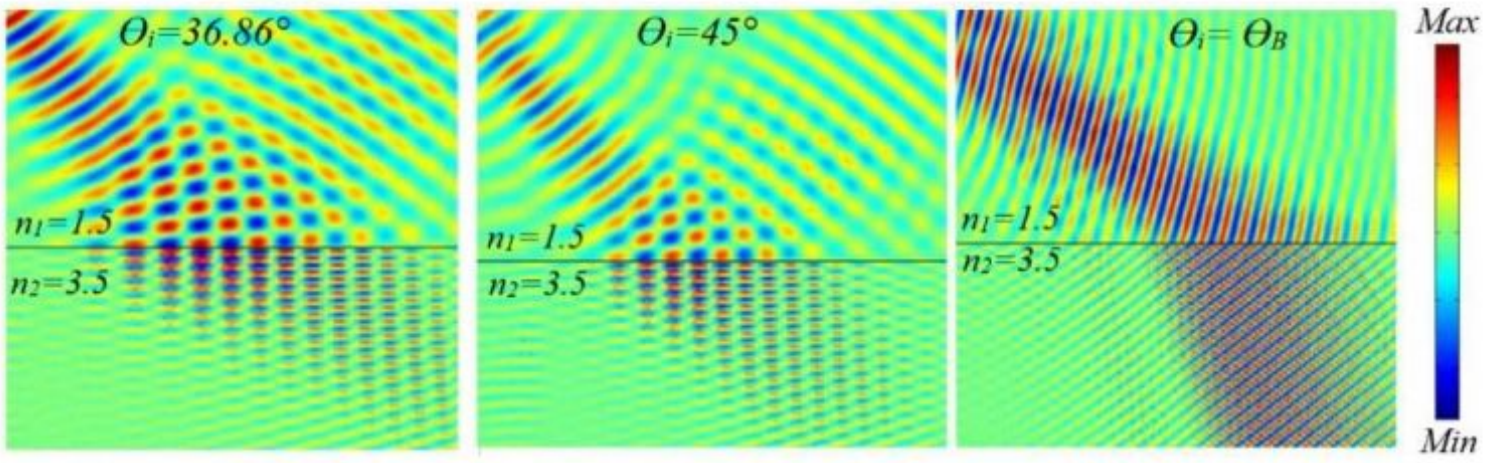
ب) زاویهٔ بروستر در بازتاب خارجی از رابطهٔ (۲-۱۴۲) تعیین می‌شود:

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} = \tan^{-1}\frac{3.5}{1.5} = 66.801^\circ$$

زاویهٔ بروستر مربوط به بازتاب داخلی:

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} = \tan^{-1}\frac{1.5}{3.5} = 23.198^\circ$$

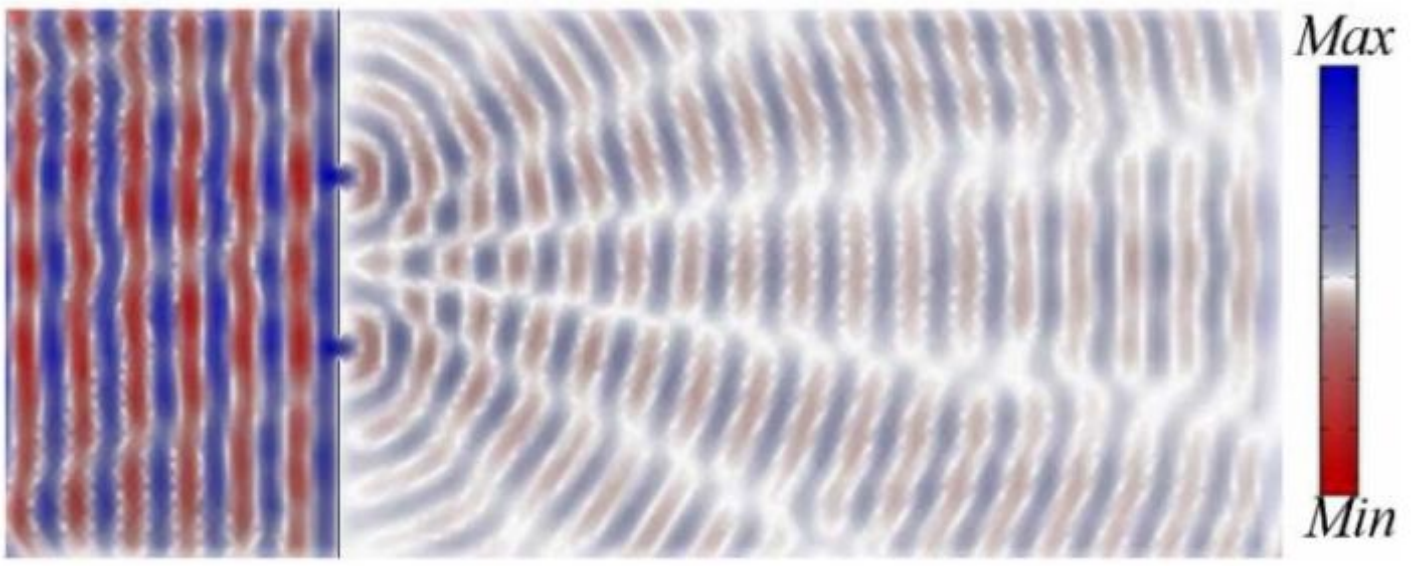
با توجه به اینکه درشرایط بازتاب داخلی، زاویهٔ تابش بسیار نزدیک به زاویهٔ بروستر است، بازتاب پرتو بسیار کوچک و نزدیک به صفر است. در شکل مؤلفهٔ میدان مغناطیسی پرتو با پلاریزاسیون TM و طول موج $3\ \mu m$ درشرایط بازتاب خارجی برای چند زاویهٔ مختلف نشان داده شده است. واضح است که با نزدیک شدن زاویهٔ تابش به زاویهٔ بروستر، بازتاب ضعیف‌تر است. لازم به ذکر است که در این مثال فرض بر آن است که دو محیط پاشنده نیستند و ضریب شکست دو محیط مستقل از طول موج پرتو تابشی است.



شکل مثال ۲-۹

۲-۱۳. ماهیت موجی و ذره‌ای نور

تداخل دو موج از آزمایش دو شکاف یانگ و تشکیل نوارهای تاریک و روشن، طبق شکل ۲-۱۴، بیانگر ماهیت موجی نور است.



شکل ۲-۱۴: تداخل امواج در آزمایش دو شکاف یانگ

جبههٔ موج از دو شکاف عبور می‌کند و هر شکاف موج تخت را پراکنده می‌کند. درصورتی‌که قلهٔ موج گذرنده از یک شکاف درست همزمان با قلهٔ موج عبوری از شکاف دیگر به آن نقطه برسد، نتیجهٔ این تداخل سازنده[1] یک نوار روشن روی پرده است. اگر X_1 فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر تا شکاف *1* و X_2 فاصلهٔ نقطه تا شکاف *2* باشد، داریم:

[1] Constructive Interference

$$|X_1 - X_2| = n\lambda \qquad n = 0,1,2,... \tag{۱۴۴-۲}$$

بنابراین یک نوار روشن دقیقاً در مرکز پرده تشکیل می‌شود. درصورتی‌که قلهٔ موج پراشیده از یک شکاف همزمان با درّهٔ موج عبوری از شکاف دیگر به یک نقطه روی پرده برسد، نتیجهٔ تداخل ویرانگر[1] دو موج یک نوار تاریک روی پرده است و می‌توان نوشت:

$$|X_1 - X_2| = (n + 1/2)\lambda \qquad n = 0,1,2,... \tag{۱۴۵-۲}$$

اگر فاصلهٔ پرده تا شکاف‌ها بسیار بزرگ‌تر از فاصلهٔ دو شکاف از هم باشد ($L >> d$) با توجه به شکل ۲-۱۵ می‌توان نقاطی روی پرده را که در آن‌ها تداخل سازنده ایجاد می‌شود، به‌دست آورد:

$$l_n = \frac{n\lambda L}{d} \tag{۱۴۶-۲}$$

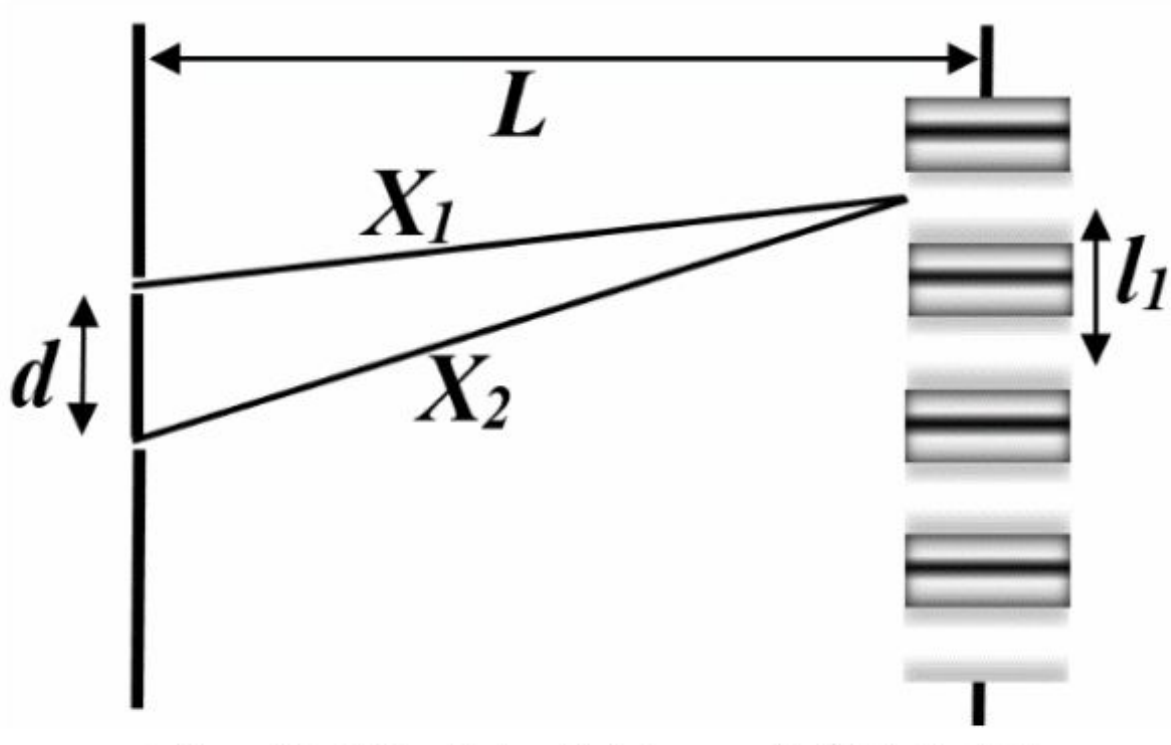
مثال ۲-۱۰: در آزمایش دو شکاف یانگ، طول موج نور پراشیده از دو شکاف برابراست با $560\ nm$ و فاصلهٔ دو شکاف از هم برابر با $1\ mm$ است. اگر پرده در فاصلهٔ $2.5\ m$ از شکاف‌ها واقع شده باشد، فاصلهٔ دو نوار روشن متوالی از هم را تعیین کنید.

حل:

فاصلهٔ دو نوار روشن متوالی از رابطهٔ (۲-۱۴۶) و با جاگذاری $L=2.5\ m$، $d=1\ mm$ و $\lambda=560\ nm$ تعیین می‌شود:

$$l_1 = \frac{560\,(nm) \times 2.5\,(m)}{1\,(mm)} = 1.4\ mm$$

[1] Destructive Interference



شکل ۲-۱۵: گراف مربوط به تعیین فاصله نوارهای روشن

۲-۱۳-۱. پدیدهٔ فوتوالکتریک

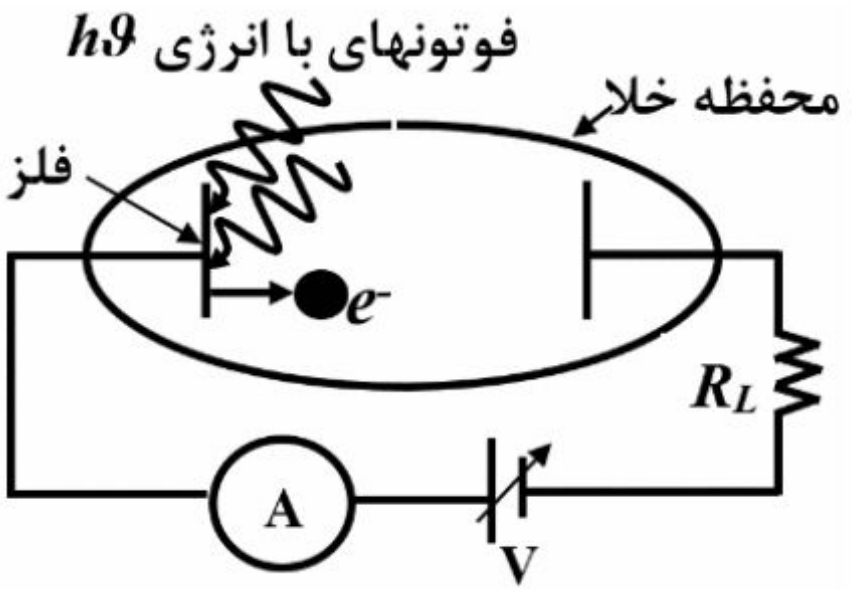
با تابش نور به سطح یک فلز، امکان گسیل الکترون‌ها از سطح آن وجود دارد. این پدیده را، که به اثر فوتوالکتریک مشهور است، هاینریش هرتز در سال *1887* در جریان پژوهش‌هایش در زمینهٔ تابش الکترومغناطیس کشف کرد [۲]. الکترون‌های گسیلی از سطح فلز فوتوالکترون[1] نامیده می‌شوند. اثر فوتوالکتریک یکی از پدیده‌هایی است، که با ویژگی موجی نور توجیه‌پذیر نیست. در شکل ۲-۱۶ ترکیب سادهٔ آزمایش نشان داده شده است. فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز تحت تأثیر پتاسیل اعمالی در مدار خارجی جریان الکتریکی ایجاد می‌کنند. برای جلوگیری از اتلاف انرژی فوتوالکترون‌ها در برخورد با مولکول‌های هوا، در ترکیب آزمایش از تیوب خلأ[2] استفاده می‌شود. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها با اعمال یک ولتاژ منفی به کلکتور، V_s (ولتاژ ایست[3])، قابل اندازه‌گیری است، که مانع از رسیدن سریع‌ترین الکترون به کلکتور می‌شود. به‌دلیل اینکه ولتاژ V_s مانعی برای سریع‌ترین الکترون‌های گسیل‌شده از فلز است؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$eV_s = K_{max} = \frac{1}{2} m_e^* v_{max}^2 \qquad (۱۴۷-۲)$$

---

[1] Photoelectron [2] Vacuum Tube [3] Stop Voltage

که در آن m_e^* جرم مؤثر الکترون و v_{max} بیشینهٔ سرعت الکترون است.



شکل ۲-۱۶: ترکیب ساده از آزمایش فوتوالکتریک

از دیدگاه کلاسیک، سطح فلز تحت تابش یک موج الکترومغناطیس به شدّت I قرار دارد. زمانی‌که الکترون انرژی لازم برای جدا شدن از فلز را از موج دریافت کند، الکترون آزاد می‌شود و توسط کلکتور جمع می‌شود. حداقل انرژی مورد نیاز برای جدا شدن الکترون از سطح فلز تابع کار[1] فلز است، که برای چند فلز خاص در جدول ۲-۲ مشخص شده است:

جدول ۲-۲- تابع کار چند نمونه فلز [۲]

فلز	تابع کار (eV)	فلز	تابع کار (eV)
سدیم	2.28	سرب	4.14
آلومینیوم	4.08	روی	4.31
مس	4.70	پلاتین	6.35
نقره	4.73	کبالت	3.90

۲-۱۳-۱-۱. اثر فوتوالکتریک از منظر فیزیک کلاسیک

بنابر نظریه فیزیک کلاسیک، از آزمایش فوتوالکتریک انتظار داریم:

[1] Work Function

۱. بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون‌ها متناسب با شدّت تابش نور است. دراثر افزایش شدّت منبع نور، الکترون‌های فلز انرژی بیشتری دریافت می‌کنند و با انرژی جنبشی بزرگ‌تری آزاد می‌شوند؛ افزون‌براین افزایش شدّت منبع نور معادل با افزایش میدان الکتریکی موج اعمالی است و درنتیجه الکترون‌های فلز، تحت تأثیر نیروی بزرگ‌تری قرارمی‌گیرند و با انرژی جنبشی بزرگ‌تری سطح فلز را ترک می‌کنند.

۲. پدیدهٔ فوتوالکتریک در ازای اعمال نور با هر فرکانس و طول موج باید رخ دهد. مطابق نظریهٔ موجی نور، اگر شدّت موج به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، که توانایی آزاد شدن الکترون از فلز را داشته باشد، مقدار فرکانس و طول موج نور تابشی اهمّیتی ندارد.

۳. نخستین الکترون در کسری از ثانیه پس از تابش نور از سطح فلز گسیل می‌شود. براساس نظریهٔ موجی نور، انرژی موج به‌صورت یکنواخت برجبههٔ موج توزیع شده است و مدت زمانی طول می‌کشد تا الکترون انرژی لازم برای آزاد شدن از سطح فلز را از بستهٔ موج دریافت کند. (مثال ۲-۱۱).

مثال ۲-۱۱: در مطالعهٔ اثر فوتوالکتریک، نور لیزر با شدّت $100\ W/m^2$ بر سطح آلومینیوم تابیده می‌شود. با فرض اینکه الکترون در شعاع اتمی آلومینیوم به اندازهٔ $110\ pm$ محدود باشد، مدت زمان لازم برای آزاد شدن الکترون از سطح فلز را محاسبه کنید.

حل:

توان متوسط تابشی به الکترون محدود به اتم آلومینیوم برابراست با:

$$P_{av} = I \times \neq \times r_a{}^2 = 100\ (W/m^2) \times \neq \times (110 \times 10^{-12}\ m)^2 = 380 \times 10^{-20}\ W$$

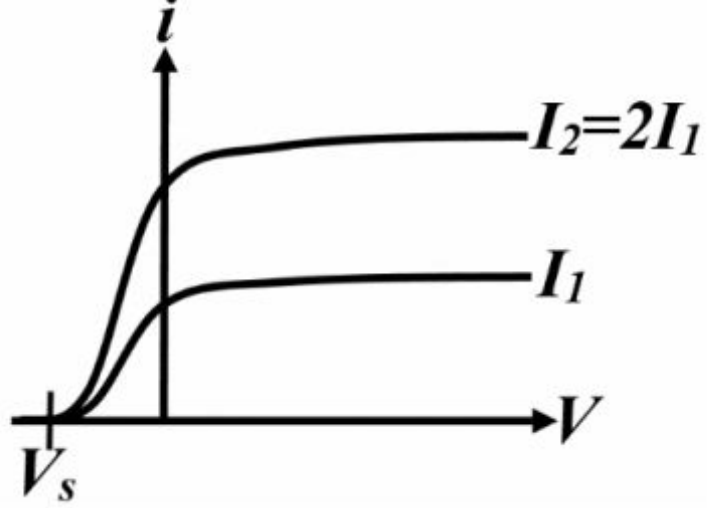
با توجه به جدول ۲-۲ تابع کار آلومینیوم برابر با $4.08\ eV$ است و الکترون این مقدار انرژی الکترومغناطیسی را با میزان $4.08\ eV/P_{av}$ دریافت می‌کند؛ درنتیجه برای مدت زمان دریافت انرژی داریم:

$$\varnothing t = \frac{4.08\ eV}{P_{av}} = \frac{4.08\ eV}{380 \times 10^{-20}\ W} = 0.17\ s$$

۲-۱۳-۱-۲. مشاهدات تجربی اثر فوتوالکتریک

مشاهدات تجربی از آزمایش فوتوالکتریک عبارتند از:

۱. در ازای تابش یک طول موج خاص، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده، که از ولتاژ ایست تعیین می‌شود، مستقل از شدّت نور اعمالی است. طبق شکل ۲-۱۷ با دو برابر شدن تابش نور فرودی(I_1)، ولتاژ ایست تغییر نمی‌کند و انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون ثابت می‌ماند؛ بنابراین انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون مستقل از شدّت تابش نور فرودی است.



شکل ۲-۱۷: تأثیر شدت تابش فرودی بر مشخصهٔ جریان-ولتاژ. با افزایش شدّت تابش فرودی به سطح فلز ولتاژ ایست مقداری ثابت است.

۲. اثر فوتوالکتریک دراثر تابش نور با هر فرکانس رخ نمی‌دهد. از یک فرکانس آستانه، بسته به نوع فلز، فوتوالکترون‌ها از سطح فلز گسیل می‌شوند، که آن را فرکانس قطع[1] می‌نامیم.

۳. در عمل هیچ فاصلهٔ زمانی میان تابش نور به فلز و گسیل فوتوالکترون وجود ندارد (تقریباً این زمان $1\,ns$ است)؛ به‌عبارت‌دیگر به محض تابش نور به سطح فلز، الکترون‌ها از سطح فلز گسیل می‌شوند.

مشاهدات تجربی با ماهیت موجی نور توجیه‌پذیر نیستند. در سال *1905* آلبرت اینشتین براساس ایده‌های پلانک در تابش جسم سیاه پیشنهاد کرد که انرژی الکترومغناطیسی تابش به‌صورت پیوسته برجبههٔ موج توزیع نشده است، بلکه بر بسته‌هایی گسسته از انرژی، که

[1] Cut-off Frequency

فوتون نامیده می‌شود، متمرکز شده است. انرژی هر فوتون موج الکترومغناطیس با فرکانس ϑ برابراست با:

$$E = h\vartheta \qquad (۱۴۸-۲)$$

و برای انرژی فوتون برحسب طول موج داریم:

$$E = h\frac{c}{\lambda} \qquad (۱۴۹-۲)$$

طبق توجیه اینشتین، یک فوتوالکترون درنتیجهٔ برخورد یک فوتون گسیل می‌شود و فوتوالکترون، انرژی فوتون را به‌صورت آنی دریافت می‌کند؛ لذا هیچ بازهٔ زمانی میان گسیل فوتوالکترون و تابش فوتون به سطح فلز وجود ندارد؛ ازسوی‌دیگر اگر انرژی فوتون بزرگ‌تر از تابع کار فلز باشد، فوتوالکترون گسیل می‌شود. اگر انرژی فوتون تابشی از تابع کار فلز کوچک‌تر باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد؛ درنتیجه برای فرکانس قطع دراثر فوتوالکتریک داریم:

$$h\vartheta \geq \varphi_m \Rightarrow \vartheta_c = \frac{\varphi_m}{h} \qquad (۱۵۰-۲)$$

برای بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح فلز می‌توان نوشت:

$$K_{max} = h\vartheta - \varphi_m \qquad (۱۵۱-۲)$$

که مستقل از شدّت تابش نور است؛ بنابراین با ماهیت ذره‌ای نور مشاهدات تجربی از اثر فوتوالکتریک توجیه‌پذیر هستند.

مثال ۲-۱۲: در آزمایش فوتوالکتریک، فلز مورد آزمایش مس است.

الف) مقدار طول موج قطع نور تابشی چقدر است؟ ب) اگر سطح فلز تحت تابش فوتون‌های

با طول موج $100\ nm$ قرارگیرد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی را بیابید؛ ج) مقدار پتانسیل ایست را محاسبه کنید.

حل:

الف) تابع کار مس در جدول ۲-۲ داده شده است و مقدار آن $4.70\ eV$ است. طول موج قطع از رابطهٔ (۲-۱۴۹) و با شرط $E = \varphi_m$ به‌دست می‌آید:

$$\lambda_c = \frac{hc}{\varphi_m} = \frac{1240\ \ (eV\ .nm\ )}{4.70\ eV} = 263\ .82\ nm$$

ب) انرژی فوتون‌های با طول موج $100\ nm$ برابراست با

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ \ (eV\ .nm\ )}{100\ \ nm} = 12\ .4\ eV$$

برای بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها از رابطهٔ (۲-۱۵۱) داریم:

$$K_{\max} = 12\ .4\ (eV\ ) - 4.70\ (eV\ ) = 7.7\ eV$$

ج) برای مقدار پتانسیل ایست از رابطهٔ (۲-۱۴۷) می‌توان نوشت:

$$V_s = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{7.7\ eV}{e} = 7.7\ V$$

تمرین

۲-۱. میدان مغناطیسی یک موج تخت، مفروض است:

$$\mathbf{H} = 20\cos(2\pi \times 10^{14} t - \beta z)\hat{a}_x - 40\cos(2\pi \times 10^{14} t - \beta z)\hat{a}_y\ (A/m)$$

درشرایطی‌که موج در یک محیط غیرمغناطیسی و بدون اتلاف با ضریب گذردهی نسبی $\varepsilon_r = 2.25$ انتشار یابد، بردار موج و میانگین توان عبوری از یک سطح عمود بر راستای انتشار به مساحت $50\ cm^2$ را به‌دست آورید.

۲-۲. یک موج تخت با فرکانس *100 THZ* با میدان الکتریکی در راستای محور *y* در یک محیط غیرمغناطیسی با ضریب گذردهی نسبی $\varepsilon_r = 1$ و دارای تانژانت تلفات *5* در راستای *z+* انتشار می‌یابد. اگر دامنهٔ میدان الکتریکی موج انتشاری در *z=0* برابر با 10^3 *(V/m)* باشد، مطلوب است محاسبهٔ: الف) ثابت تضعیف و ثابت فاز؛ ب) امپدانس ذاتی محیط؛ ج) میدان مغناطیسی موج انتشاری.

۲-۳. در مثال ۲-۶ بردار پوئینتینگ لحظه‌ای و توان متوسط عبوری از سطح به مساحت $50\ cm^2$ و به معادلهٔ $z+x=5$ را در طول انتشار $z=3\ \mu m$ تعیین کنید.

۲-۴. مؤلفهٔ میدان مغناطیسی یک موج تخت انتشاری در یک محیط غیرمغناطیسی و بدون اتلاف با ضریب گذردهی نسبی *12.25* با فرکانس *100 THz* به‌صورت

$$\mathbf{H}(z,t) = 80\cos(2\pi \times 10^{14} t - \beta z)\hat{a}_y \ (A/m)$$

مفروض است، مطلوب است محاسبهٔ: الف) ثابت فاز؛ ب) بردار پوئینتینگ لحظه‌ای؛ ج) توان متوسط عبوری از سطح به مساحت $50\ cm^2$ و به معادلهٔ $z+x=5$.

۲-۵. رابطهٔ (۲-۱۴۲) را اثبات کنید.

۲-۶. موج تخت با پلاریزاسیون *TM* و مؤلفهٔ میدان مغناطیسی

$$\mathbf{H} = 30\cos(\omega t - \sqrt{3}\times 10^5 x - 3\times 10^5 y)\hat{a}_z \ (A/m)$$

از هوا به محیط با ضریب شکست *n=1.45* برخورد می‌کند، مطلوب است تعیین: الف) میدان الکتریکی امواج تابشی، بازتابی و عبوری؛ ب) شدّت بازتاب و عبور موج.

۲-۷. رابطهٔ (۲-۱۴۶) را اثبات کنید.

۲-۸. درمثال ۲-۱۰ فاصلهٔ یک نوار روشن را با دومین نوار تاریک پس از آن به‌دست آورید.

۲-۹. آزمایش فوتوالکتریک با دو فلز آلومینیوم و مس انجام می‌شود:

الف) طول موج قطع منبع تابشی را در هرحالت تعیین کنید.

ب) اگر طول موج فوتون‌های تابشی برابر با *248 nm* باشد، نسبت ولتاژهای ایست درحالتی‌که فلز مس است، نسبت به حالتی‌که فلز آلومینیوم مورد آزمایش است، تعیین کنید.

منابع

[1] Shun Lein Chuang, “Physics of Photonic Devices,” 2nd edition, Wiley, 2009.
[2] Kenneth S. Krane, "Modern Physics," 3rd edition., Wiley, 2012.
[3] R. A. Serway, C. J. Moses, C. A. Moyer, “Modern Physics,” 3rd ed, Thomson Learning, 2005.
[4] F. Fan, S. Chen, S-J. Chang, " A Review of Magneto-Optical Microstructure Devices at Terahertz Frequencies," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 23, Issue. 4, 2017.
[5] Jia-Ming Liu, “Photonic Devices, Cambridge University Press, 2005.
[6] Govind Agrawal,"Applications of Nonlinear Fiber Optics,"5th edition., Academics Press Elsevier, 2012.
[7] M. Sediku, “Elements of electromagnetic,” 3rd edition, Oxford press, 2000.
[8] D. K. Cheng, “Field and Wave Electromagnetics” 2nd edition, Addison Wesley, 1983.
[9] John Wilson, John Hawkes, “Optoelectronics: an introduction,” 3rd edition, Prentice Hall, 1998.

فصل دوم

مقدمه‌ای بر الکترومغناطیس

۲-۱. مقدمه

طبق نظریهٔ موجی نور، نور تابش الکترومغناطیسی در باند طول موجی *10 nm-1 mm* در فضای آزاد است که معمولاً محدودهٔ طیفی نور به سه ناحیهٔ مادون قرمز، مرئی و فرابنفش تقسیم می‌شود (جدول ۱-۱). براساس ماهیت موجی نور ابتدا در این فصل معادلات ماکسول به‌عنوان معادلات مدیریت‌کنندهٔ انتشار موج الکترومغناطیسی در هر محیط مادی، معرفی شده‌اند. جیمز ماکسول[1] این معادلات را در سال *1873* بنا نهاد و در سال *1888* هاینریش هرتز[2] آن را از دید تجربی تأیید کرد [۱]. پاسخ محیط به موج الکترومغناطیس، شرایط مرزی مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی در فصل مشترک دو محیط مادی متفاوت و میدان‌های هارمونیک زمانی به‌عنوان مفاهیمی پایه در تحلیل انتشار نور در موج‌برهای نوری (فصل سوم) و کاواک لیزری[3] (فصل ششم) مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. همچنین پلاریزاسیون[4] نور و یا درحالت‌کلی‌تر پلاریزاسیون موج الکترومغناطیس، مفاهیم سرعت فاز[5] و سرعت گروه[6]، که در تحلیل انتشار پالس نوری در فیبر نوری حائز اهمّیت هستند، بررسی شده‌اند.

در برخی مسائل هدف، یافتن میدان الکتریکی ناشی از چند منبع در یک نقطه است، در این قبیل مسائل برآیند میدان الکتریکی تمام منابع برابر با میدان الکتریکی در نقطهٔ مورد

---

[1] James Clerk Maxwell
[2] Heinrich Hertz
[3] Laser Cavity
[4] Polarization
[5] Phase Velocity
[6] Group Velocity

فصل سوم

انتشار نور در فیبر نوری و کوپلرها

۳-۱. مقدمه

امروزه با پیشرفت سیستم‌های مخابراتی اهمّیت فیبر نوری به‌عنوان جزء اصلی این سیستم‌ها برکسی پوشیده نیست. در فصل نخست این کتاب گرایش به سمت سیستم‌های مخابرات فیبر نوری و جایگاه فیبر نوری با جزئیات بیشتر بیان شد. کاربرد فیبر نوری تنها محدود به سیستم‌های مخابرات نوری نیست و در این میان می‌توان به حسگرهای نوری مبتنی بر فیبر نوری اشاره کرد. حساسیت بالا نسبت به دیگر ادوات موجود و قابلیت ساخت به شکل دلخواه به‌سبب انعطاف‌پذیری بالای فیبر نوری، که به ساخت حسگرهای دما، فشار، رطوبت، پارامترهای بیولوژیکی، صوت و میدان مغناطیس منجرشده است [۱-۶]، از مزایای حسگرهای مبتنی بر فیبر نوری است. وجود دی‌الکتریک در ساختار فیبر نوری به‌منظور کارایی حسگرها در ولتاژهای بالا، محیط‌های خشن و پرنویز الکتریکی بر اهمّیت این ادوات افزوده است.

از دیگر کاربردهای فیبر نوری می‌توان به شبکه‌های فیبر نوری در تجهیزات نظامی اشاره کرد [۷]. مشکلات جدّی در این حوزه به کمک فیبرهای نوری با طول کوتاه و پهنای باند متوسط به‌همراه مدارات مجتمع نوری مرتفع شده است[۸]. فیبرهای نوری پلاستیکی تک‌هسته‌ای و چندهسته‌ای جهت کاربرد در تجهیزات هوایی طراحی شده‌اند [۹ و ۱۰].

با توجه به اهمّیت موضوع در این فصل ضمن یادآوری مطالب پایه از نور هندسی به‌منظور درک چگونگی انتشار پرتوهای نوری در فیبر، انتشار موج در موج‌برهای دی‌الکتریک تخت[1]

---

[1] Planar Dielectric Waveguides

به‌عنوان ابزاری کاربردی در تحلیل مدهای انتشاری فیبر نوری نیز مورد مطالعه قرارگرفته است.

تنها معادلهٔ موج در فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای[1] برای سادگی حل شده است. در ادامه مواد سازنده و روش‌های ساخت فیبر نوری ذکر شده است و از روش‌های ساخت مستقیم و غیرمستقیم فیبر نوری در هرحالت به یک مورد اشاره شده است. پالس نوری در طول انتشار در فیبر تحت تأثیر تضعیف و پاشندگی قرار می‌گیرد و این موضوع سبب محدودیت طول انتشار پالس در فیبر نوری و لزوم استفاده از تکرارکننده‌ها می‌شود. برهمین‌اساس بخشی از فصل به معرفی مکانیزم‌های تضعیف و پاشش با جزئیات بیشتر اختصاص یافته است. با توجه به کاربردهای تئوری کوپلینگ[2] درحسگرهای بیولوژیکی، فیلترهای نوری، سوئیچ‌های نوری و .... [۱۱-۱۳]، در پایان این فصل به‌صورت مقدماتی تحلیل انتشار موج در کوپلرهای نوری آمده است.

۳-۲. پدیدهٔ بازتاب داخلی کلی[3]

همان‌گونه‌که در فصل قبل اشاره شد، ضریب شکست یک محیط، نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت انتشار نور در آن محیط است. نور در محیط با ضریب شکست بزرگ‌تر، محیط غلیظ‌تر، کندتر از محیط با ضریب شکست کوچک‌تر، محیط رقیق‌تر، انتشارمی‌یابد. همچنین اشاره شد که پرتو نور در برخورد فصل مشترک دو محیط با ضرایب شکست متفاوت به‌عنوان مثال هوا- شیشه دچار شکست می‌شود. زمانی‌که یک پرتو نوری به مرز دو محیط با ضریب شکست متفاوت برخوردمی‌کند، قسمتی از پرتو به داخل محیط اول بازتاب می‌شود و بخش باقی‌ماندهٔ پرتو در ورود به محیط دوم دچار شکست می‌شود.

مطابق شکل ۳-۱ هرگاه پرتو نوری از محیط غلیظ با ضریب شکست n_1 و زاویهٔ تابش θ_i به فصل مشترک محیط رقیق با ضریب شکست n_2 بتابد ($n_1 > n_2$)، پرتو تابشی در زاویه‌ای بزرگ‌تر از زاویهٔ تابش، θ_R (زاویهٔ شکست)، به داخل محیط دوم شکسته می‌شود.

زوایای تابش و شکست طبق قانون اسنل (۲-۱۲۷) با هم در ارتباط هستند:

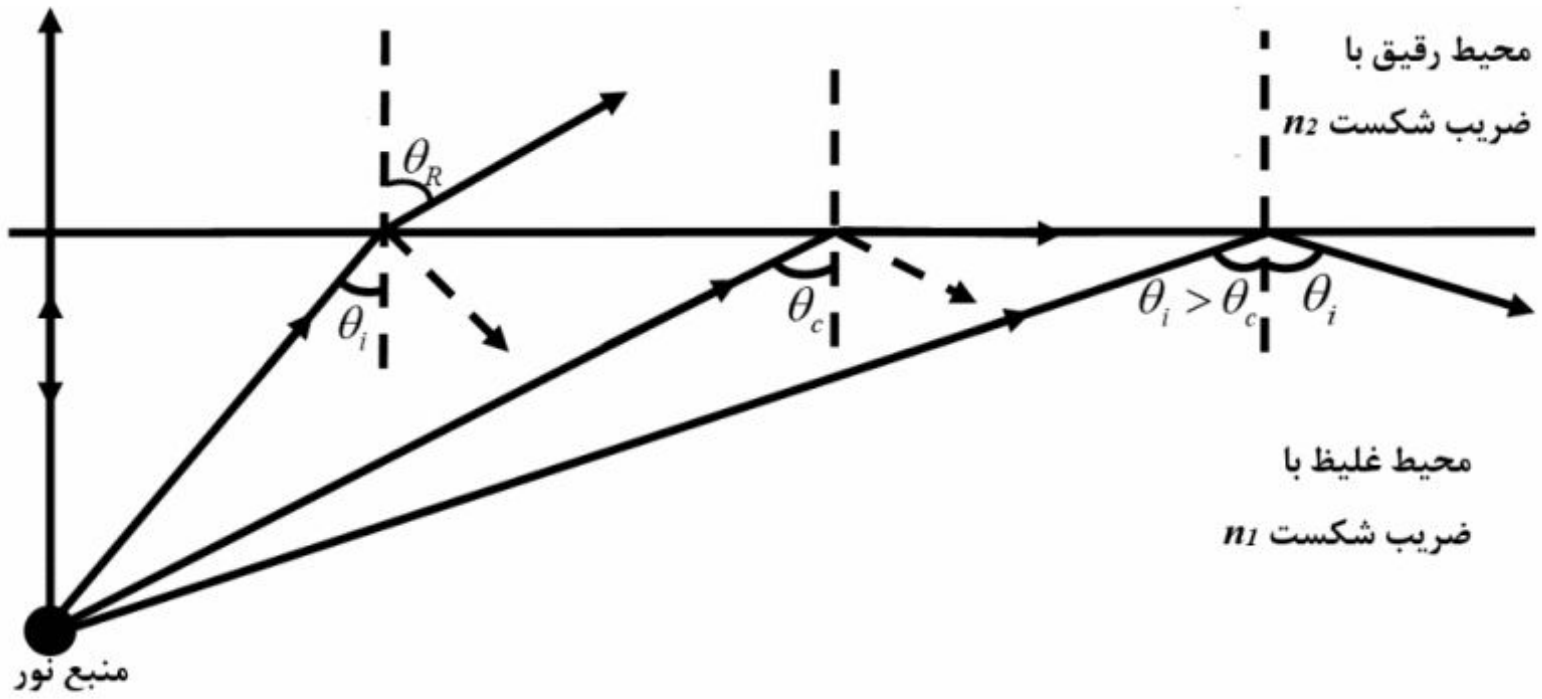
$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_R$$

---

[1] Step-Index Fiber
[2] Coupling
[3] Total Internal Reflection (TIR)

درنتیجه با افزایش زاویه تابش در محیط با ضریب شکست بزرگ‌تر، زاویهٔ شکست در محیط با ضریب شکست کوچک‌تر افزایش می‌یابد. درشرایطی‌که زاویهٔ شکست به 90° برسد، پرتو شکست موازی با فصل مشترک دو محیط قرارخواهدگرفت. در این شرایط حتماً زاویهٔ تابش کوچک‌تر از 90° خواهد بود. این میزان حدی از زاویهٔ تابش، زاویهٔ بحرانی θ_c، مطابق با قانون اسنل به‌دست می‌آید:

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \qquad (۱-۳)$$



شکل ۳-۱: تابش پرتو نوری از محیط غلیظ با ضریب شکست n_1 و زاویهٔ تابش θ_i به فصل مشترک محیط رقیق با ضریب شکست n_2.

که همان رابطهٔ داده‌شده در (۲-۱۴۳) است. در تابش با زوایای بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی، بخش بزرگی از تابش، حدود 99.9%، به داخل محیط اول بازمی‌گردد. این پدیده بازتاب داخلی کلی نور خوانده می‌شود که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است؛ بنابراین بازتاب داخلی کلی در مرز مشترک دو محیط با ضرایب شکست متفاوت رخ می‌دهد، آن هم زمانی‌که نور از محیط با ضریب شکست بزرگ‌تر به محیط با ضریب شکست کوچک‌تر بتابد و زاویهٔ تابش از مقدار زاویهٔ بحرانی بزرگ‌تر شود. همچنانکه در شکل ۳-۱ نشان داده شده است، در تابش با زاویهٔ کوچکتر از زاویه بحرانی بخش بزرگی از نور به داخل محیط دوم شکسته میشود و بخش

کوچکی از نور نیز تحت زاویهٔ تابش به داخل محیط اول بازتاب می‌شود[1]. اساس انتشار نور در فیبر نوری مبتنی بر پدیدهٔ بازتاب داخلی کلی نور است.

مثال ۳-۱. باریکهٔ نور به مرز مشترک دو محیط با ضرایب شکست *3.5* و *1*، از محیط با ضریب شکست بزرگ‌تر، تابیده می‌شود. بیشینهٔ زاویهٔ تابش را پیش از رخداد بازتاب داخلی کلی تعیین کنید.

حل:

از رابطهٔ (۳-۱) و با جاگذاری $n_1 = 3.5, n_2 = 1$ داریم: $\theta_c = \sin^{-1}\frac{1}{3.5} = 16.60^\circ$.

۳-۳. ساختار فیبر نوری

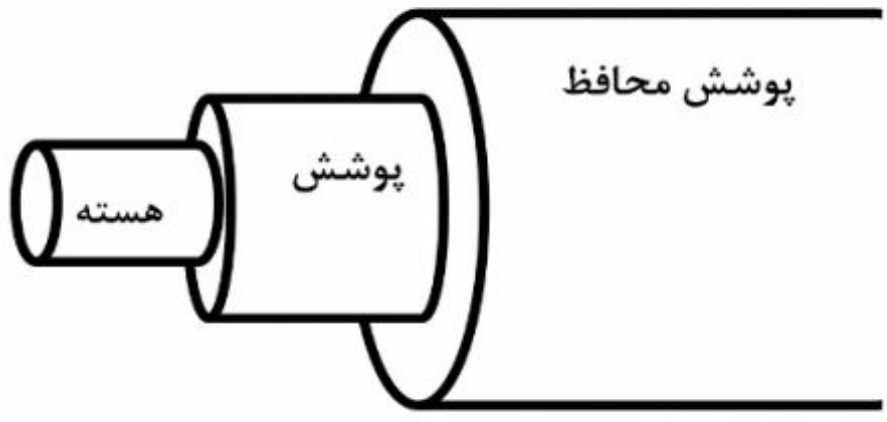
فیبر نوری یک موجبر دی‌الکتریک است که در فرکانس‌های نوری کار می‌کند. درحالت عادی فیبر نوری به شکل یک استوانه است. در فیبر انرژی الکترومغناطیسی به شکل نور در داخل فیبر حبس شده است و نور در جهت موازی با محور فیبر هدایت می‌شود. مشخصهٔ انتقالی فیبر نوری به‌وسیلهٔ مشخصات ساختاری فیبر تعیین می‌شود. ساختار فیبر نوری در تعیین عوامل مؤثر بر سیگنال انتشاری در فیبر، ظرفیت انتقال اطلاعات و پاسخ فیبر به اختلالات محیطی، نقشی کلیدی دارد. انتشار نور در داخل یک موجبر برحسب مجموعه‌ای از امواج هدایت‌شده، که مد نامیده می‌شوند، توصیف‌شدنی است. این مدها را مدهای محصور[2] یا مدهای هدایت‌شدهٔ [3] موجبر می‌نامند.

هر مد هدایت‌شده یک الگو از توزیع میدان الکتریکی و مغناطیسی است که در فواصل مساوی در راستای فیبر تکرار می‌شود. تنها تعدادی از این مدها توانایی انتشار در داخل موجبر را دارند. این مدها امواج الکترومغناطیسی هستند که معادلهٔ موج همگن در فیبر و شرایط مرزی را در سطوح موجبر برآورده می‌کنند. فیبر نوری متشکل از یک دی‌الکتریک استوانه‌ای به شعاع a و ضریب شکست n_1 است که هسته[4] خوانده می‌شود. در اطراف هسته، یک دی‌الکتریک با ضریب شکست n_2، که پوشش نامیده می‌شود، قرارگرفته است. ساختار یک فیبر نوری در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. وجود پوشش فیبر به کاهش تلفات پراکندگی ناشی از ناپیوستگی‌های سطح هستهٔ فیبر منجرمی‌گردد؛ علاوه‌براین وجود پوشش سبب

---

[1] Partial Internal Reflection
[2] Bound modes
[3] Guided Wave
[4] Core

استحکام مکانیکی هستهٔ فیبر می‌شود و از هسته در مقابل جذب آلاینده‌های سطحی محافظت می‌کند. در فیبرهای با تلفات کم و متوسط، هستهٔ فیبر از جنس شیشه است و با یک پوشش شیشه‌ای و پلاستیکی محصور شده است. پوشش فیبرهای دارای تلفات بالا با هستهٔ پلاستیکی از جنس پلاستیک است؛ به‌علاوه بیشتر فیبرها به‌وسیلهٔ یک لایهٔ ارتجاعی و مقاوم در برابر خراش، از جنس پلاستیک، محافظت می‌شوند. این لایهٔ پلاستیکی سبب استحکام بیشتر فیبر می‌شود و فیبر را از بی نظمی‌های هندسی، پیچ و تاب و ناهمواری‌های سطوح مجاور مصون می‌دارد.

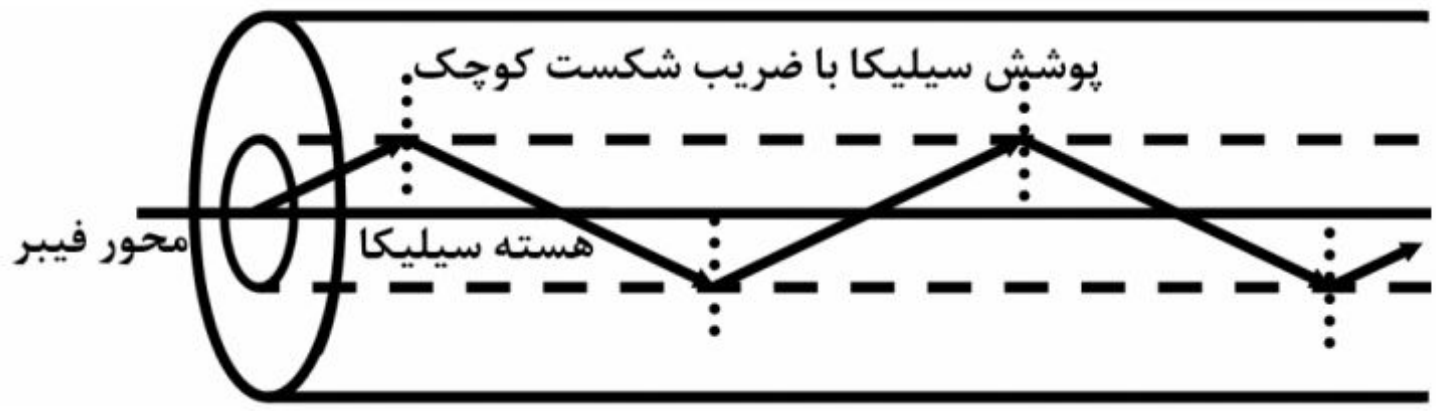


شکل ۳-۲: ساختار فیبر نوری.

انتشار پرتو نور در فیبر نوری شیشه‌ای با بازتاب‌های داخلی کلی پی‌درپی در مرز مشترک هستهٔ سیلیکایی و پوشش سیلیکایی، با ضریب شکست اندکی کوچک‌تر از ضریب شکست هسته، در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. پرتو تابش با زاویهٔ بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک هسته و پوشش برخورد می‌کند و با همان زاویه نسبت به خط عمود بر مرز مشترک هسته و پوشش بازتاب می‌شود.

لازم به ذکر است که در شکل ۳-۳ یک فیبر کامل درنظرگرفته شده است و از ناپیوستگی‌ها و نقص‌های[1] مرز مشترک هسته و پوشش، که سبب اتلاف پرتو به داخل پوشش می‌شوند، صرف‌نظر شده است.

[1] Defects



شکل ۳-۳: انتشار پرتو نور در فیبر نوری با بازتاب‌های داخلی کلی پی‌درپی در مرز مشترک هسته و پوشش فیبر.

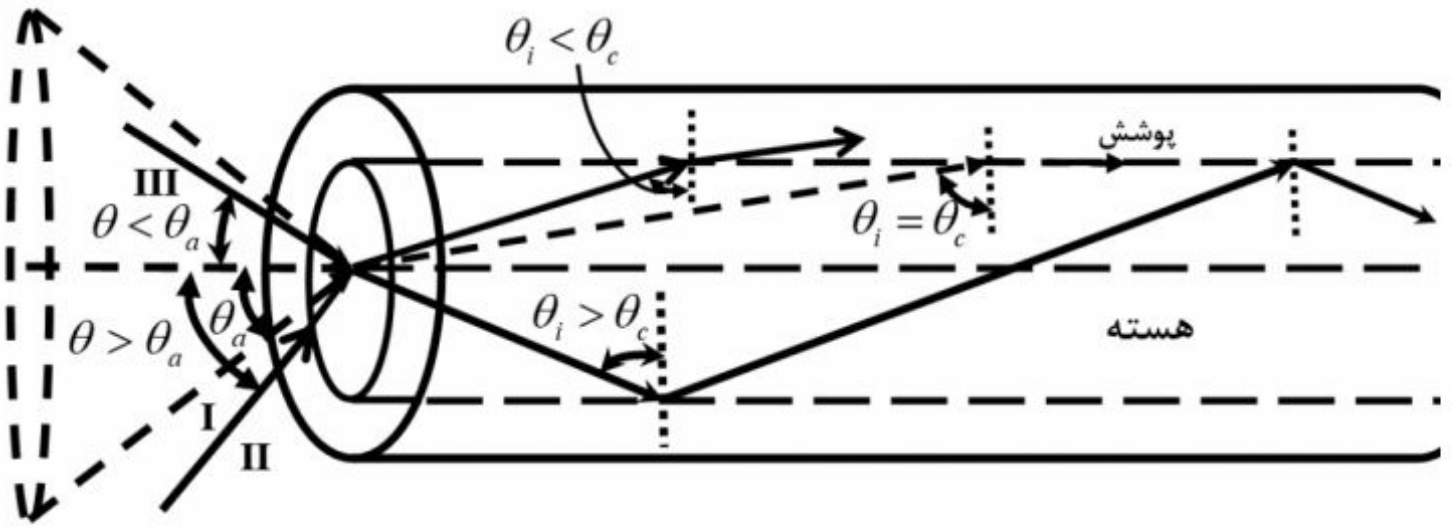
۳-۳-۱. زاویهٔ پذیرش[1]

تنها پرتوهایی که با زاویهٔ تابش $\theta_i > \theta_c$ به مرز مشترک هسته و پوشش برخورد می‌کنند، دچار بازتاب داخلی کلی می‌شوند و در طول فیبر انتشار می‌یابند؛ بنابراین تمامی پرتوهای ورودی به هستهٔ فیبر، توان انتشار در طول فیبر را ندارند. در شکل ۳-۴ انتشار پرتو *I* در طول فیبر نوری نشان داده شده است. پرتو *I*، که با زاویهٔ θ_a نسبت به محور فیبر به داخل هستهٔ فیبر روانه و در مرز هسته و هوا دچار شکست می‌شود، با زاویهٔ θ_c به مرز هسته و پوشش برخورد می‌کند و در طول فیبر منتشر می‌شود؛ درنتیجه پرتوهایی که با زاویهٔ بزرگ‌تر از θ_a به داخل هستهٔ فیبر روانه می‌شوند، با زاویهٔ کوچک‌تر از θ_c به فصل مشترک هسته و پوشش برخورد می‌کنند و دچار بازتاب داخلی کلی نمی‌شوند. این دسته از پرتوها به داخل پوشش شکسته و درنهایت به‌وسیلهٔ تابش دچار اتلاف می‌شوند (پرتو *II* در شکل ۳-۴ را ببینید).

بنابراین پرتوهایی که داخل مخروط با نصف زاویهٔ کانونی θ_a قرار دارند، در طول فیبر انتشار می‌یابند (پرتو *III* در شکل ۳-۴ را ببینید)؛ به‌عبارت‌دیگر θ_a بیشینهٔ زاویه نسبت به محور فیبر است که یک پرتو برای انتشار در داخل فیبر باید با آن به مرز مشترک هسته و هوا برخورد کند و آن را زاویهٔ پذیرش می‌نامند. اگر محیطی که پرتو از آن به داخل فیبر راه می‌یابد، هم‌جنس محیطی باشد که پرتو انتشاری از فیبر به داخل آن شکسته و خارج می‌شود، می‌توان گفت پرتو نور با هر زاویه که به داخل فیبر روانه می‌شود، با همان زاویه نیز از فیبر خارج می‌شود.

---

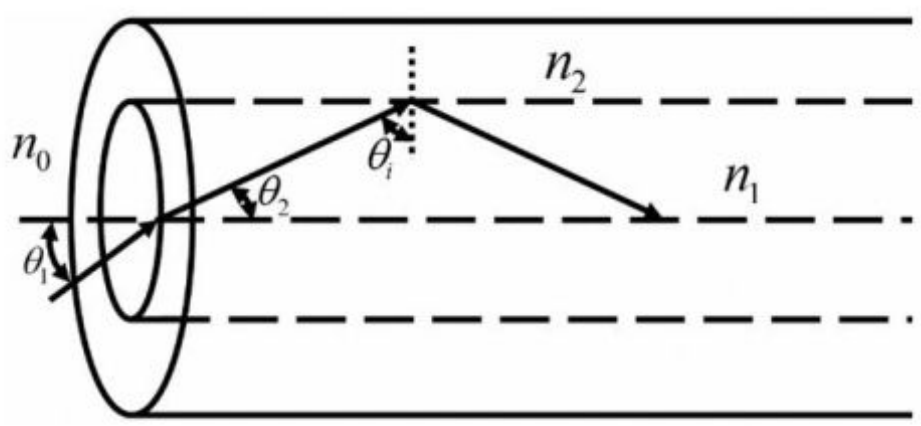
[1] Acceptance Angle



شکل ۳-۴: انتشار نور در یک فیبر با هستهٔ همگن. پرتوهایی که داخل مخروط با نصف زاویهٔ کانونی θ_a قرار دارند، در طول فیبر انتشار می‌یابند.

۳-۳-۲. دریچهٔ عددی[1]

در این بخش به‌دنبال روابطی هستیم که زاویهٔ پذیرش را به ضرایب شکست هسته، پوشش و هوا مرتبط می‌سازد. مطابق شکل ۳-۴ پرتو نوری با زاویهٔ کوچک‌تر از زاویهٔ پذیرش به فیبر وارد و در آن منتشر می‌شود. در شکل ۳-۵ نیز یک پرتو نور، که با زاویهٔ θ_1 به داخل هستهٔ فیبر روانه می‌شود، درنظرگرفته شده است. فرض می‌کنیم پرتو از هوا با ضریب شکست n_0 وارد فیبر شود و ضریب شکست هسته،n_1 ، اندکی از ضریب شکست پوشش فیبر،n_2 ، بزرگ‌تر باشد.



شکل ۳-۵: پرتو نور با زاویهٔ θ_1 به داخل هستهٔ فیبر روانه می‌شود. فرض می‌کنیم، پرتو از هوا با ضریب شکست n_0 وارد فیبر شود و ضریب شکست هسته،n_1 ، اندکی از ضریب شکست پوشش فیبر،n_2 ، بزرگ‌تر باشد.

[1] Numerical Aperture

با استفاده از قانون اسنل در مرز مشترک هوا- هسته می‌توان نوشت:

$$n_0 \sin\theta_1 = n_1 \sin\theta_2 \qquad (۲-۳)$$

با توجه به شکل داریم:

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} - \theta_2 \qquad (۳-۳)$$

در رابطهٔ θ_i از زاویهٔ بحرانی در فصل مشترک هسته- پوشش، بزرگ‌تر است. با ترکیب (۳-۲) و (۳-۳) و عملیات ریاضی درنهایت به رابطهٔ (۳-۴) می‌رسیم:

$$n_0 \sin\theta_1 = n_1 (1 - \sin^2\theta_i)^{1/2} \qquad (۴-۳)$$

درشرایطی‌که زاویهٔ θ_1 به زاویهٔ پذیرش،θ_a، نزدیک می‌شود، زاویهٔ θ_i نیز به زاویهٔ بحرانی، θ_c، میل می‌کند. دراین شرایط و استفاده از رابطهٔ (۳-۱)، رابطهٔ (۳-۴) را می‌توان بازنویسی کرد:

$$n_0 \sin\theta_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \qquad (۵-۳)$$

دریچهٔ عددی فیبر،NA، به‌صورت آنچه در رابطهٔ (۳-۶) آمده است، تعریف می‌شود [۱۴]:

$$NA = n_0 \sin\theta_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \qquad (۶-۳)$$

دریچهٔ عددی برحسب اختلاف نسبی، ضریب شکست هسته و پوشش فیبر،Δ، نیز بیان می‌شود. پارامتر Δ به‌صورت رابطهٔ (۳-۷) تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \qquad (۷-۳)$$

از رابطه (۳-۷) برای دریچهٔ عددی داریم:

$$NA = n_1(2\Delta)^{1/2} \qquad (۳-۸)$$

دریچهٔ عددی معیاری از توانایی جمع کردن یا پذیرش نور توسط یک فیبر است و در محاسبهٔ بازدهٔ کوپلینگ توان نوری منبع به فیبر مفید است. دریچهٔ عددی یک کمیت بدون بُعد و مقدار آن از یک کمتر است. مقدار کمیت بسته به ساختار فیبر از *0.14* تا *0.5* متغیر است [۱۴].

مثال ۳-۲- در یک فیبر نوری ضرایب شکست هسته و پوشش به‌ترتیب برابر با *1.48* و *1.46* است، مطلوب است محاسبهٔ: الف) دریچهٔ عددی؛ ب) تعیین زاویهٔ پذیرش با فرض اینکه نور از فضای آزاد به داخل هسته کوپل شود؛ ج) اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش فیبر نوری.

حل:

الف) دریچهٔ عددی فیبر نوری از رابطهٔ (۳-۶) به‌دست می‌آید:

$$NA = (1.48^2 - 1.46^2)^{1/2} = 0.242$$

ب) با فرض اینکه نور از فضای آزاد به هستهٔ فیبر نوری راه می‌یابد؛ بنابراین داریم $n_0=1$. از رابطهٔ (۳-۶) و نتیجهٔ قسمت (الف) می‌توان نوشت:

$$\theta_a = \sin^{-1} 0.242 = 14^\circ$$

ج) اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش از رابطهٔ (۳-۷) محاسبه می‌شود:

$$\Delta = \frac{1.48^2 - 1.46^2}{2 \times 1.48^2} = 0.0134$$

مثال ۳-۳: زاویهٔ پذیرش یک فیبر نوری با ضریب شکست هسته *1.48* و اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش *0.01* را تعیین کنید. نور از فضای آزاد به داخل هستهٔ فیبر نوری روانه می‌شود.

حل:

از رابطهٔ (۳-۷) ضریب شکست پوشش فیبر نوری محاسبه می‌شود:

$$\varnothing = \frac{1.48^2 - n_2^2}{2 \times 1.48^2} = 0.01 \Rightarrow n_2 = 1.465$$

برای دریچهٔ عددی طبق رابطهٔ (۳-۶) داریم:

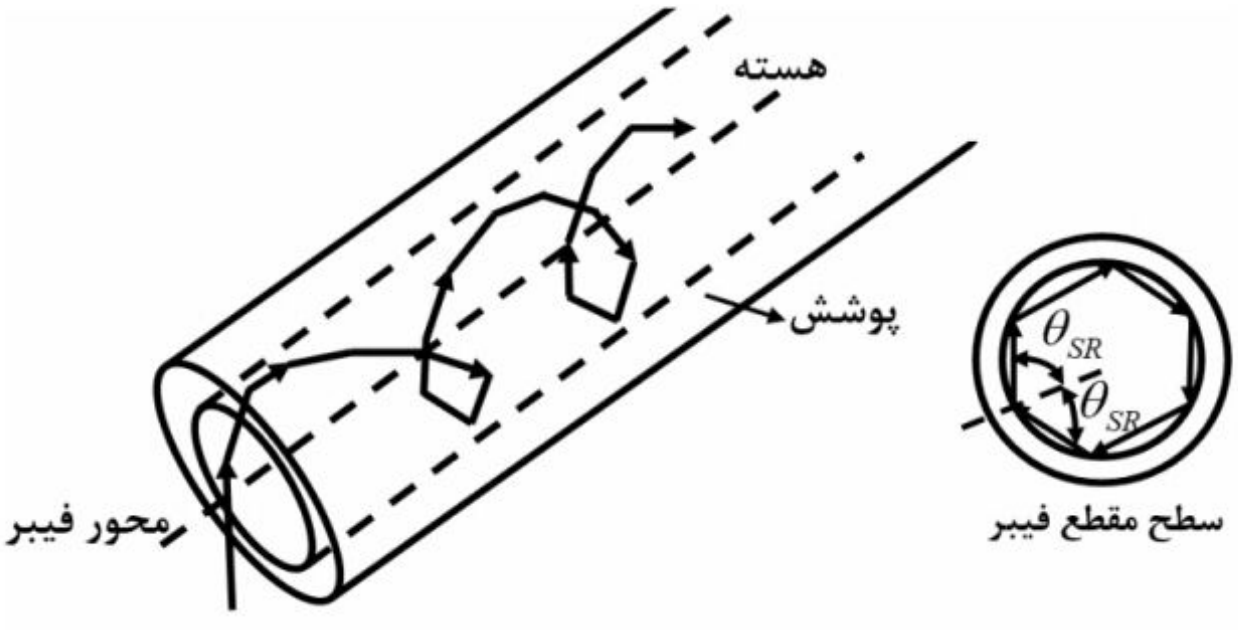
$$NA = (1.48^2 - 1.465^2)^{1/2} = 0.21$$

درنهایت مقدار زاویهٔ پذیرش از رابطهٔ (۳-۶) برابراست با $\theta_a = \sin^{-1} 0.2 = 11.53^\circ$.

۳-۳-۳. پرتوهای اوریب [1]

علاوه‌بر پرتوهای انتشاری در راستای محور فیبر نوری، دستهٔ دیگری از پرتوهای نوری بدون عبور از محور فیبر انتشار می‌یابند. این دسته از پرتوها مطابق شکل ۳-۶ مسیر مارپیچی را در داخل فیبر طی می‌کنند و پرتوهای مورب خوانده می‌شوند. در شکل ۳-۶ مسیر پرتوهای مورب به‌خوبی نشان داده شده‌است. در هر بازتاب تصویر پرتو به اندازهٔ $2\theta_{SR}$ تغییر جهت می‌دهد. همان‌گونه‌که در شکل نیز مشخص شده است، θ_{SR} زاویهٔ بین تصویر پرتو در دو بُعد و شعاع فیبر در نقطهٔ بازتاب است.

[1] Skew Rays



شکل ۳-۶: مسیر پرتوهای اوریب در فیبر نوری (سمت چپ) و نمایی از سطح مقطع فیبر (سمت راست) اقتباس شده از [۱۵].

پرتوهای اوریب تنها در حلقه‌ای نزدیک به سطح خارجی هسته منتشر می‌شوند و در تمام هستهٔ فیبر نوری انتشار نمی‌یابند. بیشینهٔ زاویهٔ ورودی یا زاویهٔ پذیرش پرتوهای اوریب، θ_{as}، از رابطهٔ (۳-۹) تعیین می‌شود [۱۵]:

$$\sin\theta_{as} = \frac{n_1}{n_0\cos\theta_{SR}}\left(1-\frac{n_2^2}{n_1^2}\right)^{1/2} \qquad (۹-۳)$$

برای دریچهٔ عددی داریم[۱۵]:

$$NA = n_0\sin\theta_{as}\cos\theta_{SR} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \qquad (۱۰-۳)$$

برای پرتوهای عادی، $\cos\theta_{SR}$ با یک برابراست و θ_{as} نیز با θ_a برابراست. پرتوهای اوریب مکمل پرتوهای عادی هستند و ظرفیت جمع کردن نور را در فیبر افزایش می‌دهند، باوجوداین غالباً در طراحی، مقدار دریچهٔ عددی برای پرتوهای عادی کفایت می‌کند.

مثال ۳-۴: در فیبر نوری مثال ۳-۲ زاویهٔ پذیرش پرتوهای اوریب را با فرض اینکه برای هر پرتو دراثر بازتاب 150° تغییر جهت ایجاد می‌شود، محاسبه کنید. نور از فضای آزاد به هستهٔ فیبر نوری راه می‌یابد.

حل:

دریچهٔ عددی فیبر نوری در مثال ۳-۲ به‌دست آمده و از صورت مثال نیز مقدار $2\theta_{SR}$ برابر با 150° است؛ بنابراین با جاگذاری مقادیر داده‌شده در رابطهٔ (۳-۱۰) برای زاویهٔ پذیرش پرتوهای اوریب داریم:

$$\theta_{as} = \sin^{-1}\frac{0.242}{\cos 75^\circ} = 69.23^\circ$$

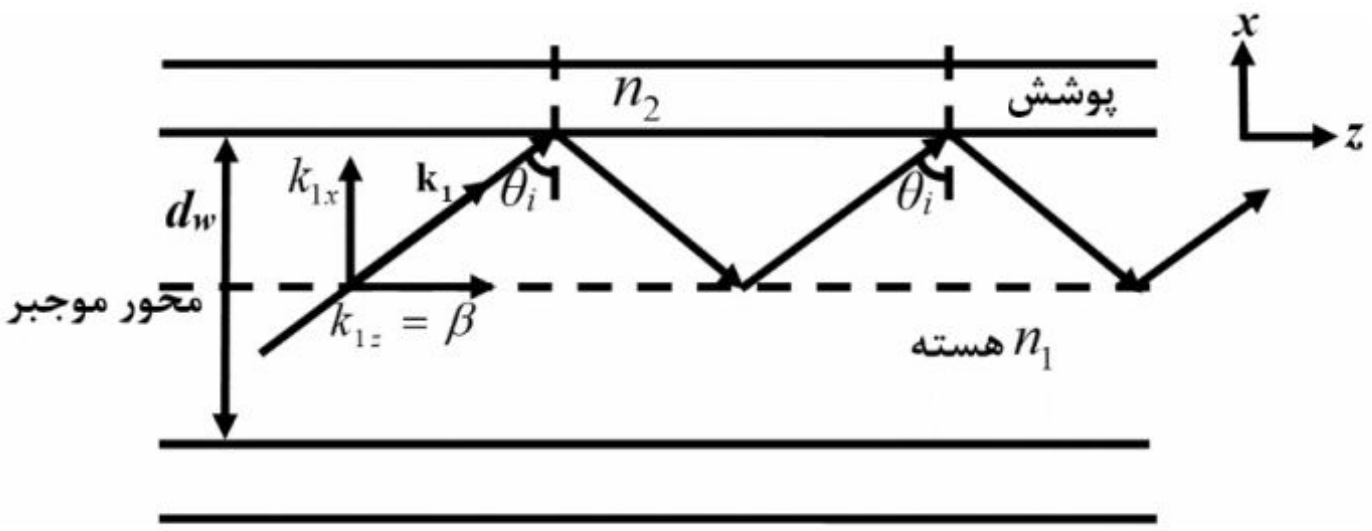
۳-۴. انتشار موج در موج‌برهای دی‌الکتریک تخت

پیش از بررسی نظریهٔ مد در فیبر، ابتدا به‌صورت کیفی تحلیل مدی در موج‌بر دی‌الکتریک تخت، که ساده‌ترین نوع موج‌بر نوری است، مورد مطالعه قرارمی‌گیرد. موج‌بر دی‌الکتریک تخت را می‌توان به‌صورت یک ورقهٔ دی‌الکتریک با ضریب شکست n_1 و ضخامت d_w تصور کرد، که بین دو محیط با ضریب شکست کوچک‌تر n_2 قرارگرفته است. ابتدا به تحلیل مدهای هدایت‌شده و تابشی در موج‌بر می‌پردازیم:

۱. مدهای هدایت‌شده: موج در داخل موج‌بر به‌وسیلهٔ بازتاب‌های داخلی منتشر می‌شود، که زاویهٔ برخورد پرتو نور شرط $\theta_i > \theta_c$ را برآورده می‌کند. مسیر پرتو انتشاری مربوط به یک موج تخت تک‌رنگ داخل موج‌بر در شکل ۳-۷ نشان داده شده است. با توجه به اینکه زاویهٔ بین بردار انتشار در محیط هسته،$\mathbf{k}_1$ و خط عمود بر فصل مشترک محیط‌های با ضریب شکست متفاوت برابر با θ_i است؛ درنتیجه داریم:

$$k_{1x} = |k_1|\cos\theta_i = n_1\frac{2\neq}{\lambda}\cos\theta_i, \qquad k_{1z} = \beta = |k_1|\sin\theta_i = n_1\frac{2\neq}{\lambda}\sin\theta_i \qquad (۱۱-۳)$$

مقدار $n_1 sin\theta_i$ در رابطهٔ (۳-۱۱) را ضریب شکست مؤثر[1] موج‌بر می‌نامند.



شکل ۳-۷: مسیر پرتو انتشاری مربوط به یک موج تخت تک‌رنگ داخل موج‌بر.

مؤلفهٔ موج تخت در جهت x، در مرز مشترک دو محیط با ضریب شکست متفاوت بازتاب می‌شود. در دو بازتاب موفق موج در مرزهای مشترک بالا و پایین هستهٔ موج‌بر و پوشش، تغییر فاز موج نوری برابر با $2n_1k_0d_wcos\theta_i$ است؛ به‌علاوه تغییرات فاز φ_{R1} و φ_{R2} به‌ترتیب مربوط به بازتاب‌های داخلی در مرزهای مشترک بالا و پایین موج‌بر و محیط اطراف آن هستند.

مقادیر جابه‌جایی فاز مربوط به مدهای TE و TM به‌ترتیب از زاویهٔ فاز ضرایب r_s و r_p معادلات (۲-۱۳۷-۱) و (۲-۱۳۹-۱) به‌دست می‌آیند. با توجه به اینکه تغییرات فاز φ_{R1} و φ_{R2} به زاویهٔ تابش θ_i، وابسته است؛ لذا درصورتی‌که پس از دو بازتاب موفق در مرزهای بالا و پایین فصل مشترک، اختلاف فاز موج تابشی و بازتابی به اندازهٔ $2m\pi$ باشد (که m عددی صحیح است و عدد مد[2] خوانده می‌شود) تداخل سازنده رخ می‌دهد و یک موج ایستاده در راستای محور x با توجه به $\varphi_{R1}=\varphi_{R2}=\varphi_R$ تشکیل می‌شود:

$$2n_1k_0d_w\cos\theta_i + 2\varphi_R(\theta_i) = 2m\pi \qquad (۱۲-۳)$$

در ازای $m=0$، مد هدایت‌شده را مد اصلی[3] می‌نامند. همچنین مدهای مرتبه بالاتر به مقادیر $m\neq0$ مربوط هستند. با توجه به اینکه $\varphi_R(\theta_i)$ به پلاریزاسیون موج وابسته است؛ درنتیجه

---

[1] Effective Refractive Index
[2] Wave Number
[3] Fundamental Modes

رابطهٔ (۳-۱۲) برای مدهای با پلاریزاسیون TE و TM دارای حل‌های متفاوتی است، که در ازای یک عدد مد مشخص m، ثابت‌های انتشار β_m، متفاوتی حاصل می‌شوند. صرف‌نظر از تلفات هسته، ثابت انتشار و عدد موج با هم برابر هستند. برای یک پلاریزاسیون خاص $\beta_0 > \beta_1 > \beta_2 > \ldots$. موج نوری در داخل هستهٔ موج‌بر محصور شده است و با انتشار موج در راستای محور z، توزیع میدان الکتریکی در راستای محور x بدون تغییر خواهد بود؛ لذا مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی مربوط به مد هدایت‌شده در موج‌بر تخت را می‌توان به‌صورت مجموعه معادلات (۳-۱۳) بیان کرد:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \xi(x)\exp(i(\omega t - \beta z)) \qquad (۳-۱۳-۱)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = H(x)\exp(i(\omega t - \beta z)) \qquad (۳-۱۳-۲)$$

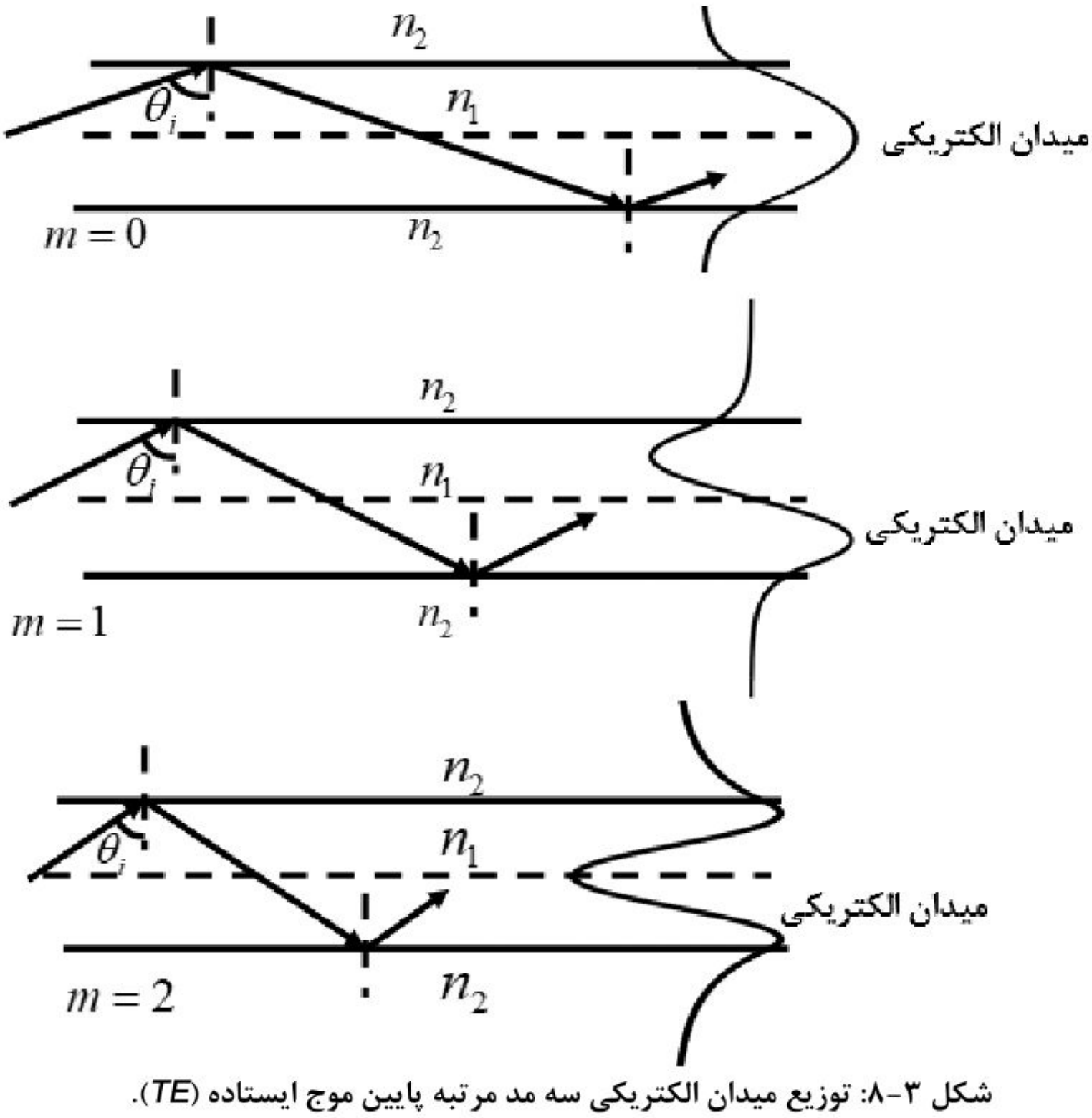
توزیع میدان الکتریکی سه مد مرتبه پایین موج ایستاده (TE) در شکل ۳-۸ نشان داده شده است. مطابق شکل ۳-۸، میدان‌های الکتریکی مدهای هدایت‌شده کاملاً در داخل هستهٔ موج‌بر محصور نمی‌شوند و به خارج از هستهٔ موج‌بر نیز نفوذ می‌کنند و در مرز موج‌بر و محیط اطراف موج‌بر صفر نیستند.

میدان الکتریکی مد اصلی در محور موج‌بر بیشینه است و با نفوذ در داخل پوشش میرا می‌شود. در مدهای مرتبه پایین میدان‌ها در نزدیکی مرکز موج‌بر تخت متمرکز هستند، درحالیکه برای مدهای مرتبه بالاتر میدان‌های مربوطه بیشتر در لبه‌های موج‌بر توزیع می‌شوند و درواقع بیشتر به داخل ناحیهٔ پوشش نفوذ می‌کنند. همچنانکه در شکل ۳-۸ نشان داده شده است، میدان‌های الکتریکی مدهای هدایت‌شده در داخل هستهٔ موج‌بر تغییرات سینوسی دارند و در پوشش موج‌بر به‌صورت نمایی کاهش می‌یابند.

۲. مدهای تابشی[1] :زمانی‌که $\theta_i < \theta_c$، در فصل مشترک دو محیط بازتاب داخلی کلی رخ نمی‌دهد، این امواج در هستهٔ موج‌بر محصور نمی‌شوند. مقادیر β مربوط به این دسته از مدها مانند مقادیر به‌دست آمده از معادلهٔ (۳-۱۲) گسسته نیستند. توزیع میدان الکتریکی مربوط به مد تابشی در شکل ۳-۹ نشان داده شده است. دامنهٔ میدان الکتریکی مد تابشی در پوشش موج‌بر افزایش می‌یابد.

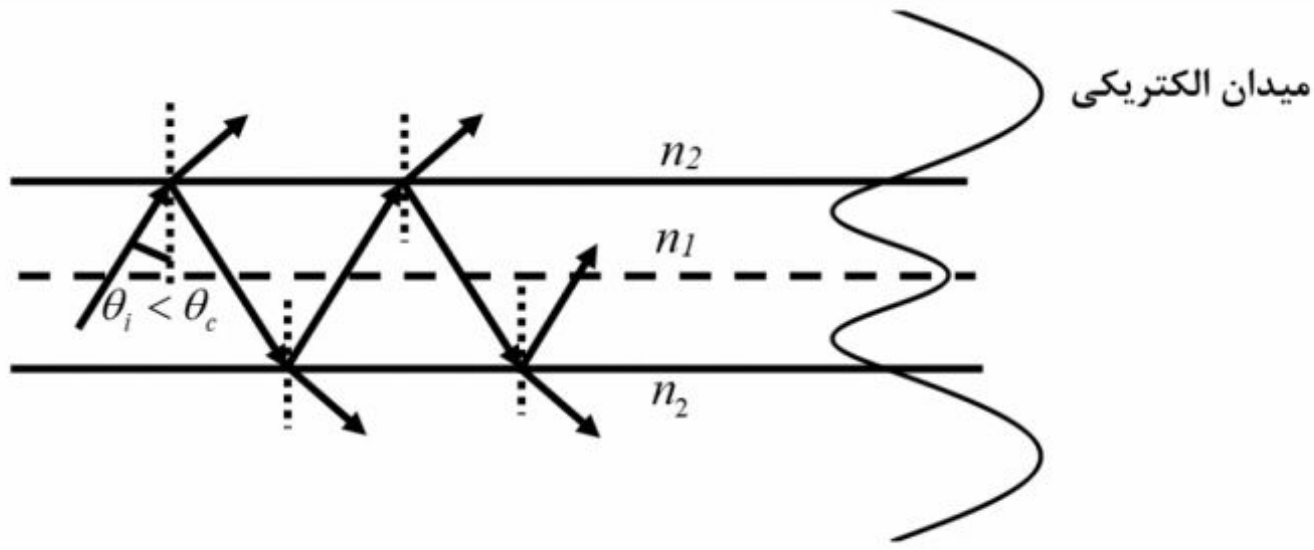
[1] Radiation Modes

علاوه‌بر مدهای هدایت‌شده و تابشی، دستهٔ دیگری از مدها به نام مدهای میرا[1] نیز وجود دارند. ثابت انتشار مدهای میرا موهومی خالص است و میدان‌های مربوط به این دسته از مدها در راستای z به‌صورت نمایی کاهش می‌یابند. با توجه به اینکه موجبر را یک محیط بدون اتلاف درنظرگرفته‌ایم؛ لذا جاذب انرژی نیست و مد میرا به‌صورت عرضی به خارج از موجبر تابش می‌شود.



شکل ۳-۸: توزیع میدان الکتریکی سه مد مرتبه پایین موج ایستاده (*TE*).

[1] Evanescent Radiation Modes



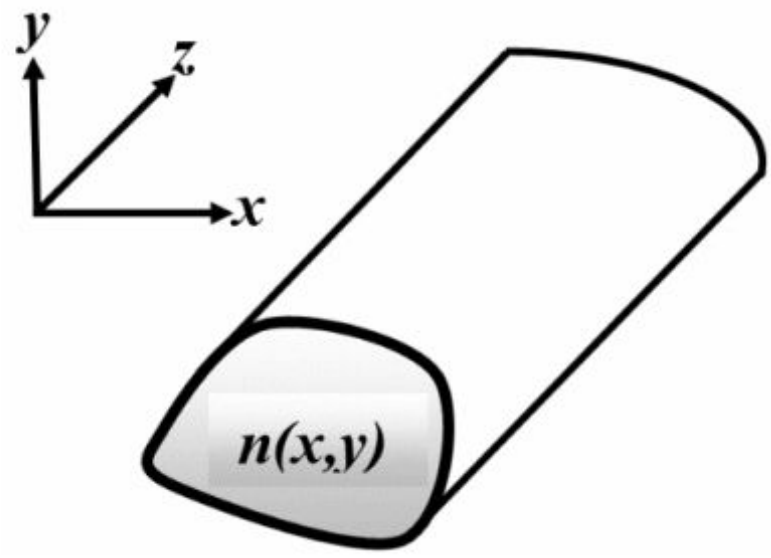
شکل ۳-۹: توزیع میدان الکتریکی مربوط به مد تابشی. دامنهٔ میدان الکتریکی مد تابشی در پوشش موج‌بر افزایش می‌یابد.

توزیع میدان الکتریکی و مغناطیسی در موج‌برهای نوری، که در شکل ۳-۱۰ به‌همراه توزیع ضریب شکست نشان داده شده است، مشابه با مجموعه روابط (۳-۱۳) بیان می‌شود:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \xi(x,y)\exp(i(\omega t - \beta z)) \qquad (۳-۱۴-۱)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = H(x,y)\exp(i(\omega t - \beta z)) \qquad (۳-۱۴-۲)$$

برای ساختار موج‌بر مبتنی بر دی‌الکتریک خطی و همسان‌گرد با ضریب گذردهی $\varepsilon(x,y)=\varepsilon$ معادلات ماکسول به‌صورت داده‌شده بیان می‌شوند:



شکل ۳-۱۰: موج‌بر نوری غیرتخت.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\alpha_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \qquad (۱-۱۵-۳)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (۲-۱۵-۳)$$

با توجه به روابط (۳-۱۴-۱) و (۳-۱۴-۲) از معادلهٔ (۳-۱۵-۱) می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \xi_z}{\partial y} + i\beta\xi_y = -i\omega\alpha_0 H_x \qquad (۱-۱۶-۳)$$

$$-i\beta\xi_x - \frac{\partial \xi_z}{\partial x} = -i\omega\alpha_0 H_y \qquad (۲-۱۶-۳)$$

$$\frac{\partial \xi_y}{\partial x} - \frac{\partial \xi_x}{\partial y} = -i\omega\alpha_0 H_z \qquad (۳-۱۶-۳)$$

به‌صورت مشابه از معادلهٔ (۳-۱۵-۲) داریم:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + i\beta H_y = i\omega\varepsilon\xi_x \qquad (۱-۱۷-۳)$$

$$-i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon\xi_y \qquad (۲-۱۷-۳)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon\xi_z \qquad (۳-۱۷-۳)$$

براین‌اساس می‌توان مؤلفه‌های عرضی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را برحسب مؤلفه‌های طولی میدان‌ها نوشت:

$$(k^2 - \beta^2)\xi_x = -i\beta \frac{\partial \xi_z}{\partial x} - i\omega\alpha_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \qquad (۱-۱۸-۳)$$

$$(k^2 - \beta^2)\xi_y = -i\beta \frac{\partial \xi_z}{\partial y} + i\omega\alpha_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \qquad (۲-۱۸-۳)$$

$$(k^2 - \beta^2)H_x = -i\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} + i\omega\varepsilon \frac{\partial \xi_z}{\partial y} \qquad (۳-۱۸-۳)$$

$$(k^2 - \beta^2) H_y = -i\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} - i\omega\varepsilon \frac{\partial \xi_z}{\partial x} \qquad (۴-۱۸-۳)$$

که در معادلات داده شده:

$$k^2(x, y) = \omega^2 \alpha_0 \varepsilon(x, y) \qquad (۱۹-۳)$$

مجموعه معادلات (۳-۱۸) برای هر شکل دلخواه از موجبر دی‌الکتریک درست هستند. این مجموعه معادلات را می‌توان به ساختار فیبر نوری با تغییر مختصه‌های (x,y) به (r,φ) اعمال کرد؛ درنتیجه در ساختار با معلوم بودن مؤلفه‌های طولی ξ_z و H_z می‌توان دیگر مؤلفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را تعیین کرد. براساس مؤلفه‌های طولی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی میدان‌های موجبر به چند دسته تقسیم می‌شود:

۱. در مد الکترومغناطیسی عرضی یا مد TEM، $\xi_z=0$ و $H_z=0$. این دسته از مدها با توجه به مجموعه معادلات (۳-۱۸) توان انتشار در موجبرهای دی‌الکتریک را ندارند و به اصطلاح موجبر دی‌الکتریک مد TEM را پشتیبانی نمی‌کند.

۲. در مد الکتریکی عرضی یا مد TE، $\xi_z=0$ و $H_z \neq 0$.

۳. در مد مغناطیسی عرضی یا مد TM، $H_z=0$ و $\xi_z \neq 0$.

۴. در مد هیبریدی[1] $\xi_z \neq 0$ و $H_z \neq 0$. موجبرهای دی‌الکتریک تخت مدهای هیبریدی را پشتیبانی نمی‌کنند و این دسته از مدها در موجبرهای غیرتخت مانند فیبر نوری انتشار می‌یابند.

مدهای EH و HE در فیبرهای نوری، مدهای هیبریدی هستند. مدهای هیبریدی را بسته به اینکه میدان الکتریکی یا میدان مغناطیسی عرضی کدام یک بزرگ‌تر هستند با EH و HE نشان می‌دهند. در مقایسه با موجبرهای فلزی توخالی، که تنها مدهای TE و TM را پشتیبانی می‌کنند، تجزیه‌وتحلیل مدهای هیبرید موجود در فیبر نوری پیچیده‌تر است. در فیبر نوری مدهای TE و TM از انتشار پرتوهای عادی ناشی می‌شوند و مدهای هیبریدی EH و HE از انتشار پرتوهای اوریب نشأت می‌گیرند.

---

[1] Hybrid Mode

۳-۴-۱. حل معادلهٔ موج در موج‌بر دی‌الکتریک تخت

با توجه به اینکه با معلوم بودن مؤلفهٔ طولی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج انتشاری، دیگر مؤلفه‌های مد انتشاری تعیین می‌شوند؛ درنتیجه در این بخش به‌دنبال یافتن معادلات حاکم بر ξ_z و H_z در یک موج‌بر تخت دی‌الکتریک با هسته دارای ضریب گذردهی ثابت به مقدار ε هستیم. در فصل قبل معادلهٔ موج را در یک محیط دی‌الکتریک بدون اتلاف به‌دست آوردیم:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0$$

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی در معادلهٔ (۳-۱۳-۱) داریم:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= E_x \hat{a}_x + E_y \hat{a}_y + E_z \hat{a}_z \\ &= [\xi_x(x)\hat{a}_x + \xi_y(x)\hat{a}_y + \xi_z(x)\hat{a}_z]\exp(i\omega t - i\beta z)\end{aligned} \qquad (۲۰-۳)$$

درنتیجه معادلهٔ موج برای هر سه مؤلفهٔ میدان الکتریکی صادق است. با توجه به اینکه در راستای y ضریب شکست در ساختار موج‌بر دی‌الکتریک تخت ثابت است؛ لذا در هر قسمت از موج‌بر دی‌الکتریک تخت می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2)\xi_z = 0 \qquad (۲۱-۳)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2) H_z = 0 \qquad (۲۲-۳)$$

که در این معادلات عدد موج در هر ناحیه از رابطهٔ (۳-۲۳) محاسبه می‌شود:

$$k_i = \omega\sqrt{\alpha_0 \varepsilon_i} = \frac{\omega}{c} n_i \quad ; i = 1,2 \qquad (۲۳-۳)$$

اگرچه معادلات (۳-۲۱) و (۳-۲۲) برای چهار مؤلفهٔ دیگر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی ξ_x, ξ_y, H_x, H_y، صادق هستند، باوجوداین نیازی به حل این معادلات نیست؛ زیرا حل معادلات (۳-۲۱) و (۳-۲۲) برای به‌دست آوردن مؤلفه‌های دیگر میدان‌ها کفایت می‌کند. در ادامه معادلهٔ حاکم بر مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی را برای مدهای انتشاری TE و TM به‌دست می‌آوریم:

۱. مد *TE*: همچنانکه پیشتر نیز اشاره شد، در مد TE ، $\xi_z=0$. با توجه به اینکه پروفایل ضریب شکست مستقل از y است؛ لذا در مجموعه معادلات (۳-۱۸)، $\xi_x=H_y=0$. تنها مؤلفه‌های میدان در این مد H_x، H_z و ξ_y هستند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + k_2^2 \xi_y = \beta^2 \xi_y \qquad ;x < 0 \qquad (۳-۲۴-۱)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + k_1^2 \xi_y = \beta^2 \xi_y \qquad ;0 < x < d_w \qquad (۳-۲۴-۲)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + k_2^2 \xi_y = \beta^2 \xi_y \qquad ;x > d_w \qquad (۳-۲۴-۳)$$

برای مؤلفه‌های میدان مغناطیسی نیز در هر یک از نواحی داریم:

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} \xi_y \qquad (۳-۲۵-۱)$$

$$H_z = \frac{i}{\omega \mu_0} \frac{\partial \xi_y}{\partial x} \qquad (۳-۲۵-۲)$$

۲. مد *TM*: در مد TM، $H_z=0$ و در مجموعه معادلات (۳-۱۸)، $\xi_y=H_x=0$. تنها مؤلفه‌های میدان در این مد ξ_x، ξ_z و H_y هستند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + k_2^2 H_y = \beta^2 H_y \qquad ;x < 0 \qquad (۳-۲۶-۱)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + k_1^2 H_y = \beta^2 H_y \qquad ;0 < x < d_w \tag{۲-۲۶-۳}$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + k_2^2 H_y = \beta^2 H_y \qquad ; x > d_w \tag{۳-۲۶-۳}$$

برای مؤلفه‌های میدان الکتریکی نیز در هر ناحیه از مجموعه معادلات (۳-۱۷) می‌توان نوشت:

$$\bar{\xi}_x = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} H_y \tag{۱-۲۷-۳}$$

$$\bar{\xi}_z = -\frac{i}{\omega\varepsilon}\frac{\partial H_y}{\partial x} \tag{۲-۲۷-۳}$$

با تعریف پارامترهای مد، h_1 و h_2 که به‌ترتیب دو پارامتر میدان عرضی در هسته و پوشش هستند، به‌صورت:

$$k_1^2 - \beta^2 = h_1^2 \tag{۱-۲۸-۳}$$

$$k_2^2 - \beta^2 = h_2^2 = -\gamma_w^2 \tag{۲-۲۸-۳}$$

ثابت انتشار مدهای هدایت‌شده در معادلهٔ داده‌شده صدق می‌کند:

$$n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0 \tag{۲۹-۳}$$

برای ثابت انتشار مدهای تابشی داریم:

$$\beta < n_2 k_0 \tag{۳۰-۳}$$

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مد TE به‌ترتیب از حل مجموعه معادلات (۳-۲۴) و استفاده از روابط (۳-۲۵) به‌دست می‌آیند. شرایط مرزی ایجاب می‌کند که میدان‌های H_x، H_z و ξ_y در مرزهای $x=0$ و $x=d_w$ پیوسته باشند. مجموعه روابط (۳-۲۵) بیان می‌دارند که

میدان الکتریکی ξ_y و مشتق آن $\partial\xi_y / \partial y$، باید در مرزهای مشترک هسته و پوشش نیز پیوسته باشند. با حل (۳-۲۴) برای میدان الکتریکی در مد TE می‌توان نوشت:

$$\xi_y = \begin{cases} \xi_1 e^{\gamma_w x} + \xi_1' e^{-\gamma_w x} & x < 0 \\ \xi_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Ey}) & 0 < x < d_w \\ \xi_3 e^{\gamma_w (x-d_w)} + \xi_3' e^{-\gamma_w (x-d_w)} & x > d_w \end{cases} \qquad (۳۱-۳)$$

مدهای هدایت‌شده در پوشش موج‌بر به‌صورت نمایی کاهش می‌یابند؛ لذا در رابطهٔ (۳-۳۱)، $\xi_1' = 0$ و $\xi_3 = 0$. از شرط پیوستگی میدان در مرزهای $x=0$ و $x=d_w$ داریم:

$$\xi_1 e^{\gamma_w x}\,|_{x=0} = \xi_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Ey})\,|_{x=0} \Rightarrow \xi_1 = \xi_2 \cos\varphi_{Ey} \qquad (۱-۳۲-۳)$$

$$\xi_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Ey})\,|_{x=d_w} = \xi_3' e^{-\gamma_w (x-d_w)}\,|_{x=d_w} \qquad (۲-۳۲-۳)$$

$$\Rightarrow \xi_2 \cos(h_1 d_w - \varphi_{Ey}) = \xi_3'$$

از شرط پیوستگی مشتق میدان در مرزهای $x=0$ و $x=d_w$ نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\xi_1 e^{\gamma_w x})\,|_{x=0} = \frac{\partial}{\partial x}(\xi_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Ey}))\,|_{x=0} \Rightarrow \xi_1 \gamma_w = \xi_2 h_1 \sin\varphi_{Ey} \qquad (۱-۳۳-۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\xi_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Ey}))\,|_{x=d_w} = \frac{\partial}{\partial x}(\xi_3' e^{-\gamma_w (x-d_w)})\,|_{x=d_w} \qquad (۲-۳۳-۳)$$

$$\Rightarrow \xi_2 h_1 \sin(h_1 d_w - \varphi_{Ey}) = \xi_3' \gamma_w$$

از تقسیم رابطهٔ (۳-۳۳-۱) بر (۳-۳۲-۱) و تقسیم رابطهٔ (۳-۳۳-۲) بر (۳-۳۳-۱) روابط (۳-۳۴) به‌دست می‌آیند:

$$\tan\varphi_{Ey} = \frac{\gamma_w}{h_1} \qquad (۱-۳۴-۳)$$

$$\tan(h_1 d_w - \varphi_{Ey}) = \frac{\gamma_w}{h_1} \qquad (۲-۳۴-۳)$$

به کمک اتحاد برداری $\tan(A-B)=(\tan A-\tan B)/(1+\tan A\tan B)$ داریم:

$$\tanh_1 d_w=\frac{2\gamma_w h_1}{h_1^2-\gamma_w^2} \qquad (۳۵-۳)$$

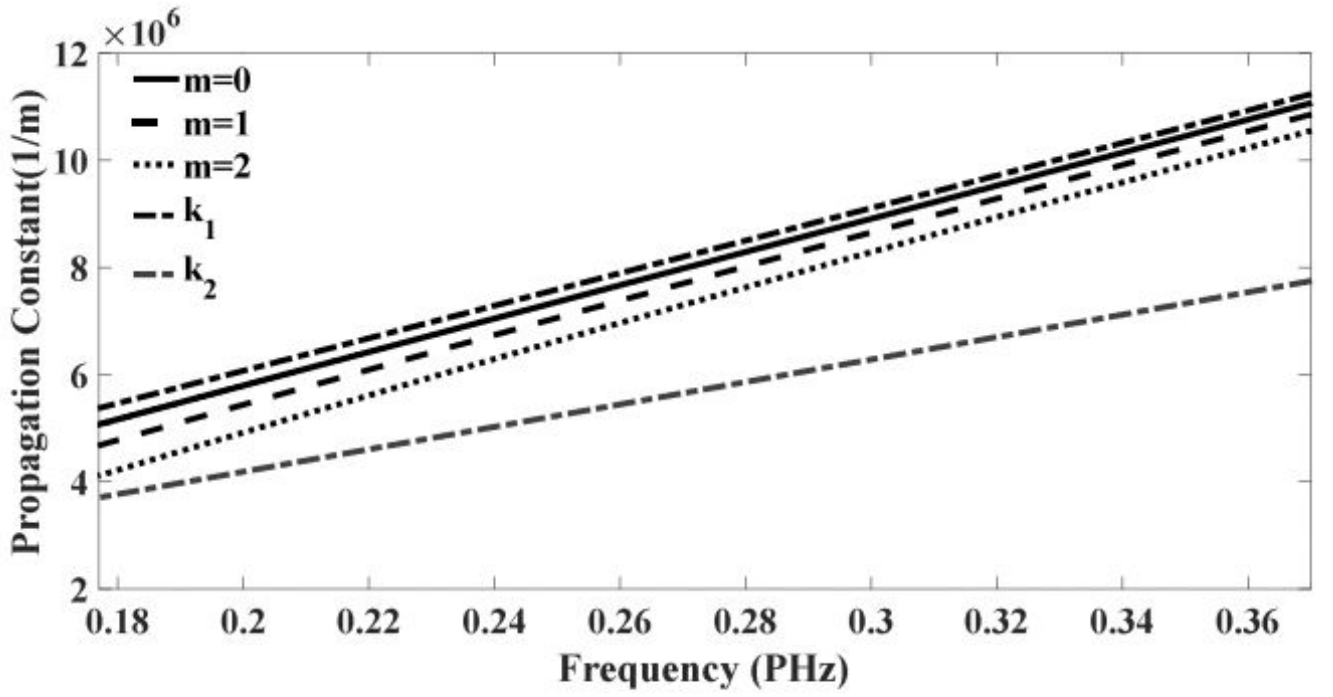
از مجموعهٔ روابط (۳-۳۴) نتیجه می‌گیریم:

$$h_1 d_w-\varphi_{Ey}=(m+1)\pi+\tan^{-1}\frac{\gamma_w}{h_1} \qquad ;m=0,1,2,... \qquad (۳۶-۳)$$

و درنهایت می‌توان نوشت:

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}n_1^2-\beta^2}\,d_w=(m+1)\pi+2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\beta^2-\frac{\omega^2}{c^2}n_2^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}n_1^2-\beta^2}} \qquad (۳۷-۳)$$

با معلوم بودن مقادیر d_w، n_1 و n_2 از حل معادله بالا، که معادلهٔ مقدار ویژه خوانده می‌شود، در ازای فرکانس‌های مختلف مقدار β یا β_m تعیین می‌شود، چون مقدار β به عدد موج وابسته است. درنهایت با معلوم بودن β_m شکل مد نیز مشخص خواهد شد و هر مد انتشاری از موج‌بر یک ضریب شکست مؤثر $\beta_m=\frac{\omega}{c}n_{\beta_m}$ می‌بیند. در شکل ۳-۱۱ ثابت انتشار برحسب فرکانس ω، (بازهٔ طول موجی $0.8\text{-}2\ \mu m$) برای یک موج‌بر تخت دی‌الکتریک با $n_1=1.45$ و $n2=1$ و ضخامت $3\ \mu m$ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۱: ثابت انتشار برحسب فرکانس،ω، (بازهٔ طول موجی $0.8\text{-}2\mu m$) برای یک موج‌بر تخت دی‌الکتریک با $n_1=1.45$ و $n2=1$ و ضخامت $3\mu m$. ناحیهٔ غیرمجاز مربوط به ثابت انتشار مدهای انتشاری با $\beta > k_1$ و ثابت انتشار مدهای تابشی با $\beta < k2$ مشخص شده است.

با حل معادلهٔ (۳-۲۶) نیز توزیع میدان مغناطیسی مربوط به مد TM به‌دست می‌آید. مؤلفهٔ میدان مغناطیسی H_y باید در مرزهای مشترک بالایی و پایینی هسته و پوشش پیوسته باشد، درحالیکه بنابر معادلهٔ (۳-۲۷-۲) مشتق H_y ، $\partial H_y/\partial x$، در فصل‌های مشترک هسته و پوشش پیوسته نیست، بلکه شرط پیوستگی مؤلفهٔ مماسی میدان الکتریکی در مرزهای مشترک ایجاب می‌کند که تابع $n^{-2}\partial H_y/\partial x$ در مرزهای $x=0$ و $x=d_w$ پیوسته باشد. مشابه با روابطی که برای حل مجموعه معادلهٔ (۳-۲۴) داشتیم، برای حل مجموعهٔ (۳-۲۶) می‌توان نوشت:

$$H_y = \begin{cases} H_1 e^{\gamma_w x} & x < 0 \\ H_2 \cos(h_1 x - \varphi_{Hy}) & 0 < x < d_w \\ H_3' e^{-\gamma_w (x-d_w)} & x > d_w \end{cases} \qquad (۳۸-۳)$$

با اعمال شرط پیوستگی توابع H_y و $n^{-2}\partial H_y/\partial x$ در مرزهای $x=0$ و $x=d_w$ درنهایت مجموعه روابط (۳-۳۹) به‌دست می‌آید:

$$\tan \varphi_{Hy} = \frac{\gamma_w}{h_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \qquad (۱-۳۹-۳)$$

$$\tan(h_1 d_w - \varphi_{Hy}) = \frac{\gamma_w}{h_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \qquad (۲-۳۹-۳)$$

از دو معادلهٔ (۳-۳۹) داریم:

$$\tan(h_1 d_w) = \frac{2\gamma_w h_1 n_1^2 n_2^2}{h_1^2 n_2^4 - \gamma_w^2 n_1^4} \qquad (۴۰-۳)$$

همچنین رابطه‌ای مشابه با رابطهٔ (۳-۳۷) به‌دست می‌آید:

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} n_1^2 - \beta^2}\, d_w = (m+1)\pi + 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{n_1^4\left(\beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_2^2\right)}}{\sqrt{n_2^4\left(\frac{\omega^2}{c^2} n_1^2 - \beta^2\right)}} \qquad (۴۱-۳)$$

در یک موجبر دی‌الکتریک مدهای هدایت‌شدهٔ TE ثابت انتشار بزرگ‌تری نسبت به مدهای هدایت‌شدهٔ TM هم‌مرتبهٔ خود دارند ($\beta_M^{TE} > \beta_M^{TM}$).

۳-۴-۲. شرط قطع [1]

$\beta = k_2$ یا $\gamma_w = 0$ نقطهٔ گذار مد هدایت‌شده به مد تابشی است و بیانگر شرایطی است که در آن $\theta_i = \theta_c$. درشرایطی‌که $\gamma_w^2 < 0$، براساس مجموعه معادلات (۳-۳۱) و (۳-۳۸) و شکل ۳-۹، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در داخل پوشش موجبر به‌صورت سینوسی تغییر می‌کنند و به صفر نمی‌رسند. $\gamma_w = 0$ شرط قطع را بیان می‌دارد؛ به‌عبارت‌دیگر درشرایط قطع، مد به هستهٔ موجبر محدود نیست.

مثال ۳-۵: یک قطعه دی‌الکتریک تخت به ضخامت $d_w = 3\ \mu m$ و ضریب شکست $n_1 = 1.45$ در طول موج $1.55\ \mu m$، در فضای آزاد مفروض است. مقادیر مجاز ثابت انتشار و ضریب شکست مؤثر موجبر برای چهار مد مرتبه پایین TE را بیابید.

---

[1] Cutoff Condition

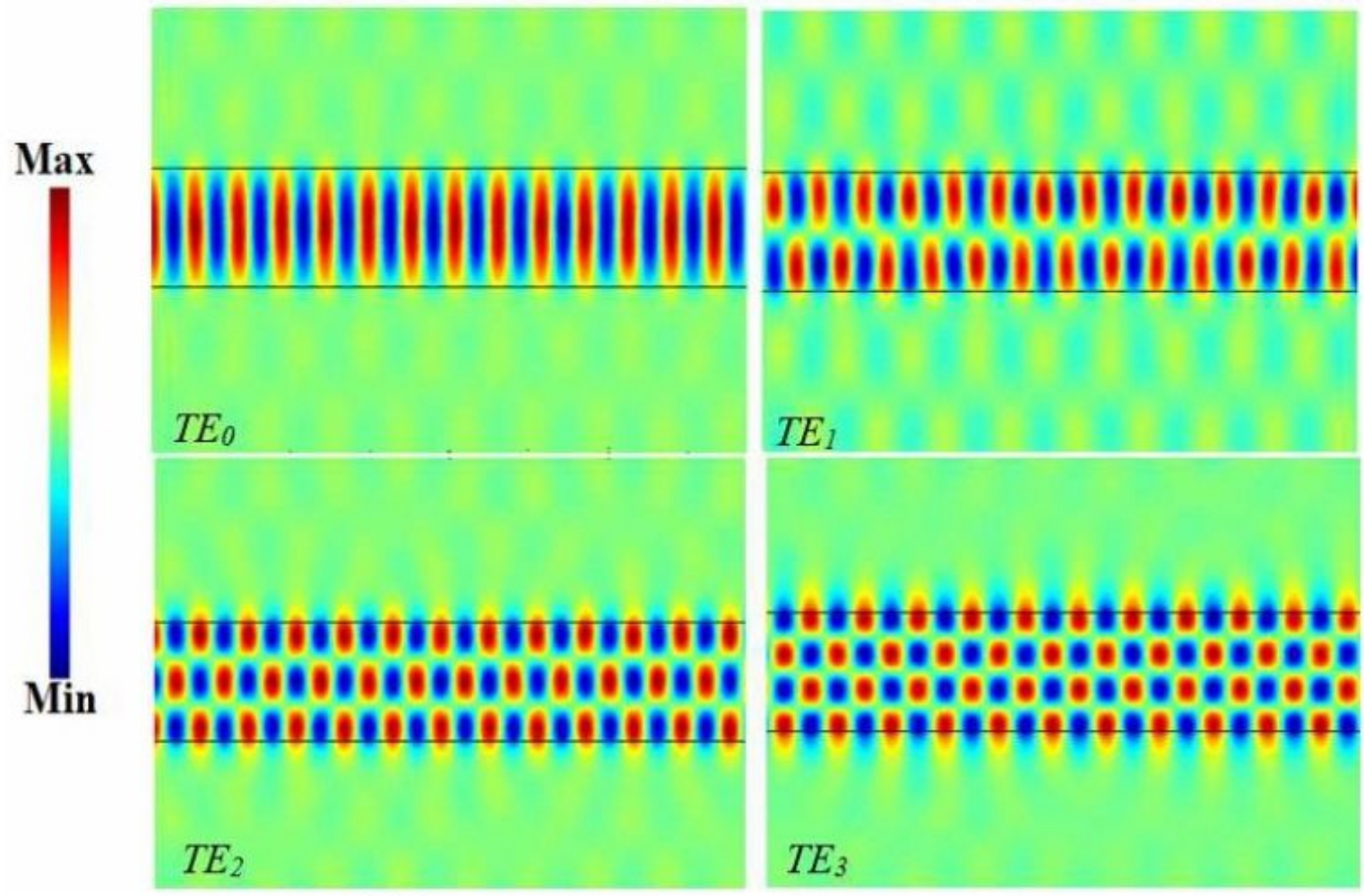
حل:

مقادیر مجاز ثابت انتشار برای چهار مد مرتبه پایین از حل معادلهٔ (۳-۳۷) با توجه به $\omega = 2\pi c/\lambda = 1.88\times10^{15}\ rad/s$، $n_1=1.45$، $n_2=1$ و $d_W=3\ \mu m$، در ازای $m=0,1,2,3$ به‌دست می‌آید. ضریب شکست مؤثر مربوط به هر مد n_{β_m} از $\beta_m = \frac{\omega}{c} n_{\beta_m}$ محاسبه می‌شود. مقادیر مجاز ثابت انتشار مدهای مذکور در جدول آمده‌اند:

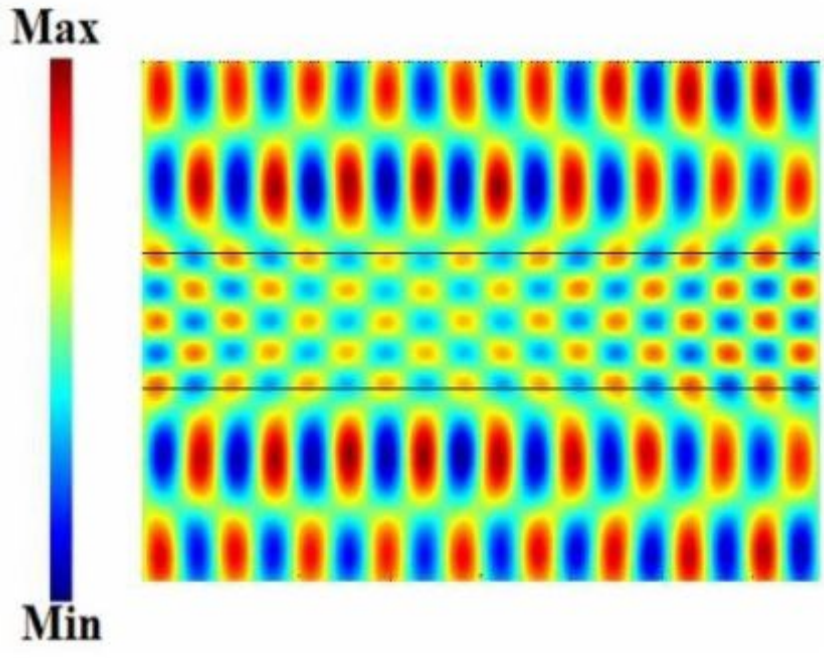
مقادیر مجاز ثابت انتشار چهار مد مرتبه پایین TE و ضریب شکست مؤثر مربوط به هر مد.

m	$\beta_m\ (m^{-1})$	$n_{\beta m}$
0	5.5945×10^6	1.3801
1	5.2281×10^6	1.2897
2	4.6958×10^6	1.1584
3	4.0681×10^6	1.0036

در موجبر داده‌شده، توزیع میدان الکتریکی مربوط به مدهای هدایت‌شده و تابشی به‌ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ مثال نشان داده شده است. تنها چهار مد مرتبه پایین TE محصور می‌شوند. با توجه به شکل ۱، میدان الکتریکی مدهای مرتبه بالاتر کمتر در هستهٔ موجبر محصور هستند (شکل ۳-۸). مدهای مرتبه بالاتر $m\geq 4$ مدهای هدایت‌شده در موجبر تخت نیستند (مدهای تابشی) در شکل ۲ یک مد تابشی در ازای $m=5$ آمده است. دامنهٔ مد تابشی طبق آنچه در شکل ۳-۹ نشان داده شده است، در پوشش موجبر دی‌الکتریک تخت به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند.



شکل ۱ مثال ۳-۵: توزیع میدان الکتریکی مربوط به چهار مد TE با پایین‌ترین مرتبه.

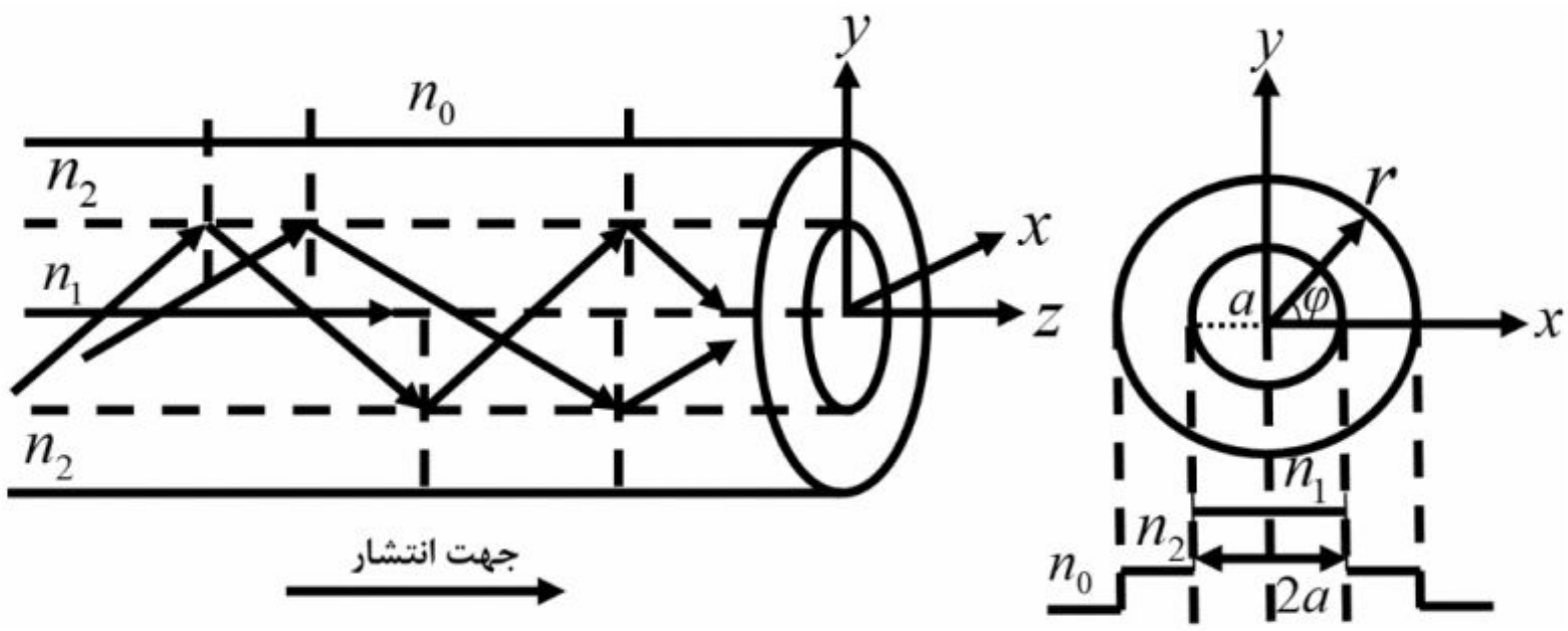


شکل ۲ مثال ۳-۵: توزیع میدان الکتریکی مربوط به یک مد تابشی.

۳-۵. انتشار موج در فیبر نوری

امواج الکترومغناطیسی انتشاری در امتداد یک فیبر استوانه‌ای با هستهٔ همگن، در شکل ۳-۱۲ نشان داده شده است. برای این موج‌بر سیستم مختصات استوانه‌ای را (r,φ,z)

درنظرمی‌گیریم که در آن محور z در امتداد محور موج‌بر قراردارد. میدان‌های امواج الکترومغناطیسی انتشاری در امتداد محور z ، توابعی به شکل معادلات (۳-۴۲) هستند:



شکل ۳-۱۲: امواج الکترومغناطیسی انتشاری در امتداد یک فیبر استوانه‌ای با هستهٔ همگن

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \xi(r,\phi)e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۱-۴۲-۳)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \boldsymbol{H}(r,\phi)e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۲-۴۲-۳)$$

پارامتر β مؤلفهٔ z بردار انتشار است که از اعمال شرایط مرزی میدان‌های الکترومغناطیسی در فصل مشترک هسته- پوشش تعیین می‌شود. شکل فازوری معادلات (۳-۱۵) برای فیبر نوری در سیستم مختصات استوانه‌ای عبارت است از:

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial \xi_z}{\partial \phi} + ir\beta\xi_\phi\right) = -i\omega\propto_0 H_r \qquad (۱-۴۳-۳)$$

$$i\beta\xi_r + \frac{\partial \xi_z}{\partial r} = i\omega\propto_0 H_\phi \qquad (۲-۴۳-۳)$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\xi_\phi) - \frac{\partial \xi_r}{\partial \phi}\right) = -i\omega\propto_0 H_z \qquad (۳-۴۳-۳)$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial H_z}{\partial \phi} + ir\beta H_\phi\right) = i\omega\varepsilon\xi_r \qquad (۴-۴۳-۳)$$

$$i\beta H_r + \frac{\partial H_z}{\partial r} = -i\omega\varepsilon\xi_\phi \qquad (۵-۴۳-۳)$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rH_\phi) - \frac{\partial H_r}{\partial \phi}\right) = i\omega\varepsilon\xi_z \qquad (۶-۴۳-۳)$$

با حذف متغیرها، مجموعه معادلات (۳-۴۳) را می‌توان به گونه‌ای بازنویسی کرد که با معلوم بودن ξ_z و H_z، مؤلفه‌های عرضی ξ_r ،ξ_ϕ، H_r و H_ϕ تعیین شوند؛ برای‌مثال با حذف H_r یا ξ_ϕ از مجموعه معادلات (۳-۴۳-۱) و (۳-۴۳-۵)، به‌ترتیب مؤلفه‌های H_ϕ یا ξ_r برحسب ξ_z و H_z نوشته می‌شوند. درنهایت به مجموعه روابط (۳-۴۴) می‌رسیم:

$$\xi_r = -\frac{i}{q_F^2}\left(\beta\frac{\partial \xi_z}{\partial r} + \frac{\omega\alpha_0}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi}\right) \qquad (۱-۴۴-۳)$$

$$\xi_\phi = -\frac{i}{q_F^2}\left(\frac{\beta}{r}\frac{\partial \xi_z}{\partial \phi} - \omega\alpha_0\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \qquad (۲-۴۴-۳)$$

$$H_r = -\frac{i}{q_F^2}\left(\beta\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega\varepsilon}{r}\frac{\partial \xi_z}{\partial \phi}\right) \qquad (۳-۴۴-۳)$$

$$H_\phi = -\frac{i}{q_F^2}\left(\frac{\beta}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega\varepsilon\frac{\partial \xi_z}{\partial r}\right) \qquad (۴-۴۴-۳)$$

که در روابط داده‌شده $q_F^2 = \omega^2\varepsilon\alpha_0 - \beta^2 = k^2 - \beta^2$. با جاگذاری معادلات (۳-۴۴-۳) و (۳-۴۴-۴) در (۳-۴۳-۶) معادلهٔ موج در مختصات استوانه‌ای به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \xi_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial \phi^2} + q_F^2\xi_z = 0 \qquad (۱-۴۵-۳)$$

همچنین با جاگذاری معادلات (۳-۴۴-۱) و (۳-۴۴-۲) در (۳-۴۳-۵) داریم:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + q_F^2 H_z = 0 \qquad (۲-۴۵-۳)$$

در ادامه از نتایج حاصل به‌منظور یافتن مدهای هدایت‌شده در یک فیبر نوری با هستهٔ دی-الکتریک همگن برای سادگی در محاسبات استفاده می‌کنیم. یک روش برای حل مجموعه

معادلات (۳-۴۵) روش جداسازی متغیر است. فرض می‌کنیم که جواب معادلهٔ (۳-۴۵-۱) به این صورت باشد:

$$\xi_z = AF_1(r)\,F_2(\phi)\,F_3(z)\,F_4(t) \qquad (۳-۴۶)$$

با توجه به اینکه وابستگی موج به زمان سینوسی است و موج در جهت z انتشار می‌یابد؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$F_3(z)\,F_4(t) = e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۳-۴۷)$$

به‌دلیل تقارن دایره‌ای موج‌بر دراثر افزایش ϕ با ضریب $2\neq$، مؤلفه‌های میدان نباید دچار تغییر شوند؛ بنابراین برای وابستگی میدان ξ_z به مؤلفهٔ ϕ داریم:

$$F_2(\phi) = e^{j\nu\phi} \qquad (۳-۴۸)$$

با توجه به اینکه دورهٔ تناوب میدان $2\neq$ است؛ درنتیجه پارامتر ν عددی صحیح است. با جاگذاری روابط (۳-۴۷) و (۳-۴۸) در (۳-۴۶)، معادلهٔ موج (۳-۴۵-۱) به‌صورت (۳-۴۹) بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_1}{\partial r} + (q_F^2 - \frac{\nu^2}{r^2})F_1 = 0 \qquad (۳-۴۹)$$

برای وابستگی شعاعی میدان مغناطیسی نیز معادله‌ای مشابه وجود دارد. برای آرایش فیبر نوری، فرض بر این است که هستهٔ دی‌الکتریک همگن با ضریب شکست n_1 و شعاع a توسط یک دی‌الکتریک با ضریب شکست n_2 و ضخامت بی‌نهایت پوشانده شده است. دلیل انتخاب پوشش با ضخامت بی‌نهایت آن است که مدهای هدایت‌شده در هسته به‌صورت نمایی در خارج از هستهٔ فیبر کاهش می‌یابند و در مرز بیرونی پوشش باید دارای مقادیر کوچکی باشند. در عمل فیبرهای نوری با پوشش‌های به ضخامت نسبتاً بزرگ طراحی می‌شوند، به‌گونه‌ای‌که

میدان مد هدایت‌شده به مرز خارجی پوشش نمی‌رسد. طبق شکل ۳-۸ در موج‌بر تخت دی‌الکتریک، میدان الکتریکی مدهای هدایت‌شده در هسته با ضریب شکست n_1 به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند و خارج از این ناحیه به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد؛ ازاین‌رو باید معادلهٔ (۳-۴۹) را داخل و خارج از هسته حل کرد. در ناحیهٔ داخلی دامنهٔ مدهای هدایت‌شده باید در ازای، $r \to 0$ محدود باشد و در ناحیهٔ خارجی برای $r \to \infty$ دامنه مدها به صفر کاهش یابند. بنابراین حل معادلهٔ (۳-۴۹) برای $r < a$ توابع بسل نوع نخست از مرتبه v هستند، که مرسوم است با $J_v(h_1 r)$ نمایش داده شوند؛ درنتیجه ξ_z و H_z داخل هستهٔ فیبر به‌صورت داده‌شده در (۳-۵۰) بیان می‌شوند:

$$\xi_z(r \prec a) = AJ_\nu(h_1 r)e^{jv\phi}e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۳-۵۰-۱)$$

$$H_z(r \prec a) = BJ_\nu(h_1 r)e^{jv\phi}e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۳-۵۰-۲)$$

که در آن ثابت‌های اختیاری A و B از شرایط مرزی تعیین می‌شوند. خارج از هستهٔ فیبر جواب معادلهٔ (۳-۴۹) توابع بسل اصلاح‌شدهٔ نوع دوم، $K_v(\gamma_w r)$، هستند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xi_z(r \succ a) = CK_\nu(\gamma_w r)e^{jv\phi}e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۳-۵۱-۱)$$

$$H_z(r \succ a) = DK_\nu(\gamma_w r)e^{jv\phi}e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (۳-۵۱-۲)$$

در روابط داده‌شده ضرایب C و D ثابت‌های اختیاری هستند. تابع بسل نوع نخست، $J_v(r)$، و تابع بسل اصلاح‌شده $K_v(r)$، در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده‌اند. توابع بسل دارای ویژگی‌هایی به‌صورت داده‌شده هستند:

$$J_0(0) = 1, \qquad J_{v\uparrow 0}(0) = 0 \qquad (۳-۵۲-۱)$$

$$K_v(0) = \infty \qquad (۳-۵۲-۲)$$

در ازای مقادیر بزرگ از r، این توابع تقریب زده می‌شوند:

$$J_v(r) \oplus \sqrt{\frac{2}{\neq r}}\left[\cos\left(r - \frac{v\neq}{2} - \frac{\neq}{4}\right] - \frac{4v^2 - 1}{8r}\sin\left(r - \frac{v\neq}{2} - \frac{\neq}{4}\right)\right] \qquad (۱-۵۳-۳)$$

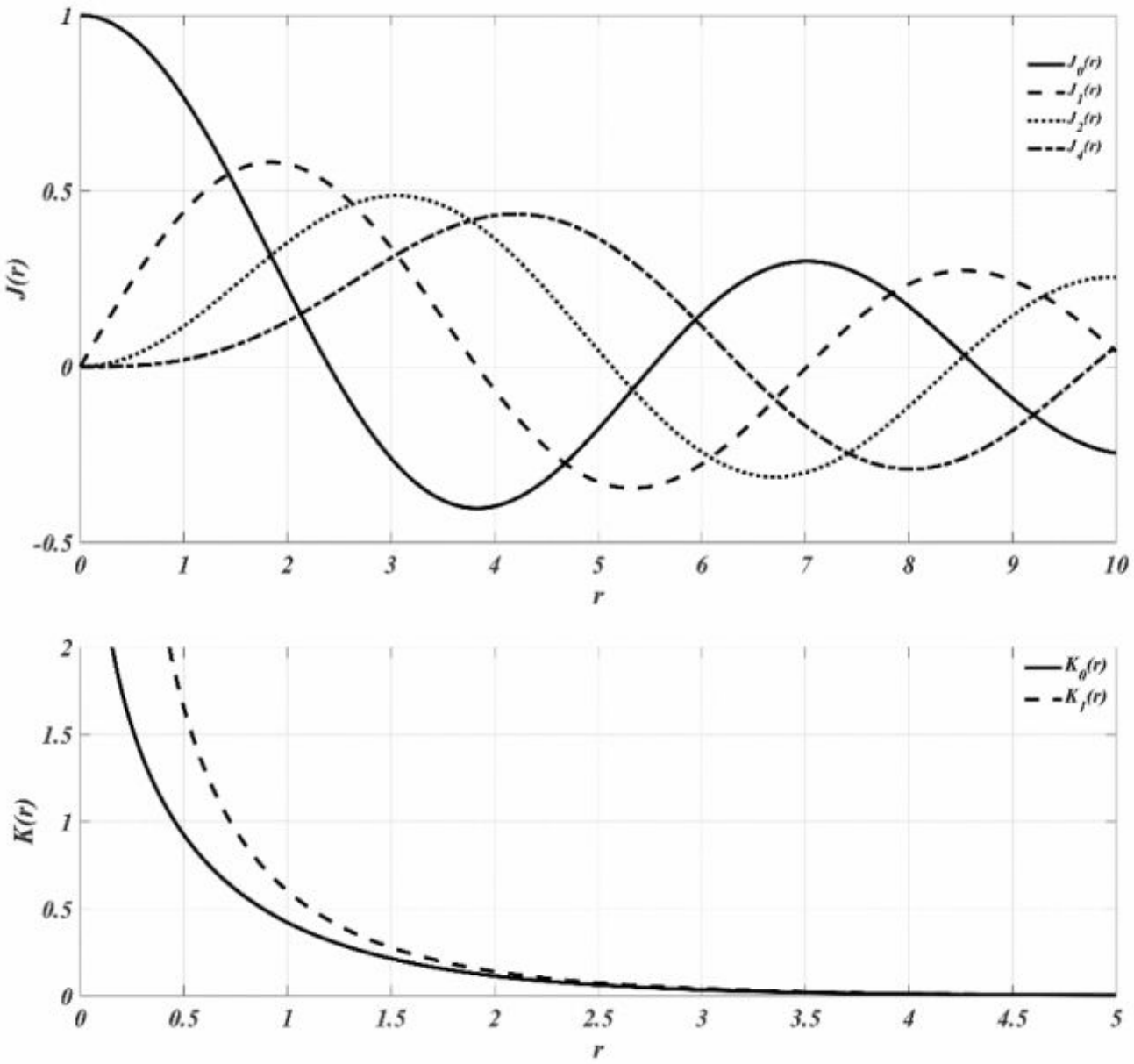
$$K_v(r) \oplus \sqrt{\frac{\neq}{2r}}\left(1 + \frac{4v^2 - 1}{8r}\right)e^{-r} \qquad (۲-۵۳-۳)$$

همچنین برای این توابع داریم:

$$J_{-v} = (-1)^v J_v, \qquad K_{-v} = K_v \qquad (۱-۵۴-۳)$$

$$J'_v = \frac{1}{2}(J_{v-1} - J_{v+1}), \qquad K'_v = -\frac{1}{2}(K_{v-1} + K_{v+1}) \qquad (۲-۵۴-۳)$$

$$\frac{v}{x}J_v = \frac{1}{2}(J_{v-1} + J_{v+1}), \qquad \frac{v}{x}K_v = -\frac{1}{2}(K_{v-1} - K_{v+1}) \qquad (۳-۵۴-۳)$$



شکل ۳-۱۳: توابع بسل

اگر $\gamma_w r \to 0$، آنگاه $K_\nu(\gamma_w r) \to e^{-\gamma_w r}$ ، با توجه به اینکه $K_\nu(\gamma_w r)$ درشرایطی‌که $r \to 0$، باید به‌سمت صفر میل کند؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم $\gamma_w > 0$ و درنهایت $\beta > k_2$ ،$\beta \leq k_2$ حالت قطع را توصیف می‌کند که در آن هیچ مدی محصور به هستهٔ فیبر نوری نیست. شرط دوم بر β از رفتار تابع $J_\nu(h_1 r)$ در هستهٔ فیبر تعیین می‌شود. برای آنکه تابع $F_1(r)$ در هستهٔ فیبر نوری حقیقی باشد، باید پارامتر h_1 عددی حقیقی باشد، که نتیجه می‌دهد $\beta < k_1$، بنابراین یک مد زمانی در داخل فیبر منتشر می‌شود که ثابت انتشار این مد در رابطهٔ داده‌شده صدق کند:

$$2\pi n_2 / \lambda \; " \; \beta \; " \; 2\pi n_1 / \lambda \qquad (۵۵-۳)$$

مقدار β را می‌باید به کمک شرایط مرزی تعیین کرد. لازم است که مؤلفه‌های مماسی میدان الکتریکی ξ_z و ξ_ϕ، همچنین مؤلفه‌های مماسی میدان مغناطیسی H_z و H_ϕ، در فصل مشترک هسته و پوشش فیبر $r=a$، پیوسته باشند. از شرط پیوستگی ξ_z و ξ_ϕ داریم:

$$\xi_{z_1} - \xi_{z_2} = AJ_\nu(h_1 a) - CK_\nu(\gamma_w a) = 0 \qquad (۱-۵۶-۳)$$

$$\xi_{\phi_1} - \xi_{\phi_2} = -\frac{i}{h_1^2}\left[A\frac{i\nu\beta}{a}J_\nu(h_1 a) - B\omega h_1 \alpha_0 J'_\nu(h_1 a)\right]$$

$$-\frac{i}{\gamma_w^2}\left[C\frac{i\nu\beta}{a}K_\nu(\gamma_w a) - D\omega\alpha_0\gamma_w K'_\nu(\gamma_w a)\right] = 0 \qquad (۲-۵۶-۳)$$

برای مؤلفه‌های H_z و H_ϕ نیز می‌توان نوشت:

$$H_{z_1} - H_{z_2} = BJ_\nu(h_1 a) - DK_\nu(\gamma_w a) = 0 \qquad (۱-۵۷-۳)$$

$$H_{\phi_1} - H_{\phi_2} = -\frac{i}{h_1^2}\left[B\frac{i\nu\beta}{a}J_\nu(h_1 a) + A\omega\varepsilon_1 h_1 J'_\nu(h_1 a)\right]$$

$$-\frac{i}{\gamma_w^2}\left[D\frac{i\nu\beta}{a}K_\nu(\gamma_w a) + C\omega\varepsilon_2\gamma_w K'_\nu(\gamma_w a)\right] = 0 \qquad (۲-۵۷-۳)$$

مجموعه معادلات (۳-۵۶) و (۳-۵۷) با ضرایب نامعلوم A، B، C و D، تنها درصورتی دارای جواب است که دترمینان ضرایب صفر شود:

(۳-۵۸)

$$\begin{vmatrix} J_\nu(h_1a) & 0 & -K_\nu(\gamma_w a) & 0 \\ \frac{\beta\nu}{ah_1^2}J_\nu(h_1a) & \frac{i\omega\varepsilon_0}{h_1}J'_\nu(h_1a) & \frac{\beta\nu}{a\gamma_w^2}K_\nu(\gamma_w a) & \frac{i\omega\varepsilon_0}{\gamma_w}K'_\nu(\gamma_w a) \\ 0 & J_\nu(h_1a) & 0 & -K_\nu(\gamma_w a) \\ -\frac{i\omega\varepsilon_1}{h_1}J'_\nu(h_1a) & \frac{\beta\nu}{ah_1^2}J_\nu(h_1a) & -\frac{i\omega\varepsilon_2}{\gamma_w}K'_\nu(\gamma_w a) & \frac{\beta\nu}{a\gamma_w^2}K_\nu(\gamma_w a) \end{vmatrix} = 0$$

با محاسبهٔ دترمینان، معادلهٔ مقادیر ویژه به‌دست می‌آید:

$$(\Im_\nu + \aleph_\nu)(k_1^2\Im_\nu + k_2^2\aleph_\nu) = \left(\frac{\beta\nu}{a}\right)^2\left(\frac{1}{h_1^2}+\frac{1}{\gamma_w^2}\right)^2 \qquad (۳-۵۹)$$

که در آن:

$$\Im_\nu = \frac{J'_\nu(h_1a)}{h_1J_\nu(h_1a)}, \qquad \aleph_\nu = \frac{K'_\nu(\gamma_w a)}{\gamma_w K_\nu(\gamma_w a)}$$

معادلهٔ (۳-۵۹) یک معادلهٔ غیرجبری پیچیده است و تنها با روش‌های عددی حل‌شدنی است. طبق شکل ۳-۱۳ توابع بسل $J_\nu(h_1r)$ از خود رفتار نوسانی مانند توابع سینوسی نشان می‌دهد؛ درنتیجه به‌ازای هر مقدار مشخص از ν معادلهٔ (۳-۵۹) دارای m ریشه است، این ریشه‌ها را با $\beta_{\nu m}$ و مدهای متناظر را با $TE_{\nu m}$، $TM_{\nu m}$، $EH_{\nu m}$ یا $HE_{\nu m}$ نمایش می‌دهند. به‌غیراز $\nu=0$، تمامی مدهای موج‌بر هیبریدی هستند. اگر $\nu=0$، معادلهٔ مقدار ویژه به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$\frac{J_1(h_1a)}{h_1J_0(h_1a)} + \frac{K_1(\gamma_w a)}{\gamma_w K_0(\gamma_w a)} = 0 \qquad (۳-۶۰)$$

جواب‌های معادلهٔ (۳-۶۰) متناظر با مدهای TE_{0m} ($E_z=0$) هستند. همچنین برای مدهای TM_{0m} ($H_z=0$) معادلهٔ مقدار ویژه به‌صورت (۳-۶۱) بیان می‌شود:

$$\frac{k_1^2 J_1(h_1 a)}{h_1 J_0(h_1 a)} + \frac{k_2^2 K_1(\gamma_w a)}{\gamma_w K_0(\gamma_w a)} = 0 \qquad (۳-۶۱)$$

چنانکه پیشتر ذکر شد، یک مد زمانی درحالت قطع است که داخل هستهٔ فیبر محبوس نباشد و میدان آن نیز به سمت خارج از هسته میرا نشود، دراین‌حالت این مد را درحالت قطع می‌گویند. مدهای قطع از حل معادلهٔ (۳-۵۹) و با شرط $\gamma_w^2 \to 0$ به‌دست می‌آیند. یک پارامتر مهّم و مرتبط با شرایط قطع فرکانس نرمالیزه[1]، پارامتر V_{norm} یا عدد V_{norm}[2] است [۱۴]:

$$V_{norm}^2 = (h_1^2 + \gamma_w^2)a^2 = (\frac{2\pi a}{\lambda})^2 (n_1^2 - n_2^2) = (\frac{2\pi a}{\lambda})^2 NA^2 \qquad (۳-۶۲)$$

این پارامتر یک کمیّت بدون بُعد است و مشخص می‌کند که چه تعداد مد در یک فیبر پشتیبانی می‌شود. مقدار پارامتر V_{norm}، که در ازای آن یک مد قطع می‌شود ،V_c، به نوع مد وابسته است:

۱. برای مدهای TE_{0m} و TM_{0m}، مقدار V_c ریشهٔ mام معادلهٔ $J_0(r)=0$ است.

۲. برای مدهای HE_{1m}، مقدار V_c ریشهٔ m ام معادلهٔ $J_1(r)=0$ است.

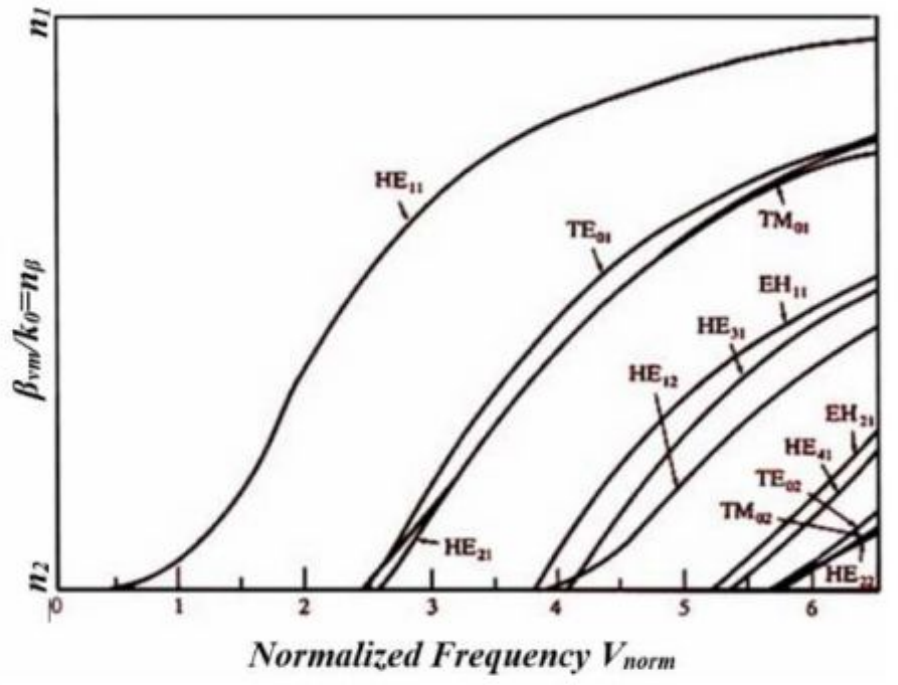
۳. برای تمامی مدهای EH_{vm}، $m \geq 1$، مقدار V_c ریشهٔ m ام غیرصفر معادلهٔ $J_v(r)=0$ است.

ثابت انتشار (β_{vm}/k_0) برحسب پارامتر V_{norm}، برای تعدادی از مدهای مرتبه پایین در شکل ۳-۱۴ نشان داده شده است.

---

[1] Normalized Frequency

[2] V_{norm} parameter or V_{norm} number



شکل ۳-۱۴: ثابت انتشار، β_{vm}/k_0 ، برحسب پارامتر V_{norm}، برای تعدادی از مدهای مرتبه پایین [۱۴].

همان‌گونه‌که در شکل ۳-۱۴ نشان داده شده است، مد اصلی فیبر، HE_{11} ، هیچ‌گاه درحالت قطع قرارنمی‌گیرد، مگر اینکه شعاع هستهٔ فیبر نوری برابر با صفر باشد. نخستین مدهای مرتبهٔ بالا، TE_{01} و TM_{01}، V_{norm} برابر دارند ($V_{norm}=2.405$). درشرایط داده‌شده برای پارامتر V_{norm} تمامی مدها به‌غیراز مد HE_{11} قطع هستند:

$$V_{norm} = \frac{2\neq a}{\lambda}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \text{ '' } 2.405 \qquad (۶۳-۳)$$

فیبر نوری که تنها مد HE_{11} را پشتیبانی می‌کند، فیبر نوری تک‌مد نامیده می‌شود و فیبر با $V_{norm} > 2.405$ علاوه‌بر مد اصلی، مدهای دیگری را نیز پشتیبانی می‌کند، که فیبر نوری چندمدی خوانده می‌شود. پارامتر V_{norm} برای بیان تعداد مدها در فیبر نوری چند مدی زمانی‌که مقدار V_{norm} بزرگ باشد، به‌کار می‌رود. دراین‌حالت تعداد کل مدهای پشتیبانی‌شده M، در یک فیبر از رابطهٔ (۳-۶۴) به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$M \oplus \frac{1}{2}\left(\frac{2\neq a}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) = \frac{V_{norm}^2}{2} \qquad (۶۴-۳)$$

تعداد مدهای موجود در موجبر به‌صورت تابعی از V_{norm}، معمولاً برحسب ثابت انتشار نرمالیزه[1] β_{norm} بیان می‌شود، که به‌صورت (۳-۶۵) تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\beta_{norm} = \frac{a^2\gamma_w^2}{V_{norm}^2} = \frac{n_\beta^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \qquad (۶۵-۳)$$

مطابق شکل ۳-۱۴ هر مد تنها در ازای مقدار مشخصی از V_{norm} وجود دارد. مدها زمانی‌که $n_\beta = n_2$ قطع هستند. مد HE_{11} دارای شرط قطع نیست و این اساس فیبر تک مدی است. مطابق با شکل ۳-۱۴ مد HE_{11} تنها زمانی قطع می‌شود که ابعاد هسته صفر باشد.

مثال ۳-۶: در یک فیبر نوری با شعاع هستهٔ $20\ \mu m$، ضرایب شکست هسته و پوشش به‌ترتیب 1.48 و 1.45 است، مطلوب است محاسبهٔ: الف) تعیین فرکانس نرمالیزه در طول موج‌های $1300\ nm$ و $1500\ nm$؛ ب) محاسبهٔ تعداد مدهای پشتیبانی‌شده توسط فیبر نوری در هر طول موج.

حل:

الف) فرکانس نرمالیزه فیبر نوری از رابطهٔ (۳-۶۲) با جاگذاری مقادیر ضرایب شکست، $n_1 = 1.48$ و $n_2 = 1.46$، و درنظرگرفتن $a = 20\ \mu m$ برحسب طول موج به‌دست می‌آید:

$$V_{norm} = \frac{2\pi \times 20\ (\mu m)}{\lambda}(1.48^2 - 1.46^2)^{1/2} = \frac{30.4718\ (\mu m)}{\lambda}$$

درنهایت مقدار فرکانس نرمالیزه در طول موج $1300\ nm$ و $1500\ nm$ به‌ترتیب 23.4398 و 20.3145 است.

ب) برای تعداد مدهای پشتیبانی‌شده بنابر رابطهٔ (۳-۶۴) و مقادیر فرکانس نرمالیزه در قسمت (الف) داریم:

$$M\big|_{1500\,nm} \cong 206, \quad M\big|_{1300\,nm} \cong 275$$

---

[1] Normalized Propagation Constant

مثال ۳-۷: در یک فیبر نوری تک‌مد ضریب شکست هسته $n_1=1.45$ و $\varnothing=1\%$، که در طول موج $1550\ nm$ کار می‌کند، شعاع هستهٔ مورد نیاز فیبر را محاسبه کنید.

حل:

از روابط (۳-۷) و (۳-۶۲) و جاگذاری مقادیر داده‌شده برای فرکانس نرمالیزه می‌توان نوشت:

$$V_{norm}=\frac{2\pi a n_1}{\lambda}\sqrt{2\varnothing}=\frac{2\pi\times 1.45a}{1.55}\sqrt{2\times 0.01}=0.8312a\,(\mu m^{-1})$$

با اعمال شرط داده‌شده در رابطهٔ (۳-۶۳) مقدار مطلوب شعاع هستهٔ فیبر به‌دست می‌آید:

$$0.8312\,a\,(\mu m^{-1})\ \geq\ 2.405\ \Rightarrow\ a\ \geq\ 2.893\ \mu m$$

مثال ۳-۸: یک فیبر نوری به شعاع هستهٔ $25\ \mu m$، ضریب شکست هسته $n_1=1.47$ و $\varnothing=0.1\%$ مفروض است. طول موج قطع نخستین مدهای مرتبه بالا در فیبر را به‌دست آورید.

حل:

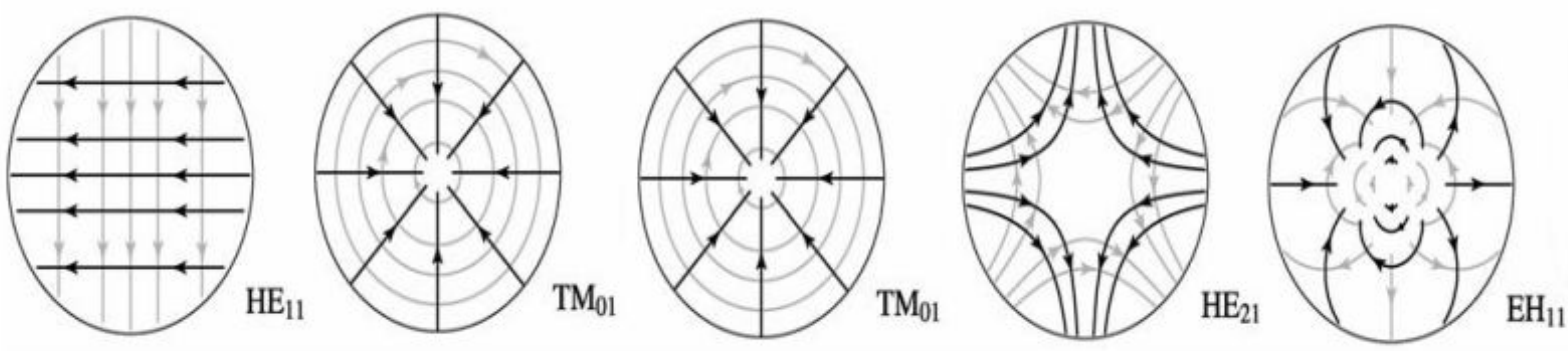
همچنانکه اشاره شد، شرط قطع نخستین مدهای مرتبه بالا، TE_{01} و TM_{01}، در فیبر $V_{norm,c}=2.405$ است. با استفاده از این شرط و جاگذاری مقادیر داده‌شده، درصورت مثال برای طول موج قطع مدهای مورد نظر می‌توان نوشت:

$$V_{norm,c}=\frac{2\pi a n_1}{\lambda_c}\sqrt{2\varnothing}=2.405$$

$$\Rightarrow \lambda_c=\frac{2\pi\times 25\,(\mu m)\times 1.47\times\sqrt{2\times 0.001}}{2.405}=4.293\ \mu m$$

تحلیل دقیق مدهای فیبر از دید ریاضی بسیار پیچیده است؛ لذا به کمک یک تقریب با دقت بالا، که مبتنی‌بر اختلاف کوچک ضرایب شکست هسته و پوشش است ($\varnothing << 1$)، تحلیل

مدهای انتشاری در فیبر ساده خواهد شد. این تقریب، تقریب هدایت ضعیف فیبر[1] خوانده می‌شود. در عمل برای فیبرهای مخابراتی مقدار $\varnothing$ معمولاً از 0.03 کوچک‌تر است. براساس این تقریب ثابت‌های انتشار زوج مدهای $EH_{v-1,m}$ و $HE_{v+1,m}$ بسیار به‌هم نزدیک است. همچنین برای مدهای TM_{0m}،TE_{0m} و HE_{2m} نیز ثابت‌های انتشار مدها به‌هم نزدیک است. دراصطلاح گفته می‌شود که این مدها تبهگن[2] شده‌اند. در شکل ۳-۱۵ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی چند مد مرتبه پایین نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۵: خطوط میدان الکتریکی (خطوط پررنگ) و میدان مغناطیسی (خطوط کم‌رنگ) مربوط به چند مد مرتبه پایین [۱۶].

به‌غیراز مد اصلی، با توجه به اینکه خطوط میدان‌های مربوط به مدهای دیگر خطوط مستقیم و موازی نیستند؛ لذا این مدها، مدهای با پلاریزاسیون خطی نیستند. در تقریب $\varnothing << 1$ این امکان وجود دارد که میدان‌ها در فیبر را برحسب مدهای با پلاریزاسیون خطی که مدهای LP خوانده می‌شوند، نمایش داد [۱۷]. درواقع مدهای HE_{1n} مخصوصاً در تقریب هدایت ضعیف، بیشتر به‌صورت خطی پلاریزه هستند. برای سایر مدها، میدان‌های با پلاریزاسیون خطی از ترکیب خطی مدهای تبهگن حاصل می‌شوند؛ به‌عنوان مثال ترکیبات سه مد تبهگن TE_{01}،TM_{01} و HE_{21}، مدهای با پلاریزاسیون خطی را به‌دست می‌دهد. به‌جز مد اصلی (مد مرتبه پایین)، مدهای با پلاریزاسیون خطی LP، مدهای دقیق فیبر نیستند. برای مؤلفه‌های عرضی، ξ_r و ξ_ϕ، میدان الکتریکی مدهای انتشاری فیبر در تقریب $\varnothing << 1$ داریم:

[1] Weakly Guiding Fiber Approximation

[2] Degenerated

۱. برای مدهای TE_{0m}:

$$\xi_r = 0, \xi_\phi \sim J_1(h_1 r) \qquad (۱-۶۶-۳)$$

۲. برای مدهای TM_{0m}:

$$\xi_r \sim J_1(h_1 r), \xi_\phi = 0 \qquad (۲-۶۶-۳)$$

۳. برای مدهای HE_{vm}:

$$\xi_r \sim J_{v-1}(h_1 r)\cos v\phi, \xi_\phi \sim -J_{v-1}(h_1 r)\sin v\phi \qquad (۳-۶۶-۳)$$

۴. برای مدهای EH_{vm}:

$$\xi_r \sim -J_{v+1}(h_1 r)\cos v\phi, \xi_\phi \sim -J_{v+1}(h_1 r)\sin v\phi \qquad (۴-۶۶-۳)$$

مؤلفه‌های x و y میدان الکتریکی عرضی از رابطهٔ (۳-۶۷) به‌دست می‌آیند:

$$\xi_x = \xi_r \cos\phi - \xi_\phi \sin\phi \qquad (۱-۶۷-۳)$$

$$\xi_y = \xi_r \sin\phi + \xi_\phi \cos\phi \qquad (۲-۶۷-۳)$$

در تقریب $\Delta << 1$، برای مدهای HE_{1m} داریم:

$$\xi_r \sim J_0(h_1 r)\cos\phi, \xi_\phi \sim -J_0(h_1 r)\sin\phi \qquad (۶۸-۳)$$

درنتیجه برای این مدها با توجه به رابطهٔ (۳-۶۷) نتیجه می‌گیریم:

$$\xi_x \sim J_0(h_1 r), \xi_y = 0 \qquad (۶۹-۳)$$

بنابراین میدان‌های عرضی مدهای HE_{1m} در راستای x به‌صورت خطی پلاریزه شده‌اند و با مدهای LP_{0m} مشخص می‌شوند. براساس روابط (۳-۶۶) مدهای TE و TM دارای تبهگنی نیستند؛ زیرا مستقل از ϕ هستند، درحالیکه میدان مدهای HE_{vm} و EH_{vm} وابسته به ϕ و دارای تبهگنی دو هستند. میدان توابع متعامد از تغییر زاویه ϕ به $\phi+\pi/2v$ تولید می‌شوند. مد متعامد مد HE_{21}، HE'_{21}، از جاگذاری ϕ به $\phi+\pi/4$ به‌دست می‌آید:

$$HE_{21} : \xi_r \sim J_1(h_1 r)\cos 2\phi, \xi_\phi \sim -J_1(h_1 r)\sin 2\phi \qquad (۱-۷۰-۳)$$

$$HE'_{21} : \xi_r \sim -J_1(h_1 r)\sin 2\phi, \xi_\phi \sim -J_1(h_1 r)\cos 2\phi \qquad (۲-۷۰-۳)$$

از ترکیب خطی چهار مد TE_{01}، TM_{01}، HE_{21} و HE'_{21} میدان‌های با پلاریزاسیون خطی به‌دست می‌آیند:

$$TE_{01} + HE'_{21} : \xi_x \sim -2J_1(h_1 r)\sin\phi, \xi_y = 0 \qquad (۱-۷۱-۳)$$

$$TE_{01} - HE'_{21} : \xi_x = 0, \xi_y \sim 2J_1(h_1 r)\cos\phi \qquad (۲-۷۱-۳)$$

$$TM_{01} + HE_{21} : \xi_x \sim 2J_1(h_1 r)\cos\phi, \xi_y = 0 \qquad (۳-۷۱-۳)$$

$$TM_{01} - HE_{21} : \xi_x = 0, \xi_y \sim 2J_1(h_1 r)\sin\phi \qquad (۴-۷۱-۳)$$

این میدان‌ها مد LP_{11} را مشخص می‌کنند. به‌غیراز مدهای LP_{0m} تمامی مدهای LP از ترکیب خطی مدهای پایهٔ فیبر به‌دست می‌آیند. به‌صورت خلاصه برای مدهای خطی داریم:

۱. هر مد LP_{0m} از مد HE_{1m} منتج می‌شود.

۲. هر مد LP_{1m} ناشی از مدهای TE_{0m}، TM_{0m} و HE_{2m} است.

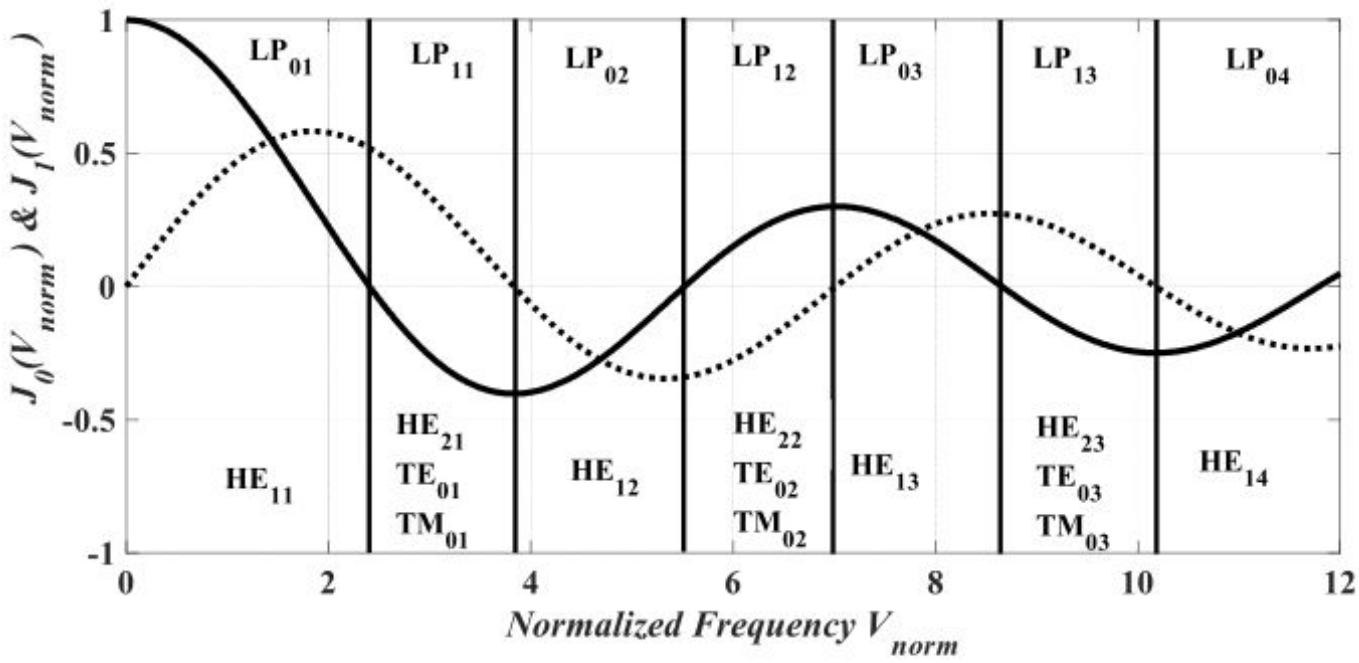
۳. هر مد LP_{vm} $(v \geq 2)$ از مدهای $HE_{v+1,m}$ و $EH_{v-1,m}$ مشتق شده است.

در جدول ۳-۱ مدهای با پلاریزاسیون خطی به‌همراه مدهای تشکیل‌دهندهٔ آن‌ها و تبهگنی هر مد سیاهه شده است:

جدول ۳-۱-ارتباط میان مدهای مرتبه پایین خطی و مدهای دقیق تشکیل‌دهندهٔ هریک [۱۶]

مدهای با پلاریزاسیون خطی	مدهای دقیق
LP_{01}	HE_{11}
LP_{11}	$HE_{21}, TE_{01}, TM_{01}$
LP_{21}	HE_{31}, EH_{11}
LP_{02}	HE_{12}
LP_{31}	HE_{41}, EH_{21}
LP_{12}	$HE_{22}, TE_{02}, TM_{02}$
LP_{vm}	$HE_{2m}, TE_{0m}, TM_{0m}$
$LP_{vm}(v\neq 0,1)$	$HE_{v+1,m}, EH_{v-1,m}$

در شکل ۳-۱۶، نواحی مجاز برای چند مد LP برحسب فرکانس نرمالیزه نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۶: نواحی مجاز پارامتر V_{norm}، برای مدهای خطی.

زمانی‌که $\varnothing << 1$، $k_1^2 \oplus k_2^2 \oplus \beta^2$. درنتیجه معادلهٔ مقدار ویژه (۳-۵۹) به‌صورت (۳-۷۲) نوشته می‌شود:

$$\Im_\nu + \aleph_\nu = \pm \frac{\nu}{a}\left(\frac{1}{h_1^2} + \frac{1}{\gamma_w^2}\right) \qquad (۳-۷۲)$$

با درنظرگرفتن علامت مثبت در معادلهٔ بالا داریم:

$$\frac{J_{\nu+1}(h_1 a)}{h_1 J_\nu(h_1 a)} + \frac{K_{\nu+1}(\gamma_w a)}{\gamma_w K_\nu(\gamma_w a)} = 0 \qquad (۳-۷۳)$$

حل معادلهٔ (۳-۷۳) مدهای EH را به‌دست می‌دهد. برای علامت منفی نیز به معادلهٔ (۳-۷۴) می‌رسیم:

$$\frac{J_{\nu-1}(h_1 a)}{h_1 J_\nu(h_1 a)} - \frac{K_{\nu-1}(\gamma_w a)}{\gamma_w K_\nu(\gamma_w a)} = 0 \qquad (۳-۷۴)$$

رابطهٔ (۳-۷۴) را می‌توان بازنویسی کرد:

$$-h_1 \frac{J_{\nu-2}(h_1 a)}{J_{\nu-1}(h_1 a)} = \frac{\gamma_w K_{\nu-2}(\gamma_w a)}{K_{\nu-1}(\gamma_w a)} = 0 \qquad (۳-۷۵)$$

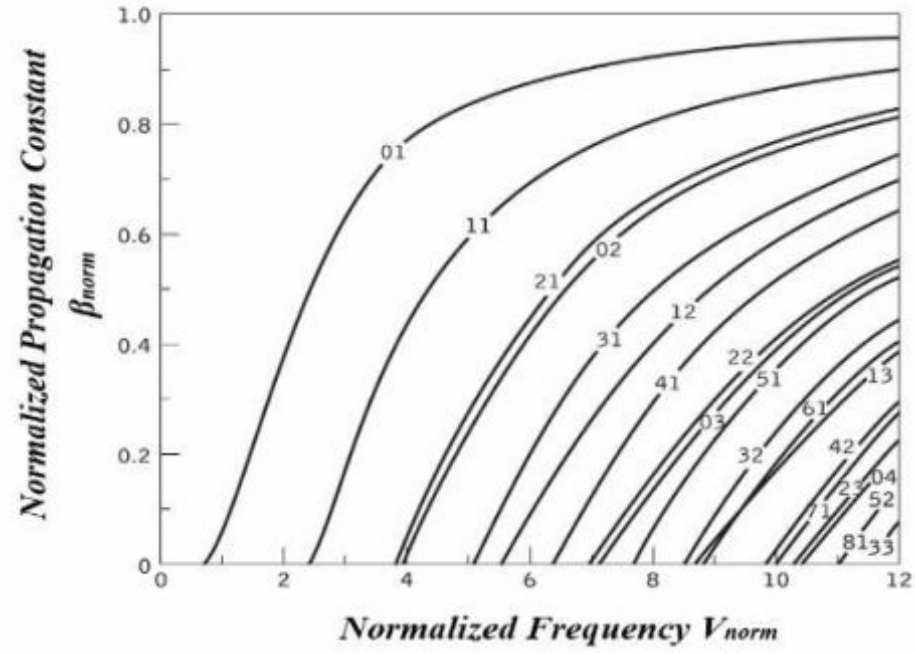
حل معادله مدهای HE است. معادلات (۳-۶۰) و (۳-۶۱) نیز با تقریب $\varnothing << 1$ یکسان خواهند بود. با تعریف متغیر جدید l_{Lin}:

$$l_{Lin} = \begin{cases} 1 & \text{for TE and TM modes} \\ \nu + 1 & \text{for EH modes} \\ \nu - 1 & \text{for HE modes} \end{cases} \qquad (۳-۷۶)$$

درنتیجه معادلات (۳-۶۱)، (۳-۷۳) و (۳-۷۵) را می‌توان به صورت واحد نوشت:

$$\frac{h_1 J_{l_{Lin}-1}(h_1 a)}{J_{l_{Lin}}(h_1 a)} = -\gamma_w \frac{K_{l_{Lin}-1}(\gamma_w a)}{K_{l_{Lin}}(\gamma_w a)} \qquad (۳-۷۷)$$

ثابت انتشار نرمالیزه برحسب فرکانس نرمالیزه برای تعدادی از مدهای LP در شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۷: ثابت انتشار نرمالیزه ،β_{norm} ، برحسب فرکانس نرمالیزاسیون،V_{norm}، برای مدهای LP_{vm} [۱۵].

۳-۶. شار توان در فیبر استوانه‌ای با هستهٔ همگن

همان‌گونه‌که در شکل ۳-۸ نشان داده شده است، میدان‌های الکترومغناطیسی یک مد هدایت‌شده در مرز مشترک هسته و پوشش صفر نمی‌شوند، در هستهٔ فیبر تغییرات میدان‌ها نوسانی است و داخل پوشش میدان‌ها به‌صورت نمایی کاهش می‌یابند؛ لذا بخشی از انرژی الکترومغناطیسی مد هدایت‌شده، داخل هسته و بخشی نیز داخل پوشش انتقال می‌یابد. با دور شدن از حالت قطع یک مد، قسمت بزرگی از انرژی مد در داخل هستهٔ فیبر حبس می‌شود و با نزدیک شدن یک مد به وضعیت قطعش، میدان بیشتر به ناحیهٔ پوشش نفوذ می‌کند و بخش بیشتری از انرژی در پوشش جابه‌جا می‌شود. درحالت قطع، میدان خارج از هسته میرا نمی‌شود و یک مد کاملاً تابشی خواهد شد. شار توان در هسته و پوشش از

انتگرال‌گیری بردار پوئینتینگ در راستای محور فیبر، بر سطح مقطع فیبر به‌دست می‌آید. از رابطهٔ (۲-۱۲۲) بردار پوئینتینگ در راستای محور z به‌صورت (۳-۷۸) بیان می‌شود:

$$S_z = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{E}\times\vec{H}^*).\hat{a}_z \qquad (۳-۷۸)$$

درنتیجه توان در هسته P_{core}، و پوشش فیبر P_{clad}، به‌دست می‌آید:

$$P_{core} = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^{2\pi} r(\xi_x H_y^* - \xi_y H_x^*)\,d\phi dr \qquad (۳-۷۹-۱)$$

$$P_{clad} = \frac{1}{2}\int_a^{\infty}\int_0^{2\pi} r(\xi_x H_y^* - \xi_y H_x^*)\,d\phi dr \qquad (۳-۷۹-۲)$$

درتقریب $1 >> \varnothing$، توان‌های نسبی هسته و پوشش برای مد v از روابط داده‌شده به‌دست می‌آید:

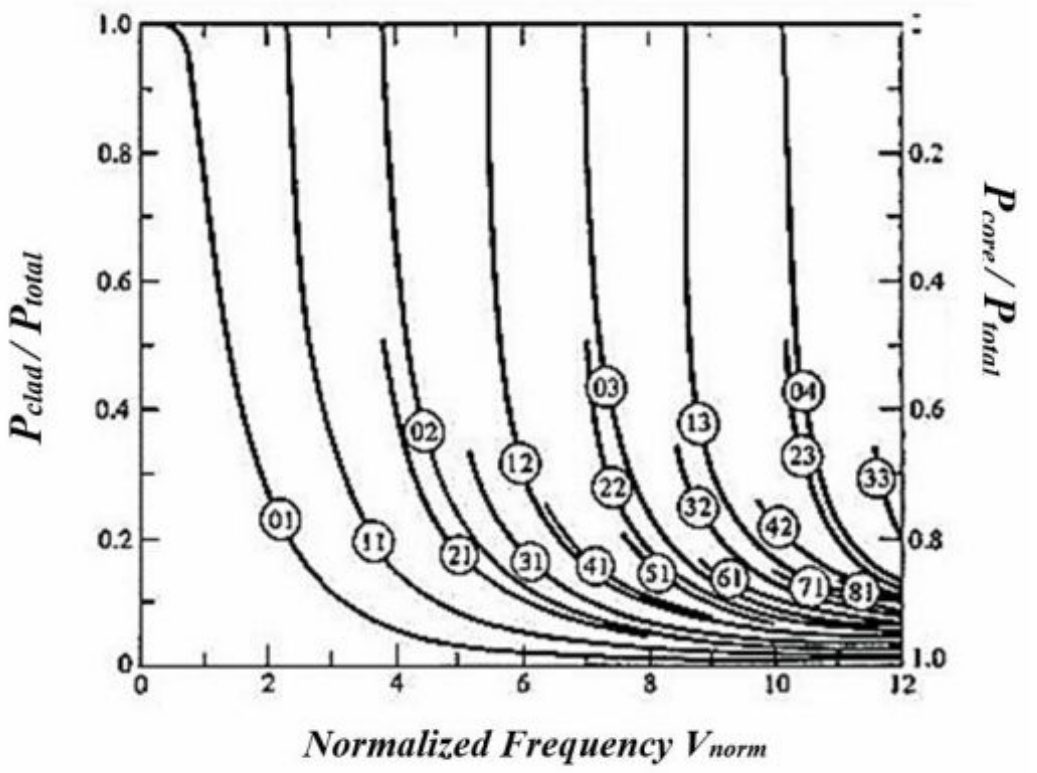
$$\frac{P_{core}}{P_{total}} = (1-\frac{h_1^2}{V_{norm}^2})[1-\frac{J_\nu^2(h_1 a)}{J_{\nu+1}(h_1 a)\,J_{\nu-1}(h_1 a)}] \qquad (۳-۸۰-۱)$$

$$\frac{P_{clad}}{P_{total}} = 1-\frac{P_{core}}{P_{total}} \qquad (۳-۸۰-۲)$$

P_{total} بیانگر توان کل مد v است. در شکل ۳-۱۸ برای تعدادی از مدهای LP، P_{core}/P_{total} و P_{clad}/P_{total} برحسب فرکانس نرمالیزه نشان داده شده است. درشرایطی‌که از لامپ تنگستن یا دیود نورگسیل به‌عنوان منبع ناهمدوس استفاده می‌شود، تمامی مدهای فیبر با توان‌های مساوی در فیبر نوری تحریک می‌شوند. محاسبهٔ توان انتشاری در پوشش با درنظرگرفتن این تعداد از مدها دشوار خواهد بود؛ لذا می‌توان با تقریب منطقی از توان مربوط به مدهایی که نزدیک به حالت قطع هستند، صرف‌نظرکرد و از این طریق توان انتشاری در پوشش را محاسبه کرد. براساس این تقریب برای متوسط توان کل نسبی پوشش داریم:

$$\frac{P_{clad}}{P_{total}} = \frac{4}{3}M^{-1/2} \qquad (۳-۸۱)$$

با توجه به روابط (۳-۸۱) و (۳-۶۴) متوسط توان کل نسبی پوشش، با افزایش V_{norm} کاهش می‌یابد و در شکل ۳-۱۸ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۸: متوسط توان کل نسبی هسته و پوشش برحسب V_{norm} [۱۴].

برای فیبر نوری مثال ۳-۶ نسبت توان در پوشش فیبر نوری به توان کلی از رابطهٔ (۳-۸۱) به‌دست می‌آید. با جاگذاری مقادیر به‌دست آمده برای تعداد مدهای پشتیبانی‌شدهٔ فیبر نوری در هر طول موج داریم:

$$\left(\frac{P_{clad}}{P_{total}}\right)_{1300\ nm} = \frac{4}{3\sqrt{275}} = 8.04\% \qquad ,\left(\frac{P_{clad}}{P_{total}}\right)_{1500\ nm} = \frac{4}{3\sqrt{206}} = 9.30\%$$

توان انتشاری در هستهٔ فیبر نوری، که از رابطهٔ (۳-۸۰-۲) تعیین می‌شود، درهرحالت برابر است با:

$$\left(\frac{P_{core}}{P_{total}}\right)_{1300\,nm} = 91.96\% \ ,\left(\frac{P_{core}}{P_{total}}\right)_{1500\,nm} = 90.7\%$$

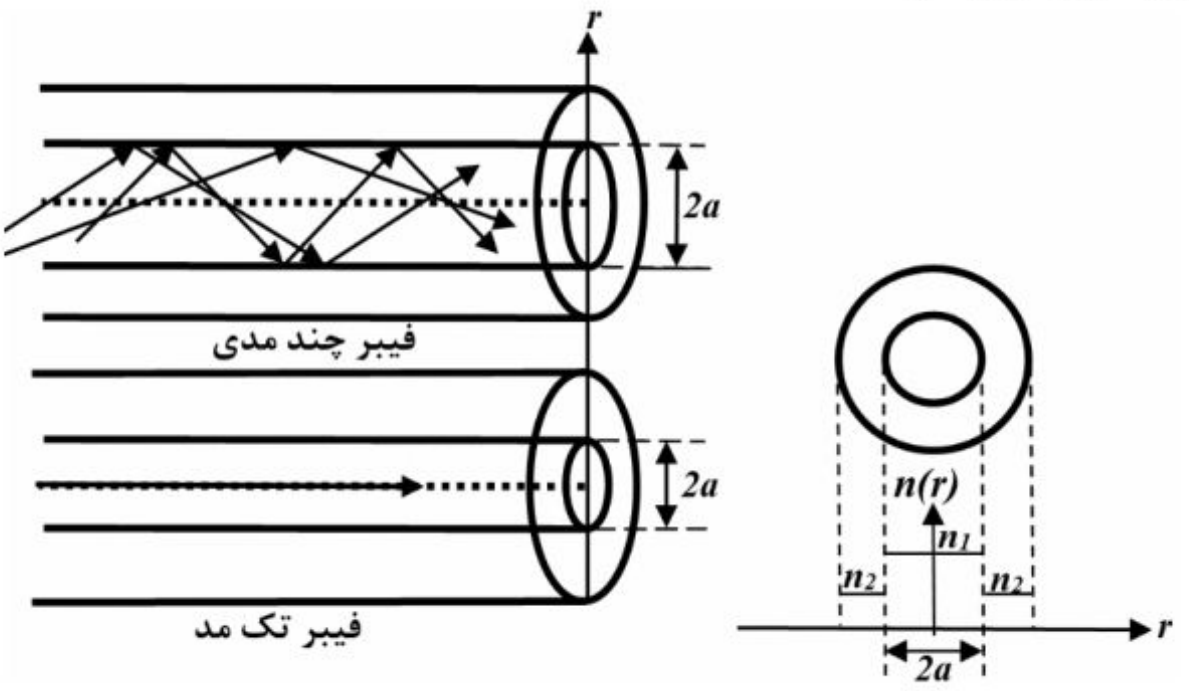
۳-۷. تقسیم فیبر نوری بر پایهٔ تغییرات ضریب شکست

۳-۷-۱. فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای

فیبر نوری که تا به حال معرفی شده است، یک فیبر با هستهٔ دارای ضریب شکست ثابت n_1 و پوشش با ضریب شکست اندکی کوچک‌تر n_2 ، است. به‌دلیل اینکه ضریب شکست در مرز مشترک هسته و پوشش دارای تغییر ناگهانی است، این نوع فیبر را فیبر با ضریب شکست پله‌ای می‌نامند. تابع ضریب شکست این نوع فیبر به‌صورت داده شده است:

$$n(r) = \begin{cases} n_1 & r < a \\ n_2 & r \geq a \end{cases} \qquad (۸۲-۳)$$

در رابطهٔ r فاصلهٔ شعاعی از محور فیبر و a شعاع هستهٔ فیبر نوری است. در شکل ۳-۱۹ دو نوع فیبر، فیبر چندمدی و فیبر تک‌مدی با شاخص شکست پله‌ای، نشان داده شده‌اند. قطر هستهٔ فیبر نوری چندمدی حدود $50\ \mu m$ بیشتر از قطر هسته فیبر تک‌مد است تا امکان انتشار مدهای بیشتری در فیبر نوری چندمدی فراهم شود. انتشار مدهای مختلف در فیبر چندمدی با پرتوهای نوری، که مسیرهای متفاوت را در هستهٔ فیبر طی می‌کنند، در شکل آمده است. در فیبر تک‌مد، به‌منظور پشتیبانی مد اصلی HE_{11} قطر هسته باید در حدود 2 تا $10\ \mu m$ باشد. انتشار مد اصلی در فیبر تک‌مد متناظر با یک پرتو است، که در فیبر مطابق شکل از محور فیبر عبور می‌کند.



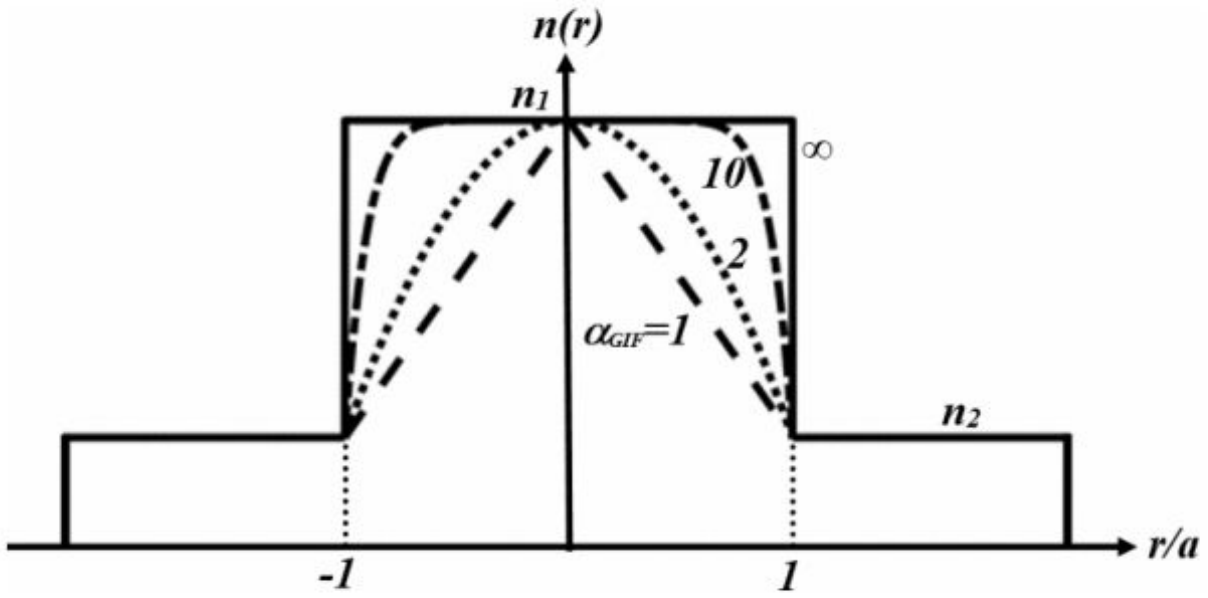
شکل ۳-۱۹: فیبر چندمدی و فیبر تک‌مدی با شاخص شکست پله‌ای.

۳-۷-۲. فیبر نوری با شاخص تدریجی [1]

در این نوع فیبر، ضریب شکست هستهٔ فیبر به‌صورت تدریجی در هستهٔ فیبر با فاصلهٔ شعاعی r کاهش می‌یابد، درحالیکه ضریب شکست در پوشش فیبر عددی ثابت است. معمولاً در این دسته از فیبرها، تغییرات ضریب شکست را می‌توان به‌صورت رابطهٔ توانی بیان کرد [۱۴]:

$$n(r) = \begin{cases} n_1\left[1 - 2\varnothing\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha_{GIF}}\right]^{1/2} & r < a \\ n_1(1-2\varnothing)^{1/2} = n_2 & r \geq a \end{cases} \qquad (۸۳-۳)$$

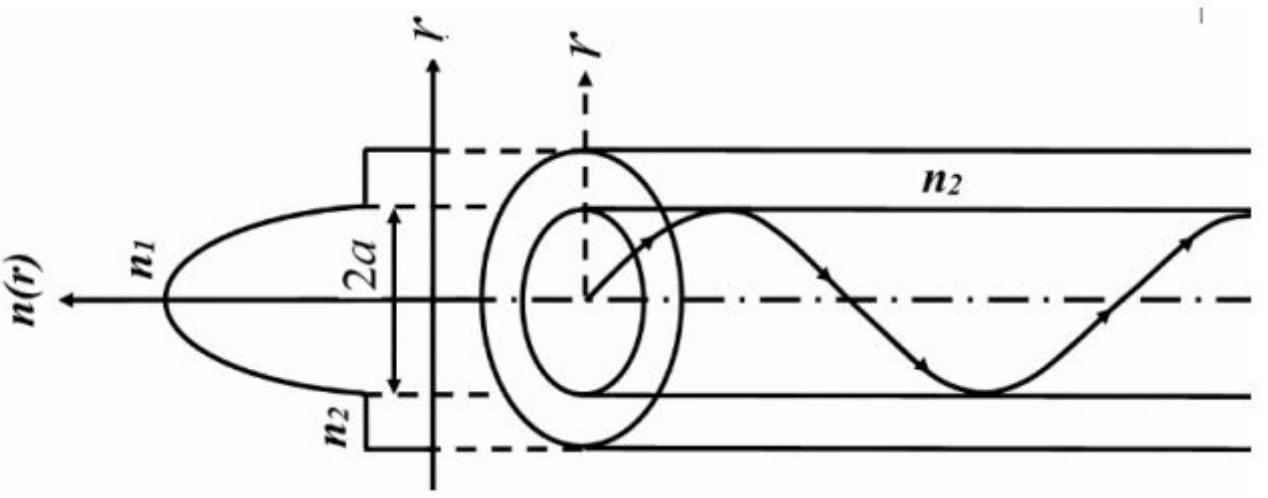
n_1 ضریب شکست هسته در مرکز فیبر نوری، n_2 ضریب شکست پوشش، $\varnothing$ اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش و α_{GIF} پارامتری بدون بُعد است، که شکل تابع ضریب شکست را در هستهٔ فیبر مشخص می‌کند. تابع ضریب شکست فیبر در ازای مقادیر مختلف از α_{GIF} در شکل ۳-۲۰ نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۰: تابع ضریب شکست فیبر با شاخص شکست تدریجی در ازای مقادیر مختلف از α_{GIF}.

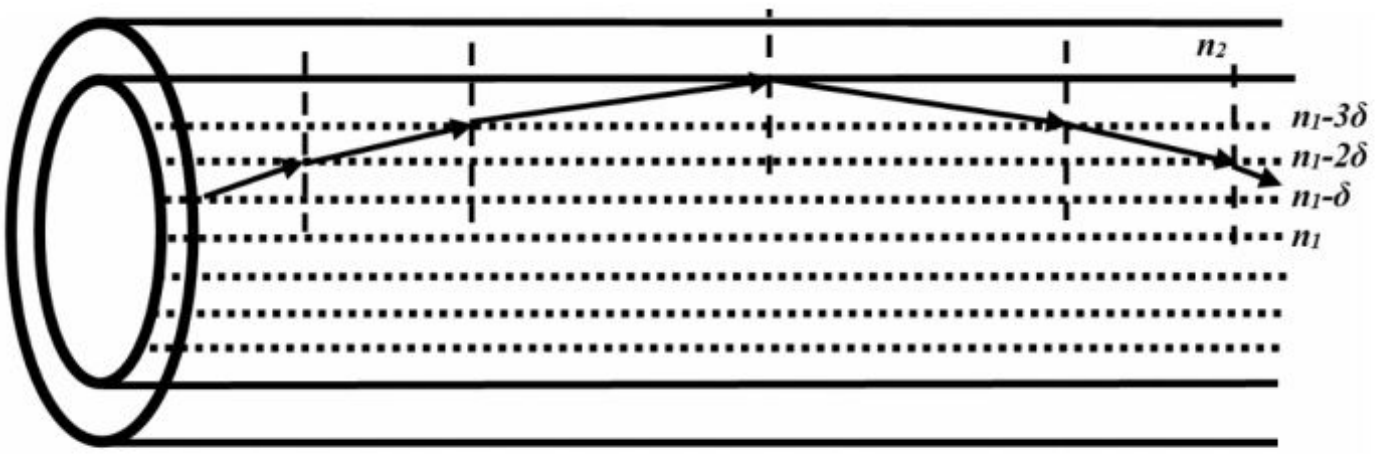
[1] Graded-Index Fiber

در شکل ۳-۲۱ مسیر پرتوهای انتشاری در فیبر چندمدی با شاخص تدریجی در ازای $\alpha_{GIF}=2$ مشخص شده است. همانگونه‌که نشان داده شده است، مسیر پرتوهای انتشاری در فیبر باشاخص تدریجی دارای انحناست.



شکل ۳-۲۱: مسیر پرتوهای انتشاری در فیبر چندمدی با شاخص تدریجی به‌همراه تابع ضریب شکست در ازای $\alpha_{GIF}=2$.

با توجه به اینکه ضریب شکست هستهٔ فیبر از مرکز به‌صورت تدریجی کاهش می‌یابد؛ لذا پرتوهای انتشاری با عبور از ناحیهٔ با ضریب شکست بزرگ به ناحیهٔ با ضریب شکست کوچک‌تر و بالعکس با عبور از ناحیهٔ با ضریب شکست کوچک به ناحیهٔ با ضریب شکست بزرگ‌تر، دچار شکست‌های متوالی می‌شوند و درنهایت یک مسیر منحنی‌وار را طی می‌کنند (شکل ۳-۲۲ را ببینید).



شکل ۳-۲۲: پرتوهای انتشاری با عبور از ناحیهٔ با ضریب شکست بزرگ به ناحیهٔ با ضریب شکست کوچک‌تر و بالعکس با عبور از ناحیهٔ با ضریب شکست کوچک به ناحیهٔ با ضریب شکست بزرگ‌تر، دچار شکست‌های متوالی می‌شوند و درنهایت یک مسیر منحنی‌وار را طی می‌کنند.

پرتو برخوردی به هستهٔ فیبر در نقطهٔ r تنها درصورتی به شکل مد هدایت‌شده منتشر می‌شود که داخل دریچهٔ عددی درآن نقطه قرارگیرد. دریچهٔ عددی برای این فیبر به‌صورت (۳-۸۴) تعریف می‌شود [۱۵]:

$$NA(r) = \begin{cases} [n(r) - n_2^2]^{1/2} \oplus NA(0)\sqrt{1-(r/a)^{\alpha_{GIF}}} & r < a \\ 0 & r \geq a \end{cases} \qquad (۳-۸۴)$$

برای دریچهٔ عددی محوری، $NA(0)$، داریم:

$$NA(0) = [n^2(0) - n_2^2]^{1/2} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \oplus n_1\sqrt{2\varnothing} \qquad (۳-۸۵)$$

تعداد مدهای محصور در فیبر با شاخص تدریجی برابراست با [۱۴]:

$$M = \frac{\alpha_{GIF}}{\alpha_{GIF}+2} a^2 k_0^2 n_1^2 \varnothing \qquad (۳-۸۶)$$

مثال ۳-۹: الف) در یک فیبر نوری با ضریب شکست تدریجی $\alpha_{GIF}=2$، شعاع هستهٔ فیبر نوری $15\ \mu m$، ضریب شکست هسته در مرکز فیبر $n(0)=1.49$ و ضریب شکست پوشش $n_2=1.47$، تعداد مدهای انتشاری در طول موج $1.55\ \mu m$ را محاسبه کنید. ب) اگر مقادیر داده‌شده مربوط به یک فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای باشد، تعداد مدهای انتشاری در فیبر را تعیین کنید.

حل:

الف) اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته (مرکز هستهٔ فیبر) و پوشش از رابطهٔ (۳-۷) محاسبه‌پذیر است:

$$\varnothing = \frac{1.49^2 - 1.47^2}{2\times 1.49^2} = 1.33\,\%$$

تعداد مدهای انتشاری در فیبر نوری با ضریب شکست تدریجی از رابطهٔ (۳-۸۶) محاسبه می‌شود:

$$M = \frac{2}{4} \times (15\ (\propto m))^2 \times (\frac{2\neq}{1.55\ (\propto m)})^2 \times (1.49)^2 \times 0.0133 \oplus 55$$

ب) تعداد مدهای پشتیبانی‌شدهٔ فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای از رابطهٔ (۳-۶۴) تعیین می‌شود:

$$M \oplus \frac{1}{2}(\frac{2\neq \times 15\ (\propto m)}{1.55\ (\propto m)})^2 (1.49^2 - 1.47^2) = 109$$

بنابراین فیبر نوری با ضریب شکست پله‌ای، مدهای بیشتری را پشتیبانی می‌کند.

۳-۸. مواد سازندهٔ فیبر نوری

مواد سازندهٔ فیبر نوری باید به گونه‌ای انتخاب شوند که:

۱. از این مواد فیبر نوری بلند، نازک و انعطاف‌پذیر تولید شود.

۲. به‌منظور هدایت مؤثر نور، مواد باید در محدودهٔ طول موجی مشخص شفاف باشند.

۳. در ساخت هسته و پوشش، مواد با اختلاف ضرایب شکست کوچک در دسترس باشند. در عمل اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش به میزان *0.03* است.

شیشه و پلاستیک موادی هستند که این شرایط را برآورده می‌سازند. بیشتر فیبرهای نوری از سیلیکا و یک سیلیکات[1] ساخته می‌شوند. فیبرهای شیشه‌ای با تلفات بالا و هسته‌های بزرگ به‌منظور انتقال اطلاعات در فواصل کم مورد استفاده قرار می‌گیرند و از فیبرهای بسیارشفاف با تلفات کم در انتقال داده به فواصل زیاد استفاده می‌شود. فیبرهای پلاستیکی به‌دلیل داشتن تضعیف بالا در مقایسه با فیبرهای شیشه‌ای، کاربردهای محدودتری دارند. فیبرهای پلاستیکی عمدتاً در انتقال اطلاعات به فواصل کوتاه (چندین صد متر) و در

---

[1] Silicate

محیط‌های خشن، به‌دلیل استحکام مکانیکی بیشتر در مقایسه با فیبرهای شیشه‌ای، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۹].

۳-۸-۱. فیبرهای شیشه‌ای

شیشه از ترکیب مذاب اکسیدهای فلزی، سولفیدها یا سلنیدها ساخته می‌شود. مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ مادهٔ برآیند به‌صورت تصادفی به یکدیگر اتصال می‌یابند. نتیجهٔ این آرایش نامنظم از مولکول‌های تشکیل‌دهنده آن است که شیشه‌ها دارای دمای ذوب مشخصی نباشند. شیشه تا چند صد درجهٔ سانتی‌گراد همچنان یک جامد سخت است.

با افزایش دما، شیشه به‌تدریج نرم می‌شود و تا دماهای بسیاربالا همچنان یک مایع چسبنده است. شیشه‌های شفاف سازندهٔ فیبر نوری شامل اکسیدهای شیشه‌ای هستند که مرسوم‌ترین آن‌ها سیلیکاست. ضریب شکست سیلیکا در طول موج $850\ nm$، 1.458 به‌دست می‌آید. برای تولید دو محیط مشابه با اختلاف کوچکی در ضرایب شکست برای ساخت هسته و پوشش فیبر، اکسیدهایی مانند GeO_2، P_2O_5 و B_2O_3 به سیلیکا اضافه می‌شوند. همچنانکه در شکل ۳-۲۳ نشان داده شده است، افزودن GeO_2 یا P_2O_5 به سیلیکا باعث افزایش ضریب شکست سیلیکا می‌شود، درحالیکه افزودن B_2O_3 باعث کاهش ضریب شکست سیلیکا خواهد شد. به‌دلیل اینکه ضریب شکست پوشش باید کمتر از ضریب شکست هسته باشد؛ درنتیجه از ترکیبات داده‌شده در ساخت فیبر نوری استفاده می‌شود:

۱. هسته از جنس GeO_2-SiO_2 و پوشش از جنس SiO_2

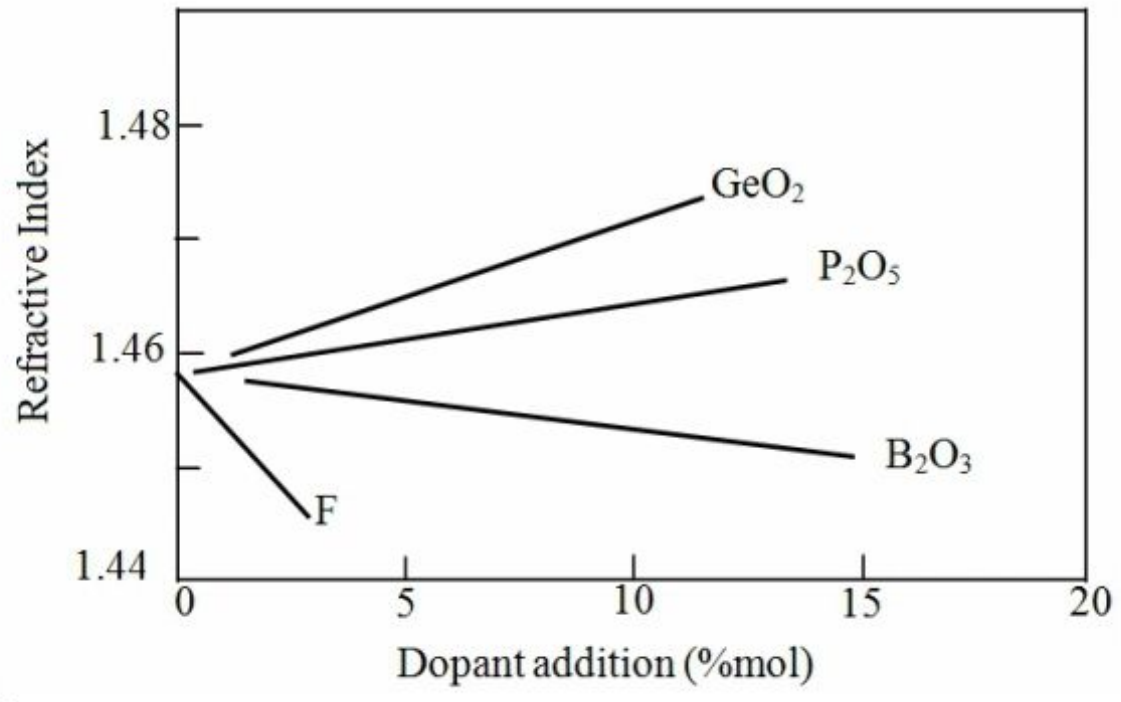
۲. هسته از جنس P_2O_5-SiO_2 و پوشش از جنس SiO_2

۳. هسته از جنس SiO_2 و پوشش از جنس B_2O_3-SiO_2

۴. هسته از جنس GeO_2-B_2O_3-SiO_2 و پوشش از جنس B_2O_3-SiO_2

منظور از هستهٔ ساخته‌شده از P_2O_5-SiO_2 آن است که SiO_2 با P_2O_5 ناخالص شده است.

مادهٔ اولیهٔ سیلیکا شن است. شیشه تشکیل شده است از سیلیکای خالص دارای مقاومت بالا در مقابل تغییر شکل تا دمای بالای $1000\ ^\circ C$، مقاومت بالا در برابر شکست ناشی از تصادم دمایی به‌دلیل پایین بودن دمای انبساط، دوام شیمیایی خوب و شفافیت بالا در ناحیهٔ طول موج مرئی و مادون قرمز، که در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری مطلوب است، می‌باشد.



شکل ۳-۲۳: تغییرات ضریب شکست برحسب غلظت ناخالصی در سیلیکا[۱۴].

علاوه‌بر فیبرهای شیشه‌ای، درسال *1975* پژوهشگران دانشگاه «رن» *(Rennes)*، شیشه‌های فلوراید را که دارای تلفات انتقال بسیارپایین در باند طول موجی مادون قرمز (*0.2* تا *8 ∝m*) هستند، کشف کردند [۱۴]. این دسته از مواد دارای کمترین میزان تلفات در طول موج حدود *2.25 ∝m* هستند. شیشهٔ فلوراید از خانوادهٔ شیشه‌های هالید است که درآن آنیون‌ها از جنس عناصر گروه *VII* جدول تناوبی به نام‌های فلورین، کلرین، برمین و یدین هستند. ماده‌ای که پژوهشگران برآن متمرکز بودند، مبتنی‌بر ZrF_4 به‌عنوان ترکیب اصلی و شبکهٔ شکل‌دهندهٔ شیشه بود.

اگرچه این فیبرها دارای تلفات بسیارکوچک به میزان *0.001-0.01 dB/Km* هستند، اما ساخت فیبرهای بلند از این نوع به‌دلایلی دشوار است: نخست آنکه باید از مواد بسیارخالص با تلفات کم استفاده شود؛ دیگر آنکه شیشهٔ فلوراید مستعد بلوری‌شدن است؛ بنابراین درساخت فیبر به‌منظور جلوگیری از شکل‌گیری کریستال‌ها باید از فنونی بهره گرفت که دارای تأثیر جدّی در تلفات پراکندگی باشد.

مشارکت عناصر قلیایی خاکی نادر (با عدد اتمی *57-71*) در شیشهٔ پسیو[1] سبب ایجاد خواص نوری جدید در مادهٔ برآیند می‌شود. ازجملهٔ این خواص جدید می‌توان به تقویت‌کنندگی اشاره کرد. این عناصر به‌صورت ناخالصی در فیبرهای سیلیکا و شیشه‌های هالید مورد استفاده قرارمی‌گیرند. دو عنصر مرسوم جهت ناخالصی در فیبرهای لیزری اربیم *(Erbium)* و

[1] Passive

نئودیمیم (*Neodymium*) هستند. به‌منظور جلوگیری از آثار خوشه‌ای، درصد مولی این عناصر درحد *0.005-0.05* در فیبر است. با اعمال منبع نوری، که در محدودهٔ طول موج جذب عنصر ناخالصی است، الکترون‌ها به تراز بالاتر تحریک می‌شوند و زمانی‌که این الکترون‌های تحریک‌شده به تراز انرژی پایین‌تر برگردند، نور را در طیف باریکی از خود گسیل می‌دهند (در فصل ششم عملکرد فیبرهای لیزری با جزئیات بیشتر توضیح داده می‌شود).

فیبرهای پلاستیکی دارای هستهٔ ساخته‌شده از پلی‌متیل متاکریلات[1] (*PMMA*) و پلیمر پرفلوئورین[2] (*POF*) هستند. اگرچه فیبرهای پلاستیکی دارای تلفات بیشتری در مقایسه با فیبرهای شیشه‌ای هستند، اما بادوام و مقاوم‌اند. قطر هسته فیبرهای پلاستیکی ده تا بیست برابر بزرگ‌تر از هستهٔ فیبرهای شیشه‌ای است، که این امر سبب می‌شود تا اتصالات فیبری به‌راحتی بدون اینکه بازده کوپلینگ کاهش یابد، انجام پذیرد.

۳-۹. روش ساخت فیبر نوری

روش‌های متفاوتی برای ساخت فیبر نوری به‌کارگرفته می‌شوند. فیبرهای نوری به روش‌های مستقیم و غیرمستقیم ساخته می‌شوند. در روش ساخت مستقیم، فیبر نوری مستقیماً از اجزای خالص‌سازی‌شدهٔ مذاب شیشه‌های سلیکاتی ساخته می‌شود. از روش‌های ساخت مستقیم فیبر می‌توان به روش بوته دوتایی[3] اشاره کرد. در روش ساخت غیرمستقیم، که رایج‌ترین روش ساخت فیبر نوری است و به کمک فرایند اکسیداسیون فاز بخار[4] محقق می‌شود، سیلیکای خالص به‌عنوان شیشهٔ پایه مورد استفاده قرارمی‌گیرد و برای تغییر جزیی در ضریب شکست، موادی همچون GeO_2، B_2O_3 و P_2O_5 به شیشه اضافه می‌شود.

از روش‌های ساخت غیرمستقیم می‌توان به رسوب‌دهی بیرونی[5]، رسوب‌دهی محوری[6] و رسوب‌دهی درونی[7] اشاره کرد. در این بخش از میان روش‌های ساخت مستقیم، روش بوته دوتایی را معرفی می‌کنیم و از روش‌های ساخت غیرمستقیم فیبر به معرفی روش رسوب‌دهی

---

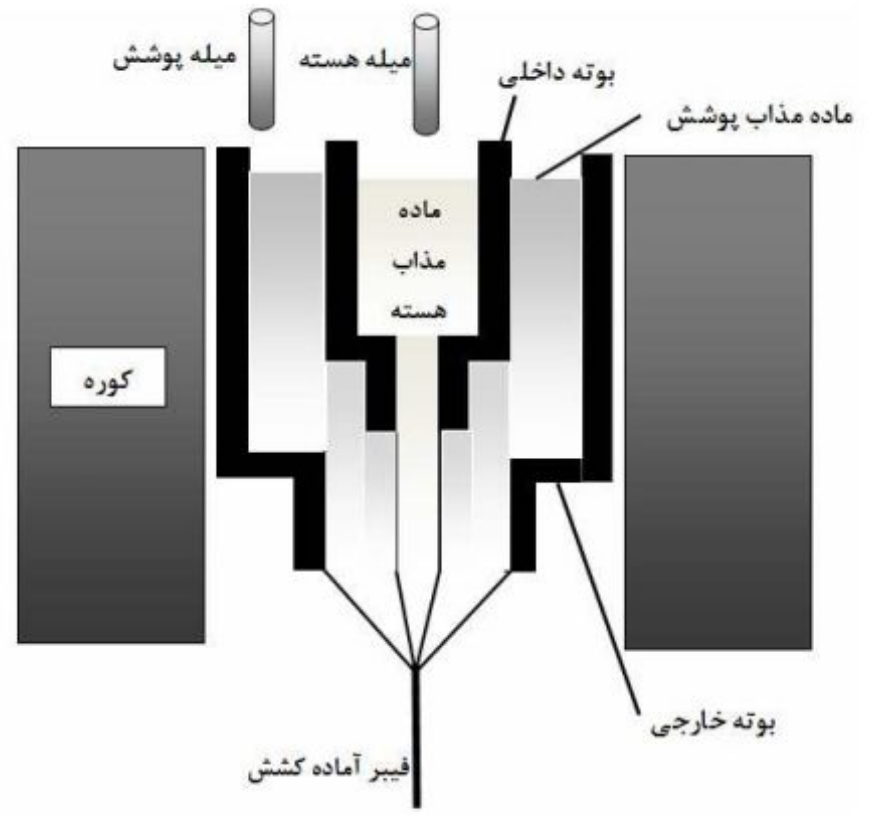
[1] Polymethylmethacrylate
[2] Perfluorinated
[3] Double Crucible Method
[4] Vapor-Phase Oxidation
[5] External Deposition
[6] Axial Deposition
[7] Internal Deposition

درونی، که با نام‌های رسوب‌دهی بخار شیمیایی درونی[1]، رسوب‌دهی بخار شیمیایی اصلاح شده[2] یا رسوب‌دهی بخار درونی[3] شناخته شده است، می‌پردازیم.

۳-۹-۱. روش بوته دوتایی

در این روش شیشه‌های مذاب برای هسته و پوشش مطابق شکل ۳-۲۴ به‌ترتیب در ظرف‌های درونی و بیرونی ریخته می‌شوند. شیشه‌های مذاب از این دو ظرف همزمان به طرف پایین ظروف جریان می‌یابند و در انتهای محفظهٔ بیرونی به‌هم می‌رسند و با قرارگرفتن شیشهٔ پوشش به دور شیشهٔ هسته، فیبر نوری شکل می‌گیرد. با نفوذ شیشهٔ هسته به شیشهٔ پوشش، تغییرات تدریجی میان ضریب شکست هسته و پوشش ایجاد و امکان ساخت فیبر با شاخص شکست تدریجی فراهم می‌شود.

در این روش باید نهایت دقّت را برای جلوگیری از نفوذ آلاینده‌ها درحین فرآیند ذوب شدن، به‌کار برد. عامل اصلی در نفوذ آلاینده‌ها، محیط اطراف و بوته است. بوته‌های هم‌محور از پلاتین ساخته می‌شوند. با این روش تنها می‌توان فیبرهایی تا طول $10\ Km$ ساخت.



شکل ۳-۲۴: تولید فیبر به روش بوته دوتایی.

[1] Inside Chemical Vapor Deposition

[2] Modified Chemical Vapor Deposition

[3] Inside Vapor Deposition

۳-۹-۲. روش رسوب‌دهی درونی

در فرآیندهای رسوب‌دهی، واکنش‌های شیمیایی داده‌شده در دمای *1200* تا *1400 ℃* انجام می‌پذیرد:

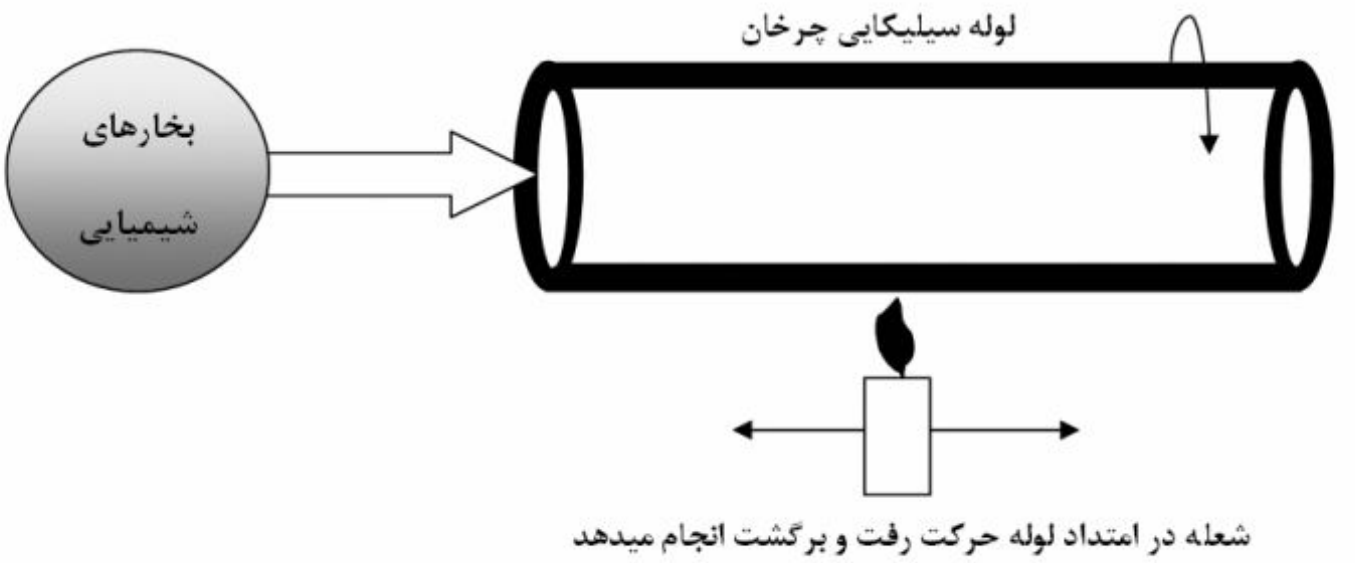
$$SiCl_4 + O_2 \rightarrow SiO_2 + 2Cl_2$$
$$GeCl_4 + O_2 \rightarrow GeO_2 + 2Cl_2$$
$$2BCl_4 + 3/2O_2 \rightarrow B_2O_3 + 4Cl_2$$

در فرآیند رسوب‌دهی بیرونی، طبق شکل ۳-۲۵، بخارهای شیمیایی حاصل از واکنش‌های بالا بر سطح داخلی یک لولهٔ پایه دوار از جنس سیلیکا رسوب داده می‌شود. در امتداد لولهٔ دوار، یک شعله حرکت می‌کند و ذرات رسوب‌داده‌شده را گداخته و به‌صورت شیشه‌ای و شفاف در می‌آورد. با هر رفت و برگشت شعله در امتداد لولهٔ پایه، یک لایه شیشه رسوب می‌کند و شفاف می‌شود. در این شرایط معمولاً سی تا صد لایه رسوب داده می‌شود. زمانی‌که ضخامت لایهٔ رسوب‌داده‌شده به مقدار مطلوب رسید، اعمال بخار پایان می‌یابد و لوله در دمای بالا نزدیک به *2000 ℃* حرارت داده می‌شود و شروع به بسته شدن می‌کند. فیبر نوری تولیدشده در این فرآیند دارای هستهٔ ساخته‌شده از مواد بخار رسوبی و پوشش مبتنی‌بر لولهٔ سیلیکایی است. نرخ تولید را می‌توان با به‌کارگیری پلاسما در روش رسوب‌دهی بخار شیمیایی، که به روش رسوب‌دهی بخار شیمیایی پلاسمای فعّال[1] مرسوم است، افزایش داد.

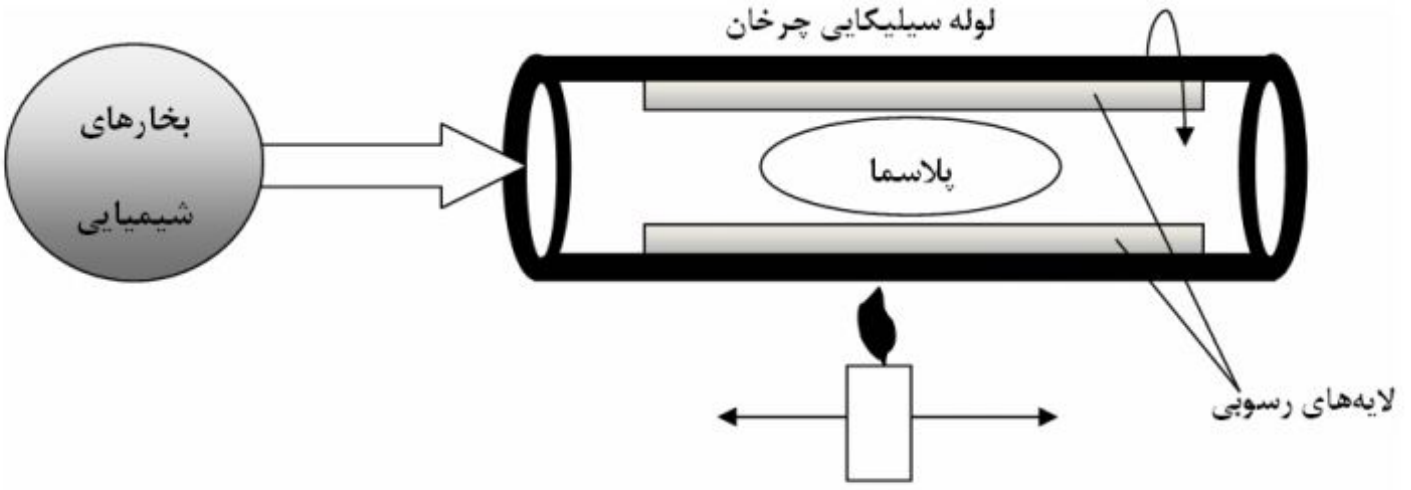
پلاسمای ایجادشده در این روش سبب افزایش میزان واکنش شیمیایی در لولهٔ پایه می‌شود و بدین‌ترتیب سرعت رسوب‌شدن بیشتر از سرعت فرآیند رسوب‌دهی بخار شیمیایی است. در شکل ۳-۲۶ رسوب‌دهی با بخار شیمیایی پلاسما نشان داده شده است. با تغییر غلظت مواد رسوبی در لایه‌های متوالی، ضریب شکست لایه‌های رسوب‌داده‌شده تغییر می‌کند و بدین‌ترتیب فیبر با شاخص تدریجی تولید می‌شود.

---

[1] Plasma-Activated Chemical Vapor Deposition



شکل ۳-۲۵: فرآیند رسوب‌دهی بیرونی تولید فیبر.



شکل ۳-۲۶: رسوب‌دهی بخارشیمیایی به کمک پلاسما.

پس از پایان مراحل ذکرشده در روش‌های ساخت، قطعهٔ ساخته‌شده توسط برج کشش کشیده و فیبر نوری با قطر بسیارکوچک در حد میکرومتر حاصل می‌شود. طول فیبر کشیده‌شده به *15* تا *100 Km* می‌رسد.

۳-۱۰. تضعیف در فیبر نوری

تضعیف سیگنال (که اتلاف فیبر یا اتلاف سیگنال نیز نامیده می‌شود) یکی از مهم‌ترین خصوصیات فیبر نوری است؛ چراکه بیشینهٔ فاصلهٔ انتقال میان فرستنده و گیرنده را بدون حضور تکرارکننده و تقویت‌کننده تعیین می‌کند. ازآنجاکه ساخت، نصب و نگهداری تقویت‌کننده‌ها و تکرارکننده‌ها هزینه‌بر است؛ لذا میزان تضعیف یک فیبر، تأثیر زیادی بر هزینهٔ سیستم مخابراتی دارد.

مکانیزم‌های اساسی تضعیف در یک فیبر، جذب، تلفات پراکندگی و تلفات تابشی هستند. جذب به مادهٔ فیبر مربوط می‌شود، درحالیکه پراکندگی هم به مادهٔ فیبر و هم به نواقص ساختاری در موج‌بر نوری مربوط می‌شود. تضعیف ناشی از آثار تابشی از اختلالات هندسی (میکروسکوپی و ماکروسکوپی) فیبر نشأت می‌گیرد.

۳-۱۰-۱. واحدهای تضعیف

هنگامی‌که سیگنال نوری در امتداد فیبر منتشر می‌شود، توان آن به‌صورت نمایی با مسافت کاهش می‌یابد. اگر $P_{sig}(0)$ توان نوری در مبدأ فیبر ($z=0$) باشد، آنگاه توان $P_{sig}(z)$ در فاصله z از مبدأ فیبر از رابطهٔ (۳-۸۷-۱) به‌دست می‌آید:

$$P_{sig}(z) = P_{sig}(0)e^{-\alpha_P z} \qquad (۳-۸۷-۱)$$

در رابطهٔ فوق α_P ضریب تضعیف فیبر و واحد آن Km^{-1} است، همچنین می‌توان نوشت:

$$\alpha_P = \frac{1}{z}\ln[\frac{P_{sig}(0)}{P_{sig}(z)}] \qquad (۳-۸۷-۲)$$

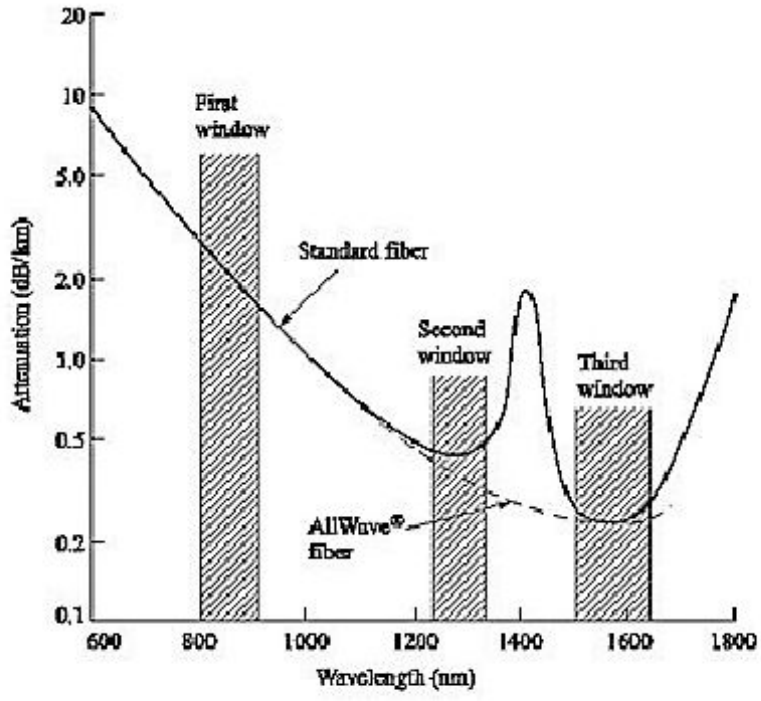
برای سادگی در محاسبهٔ تضعیف سیگنال در یک فیبر مرسوم است که ضریب تضعیف برحسب dB/Km بیان شود و این پارامتر با α_{Loss} نمایش داده می‌شود:

$$\alpha_{Loss}(dB/Km) = \frac{10}{z}log[\frac{P_{sig}(0)}{P_{sig}(z)}] = 4.343\,\alpha_P(Km^{-1}) \qquad (۳-۸۸)$$

این پارامتر بیانگر تلفات یا تضعیف فیبر است که به طول موج سیگنال نوری انتشاری و پارامترهای دیگر وابسته است، که در ادامه معرفی می‌شوند. در یک کابل فیبر نوری مناسب $\alpha_{Loss}=0\ dB/Km$. این امر درعمل غیرممکن است و فیبر واقعی دارای ضریب اتلاف وابسته به طول موج مطابق شکل ۳-۲۷ است. برای فیبر استاندارد تک‌مد (خط ممتد)، تضعیف فیبر

در طول موج *1300 nm* برابر با *0.5 dB/Km* و در طول موج *1500 nm*، تضعیف برابر *0.3 dB/Km* است.

نقطهٔ اوج منحنی تضعیف در طول موج *1400 nm* مربوط به جذب مولکول‌های آب است. (تلفات مربوط به جذب در ادامه بررسی می‌شوند). منحنی خط‌چین تضعیف فیبر را با حذف عامل *OH* از فیبر نشان می‌دهد (*All Wave*). توان نوری معمولاً برحسب *dBm*، که سطح توان دسیبل نسبت به *1 mW* است، بیان می‌شود.



شکل ۳-۲۷: اتلاف یا تضعیف فیبر استاندارد تک‌مد برحسب طول موج [۱۴].

مثال ۳-۱۰: در یک فیبر نوری به طول *15 Km* میزان تلفات برابر با *0.5 dB/Km* است. اگر توان دریافتی توسط آشکارساز برابر با *45 ∝W* باشد: الف) مقدار توان نوری ارسالی از منبع به داخل فیبر چقدر است؟ ب) توان نوری خروجی فیبر چند *dBm* است؟

حل:

الف) توان ورودی به فیبر با درنظرگرفتن $\alpha_{Loss}=0.5\ dB/Km$، $z=15\ Km$ و $P_{sig}(z=15\ Km)=45\ \propto W$ از (۳-۸۸) تعیین می‌شود:

$$P_{sig}(0)=10^{\frac{0.5\,(dB/Km)\times 15\,(Km)}{10}}\times 45\,(\propto W)=253.054\,(\propto W)$$

ب) برای توان خروجی فیبر برحسب *dBm* می‌توان نوشت:

$$P_{sig}(z = 15\ Km) = 10 \log \frac{P_{sig}(z = 15\ Km)}{1\ mW}$$
$$= 10 \log \frac{45\ (\propto W)}{1\ (mW)} = -13.467\ (dBm)$$

مثال ۳-۱۱: در یک سیستم مخابرات طول فیبر نوری برابر با *30 Km* و تلفات مربوط به آن برابر با *1 dB/Km* است. به فواصل *1.5 Km* از هم اتصال‌دهنده‌هایی با تلفات *0.2 dB/Km* قرارگرفته‌اند. اگر توان نوری ارسالی از منبع به داخل فیبر *300 ∝W* باشد، توان دریافتی توسط آشکارساز را تعیین کنید.

حل:

درطول مسیر تعداد تکرارکننده‌ها *21* عدد است؛ بنابراین برای تلفات اتصال‌دهنده‌ها برحسب *dB* داریم:

$$\alpha_{connectors} = 21 \times 0.2\ (\frac{dB}{Km}) \times 1.5\ (Km) = 6.3\ dB$$

میزان تلفات فیبر نوری *30 dB* است و تلفات کل سیستم برابر با *36.3 dB* است. از رابطهٔ (۳-۸۸) برای توان خروجی فیبر نوری می‌توان نوشت:

$$\frac{36.3\ (dB)}{30\ (Km)} = \frac{1}{30\ (Km)} 10 \log \frac{1\ (mW)}{P(z = 30\ Km)}$$
$$\Rightarrow P_{sig}(z = 30\ Km) = 0.2344\ (\propto W)$$

۳-۱۰-۱-۱. جذب

جذب در فیبر نوری ناشی از سه مکانیزم متفاوت است:

۱. جذب توسط نقایص اتمی در ترکیب شیشه.

۲. جذب غیرذاتی به‌دلیل اتم‌های ناخالص مادهٔ سازندهٔ شیشه.

۳. جذب ذاتی به سبب اتم‌های سازندهٔ مادهٔ سازندهٔ فیبر.

نواقص اتمی شامل معایب ساختار اتمی مادهٔ سازندهٔ فیبر نظیر مولکول‌های غایب، آثار خوشه‌ای گروه‌های اتمی با چگالی بالا و یا عیوب اکسیژن در ساختار شیشه هستند. معمولاً تلفات جذب ناشی از این نواقص، در مقایسه با آثار جذب ذاتی و ناخالصی ناچیز است. جذب ناشی از این نواقص، زمانی‌که فیبر در معرض تششع یونی قرارگیرد، اهمّیت می‌یابد. عامل اصلی جذب در فیبرهایی که از روش ساخت مستقیم تولید می‌شوند، وجود ناخالصی در مادهٔ سازندهٔ فیبر است. ناخالصی یون‌های فلزی نظیر آهن، کرومیم، کبالت، مس و یون‌های OH منابع اصلی جذب در فیبر نوری هستند. ناخالصی فلزی موجود در مواد اولیهٔ فیبرهایی که با روش ذوب مستقیم تولید شده‌اند، درحدود یک تا ده قسمت در هر بیلیون[1] (ppb) است، که سبب تلفاتی به میزان یک تا $10\ dB/Km$ می‌شوند. میزان ناخالصی در فیبرهایی که به روش رسوب فاز بخار تولید می‌شوند، معمولاً یک تا دو مرتبه کمتر است. تلفات جذب ناخالصی از گذارهای الکترونی میان ترازهای انرژی پرنشده یا از گذارهای بار از یک یون به یون دیگر نشأت می‌گیرند.

وجود یون OH در پیش‌سازهٔ فیبر، ناشی از شعلهٔ اکسی هیدروژن است که برای واکنش تجزیهٔ مواد اولیه $SiCl_4$، $GeCl_4$ و BCl_3 به‌کارمی‌رود. به‌منظور دستیابی به تضعیف کمتر از $20\ dB/Km$ باید غلظت ناخالصی آب کمتر از چند قسمت بر بیلیون باشد. فیبرهای نوری اولیه، دارای ناخالصی یون‌های OH بالا بودند که سبب به‌وجودآمدن قله‌های وسیع جذب در طول موج‌های $950،725$ و $1400\ nm$ می‌شد. قله‌های جذب ناشی از عامل OH در شکل ۳-۲۸ نشان داده شده‌اند. میان قله‌های جذب، نواحی با تضعیف پایین وجود دارد. پیک‌ها و دره‌های منحنی تضعیف سبب ایجاد پنجره‌های انتقال فیبر نوری، بازه‌های طول موجی با تضعیف کوچک، می‌شود. با کاهش مقدار OH (کمتر از $1ppb$) تضعیف در طول موج‌های 1300 و $1500\ nm$، به‌ترتیب به 0.5 و $0.3\ dB/Km$ می‌رسد. تمهیدات خاصی در زمان ساخت فیبر به‌منظور کاهش عامل OH به کمترین مقدار ممکن، درنظرگرفته می‌شود و فیبرهای خشک[2] با یون‌های اندک OH تولید می‌شوند.

جذب ذاتی مربوط به مواد سازندهٔ فیبر (سیلیکای خالص) یک عامل فیزیکی مهّم در تعیین پنجرهٔ شفاف ماده در یک ناحیه طول موجی مشخص است. جذب ذاتی زمانی رخ

---

[1] Parts Per Billion

[2] Dry Fibers

می‌دهد که ماده در یک وضعیت کامل و بدون تغییرات چگالی، ناخالصی‌ها و ناهمگنی‌ها باشد. جذب ذاتی از باندهای جذب الکترونی در ناحیهٔ فرابنفش و باندهای ارتعاش اتمی در نزدیک ناحیهٔ مادون قرمز ناشی می‌شود. باندهای جذب الکترونی به گاف انرژی مواد بی‌شکل[1] شیشه‌ای مربوط است. درطی فرآیند جذب، یک فوتون به یک الکترون در باند ظرفیت برخورد کرده و آن را به تراز بالاتر تحریک می‌کند. لبهٔ فرابنفش باندهای جذب الکترونی مواد بی‌شکل و کریستالی، از رابطهٔ تجربی که به قانون اورباچ[2] مشهور است، پیروی می‌کند [۱۴]:

$$\alpha_{uv} = Ce^{E/E_0} \qquad (۸۹-۳)$$

در رابطهٔ E_0 و C ثابت‌های تجربی هستند و E انرژی فوتون است. به‌دلیل اینکه E با عکس طول موج λ در ارتباط است، جذب ناحیهٔ فرابنفش با افزایش طول موج، به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد. سهم اتلاف فرابنفش برحسب dB/Km در هر طول موج به‌صورت تابعی از درصد مولی GeO_2، x، از رابطهٔ (۳-۹۰) به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$\alpha_{uv} = \frac{154.2x}{46.6x + 60} \times 10^{-2} \exp\left(\frac{4.63}{\lambda}\right) \qquad (۹۰-۳)$$

در ناحیهٔ نزدیک مادون قرمز و بالاتر از طول موج $1.2\ \mu m$، اتلاف موج‌بر نوری عمدتاً ناشی از حضور یون‌های OH و جذب ذاتی مادون قرمز مادهٔ سازندهٔ فیبر است. جذب ذاتی ناحیهٔ مادون قرمز به مشخصهٔ فرکانس ارتعاشی پیوند شیمیایی بین اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ فیبر مربوط می‌شود. اندرکنش میان پیوند ارتعاشی و میدان الکترومغناطیسی سیگنال نوری به انتقال انرژی از میدان به پیوند منجرمی‌شود و جذب رخ می‌دهد. این جذب به سبب وجود پیوندهای بی‌شمار در فیبر، بسیار قوی است. رابطهٔ تجربی برای سهم اتلاف از جذب ناحیهٔ مادون قرمز برحسب dB/Km برای شیشه GeO_2-SiO_2 به‌صورت (۳-۹۱) بیان می‌شود [۱۴]:

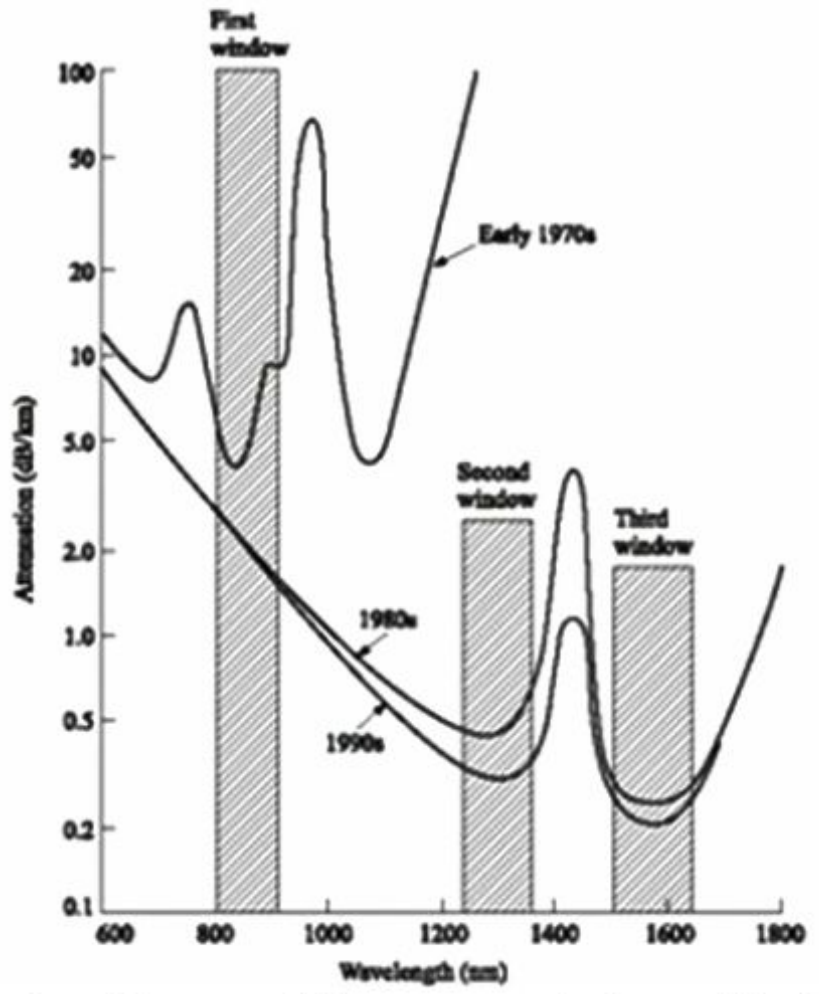
$$\alpha_{IR} = 7.81 \times 10^{11} \times \exp\left(\frac{-48.48}{\lambda}\right) \qquad (۹۱-۳)$$

---

[1] Amorphous

[2] Urbach's rule

مقایسهٔ تلفات جذب مادون قرمز ناشی از ناخالصی‌های متفاوت به فیبر با میزان ناخالصی کم از یون‌های OH نشان می‌دهد که برای کار در طول موج‌های بلندتر، اضافه کردن ناخالصی GeO_2 به سیلیکا مطلوب‌ترین است [۱۴].

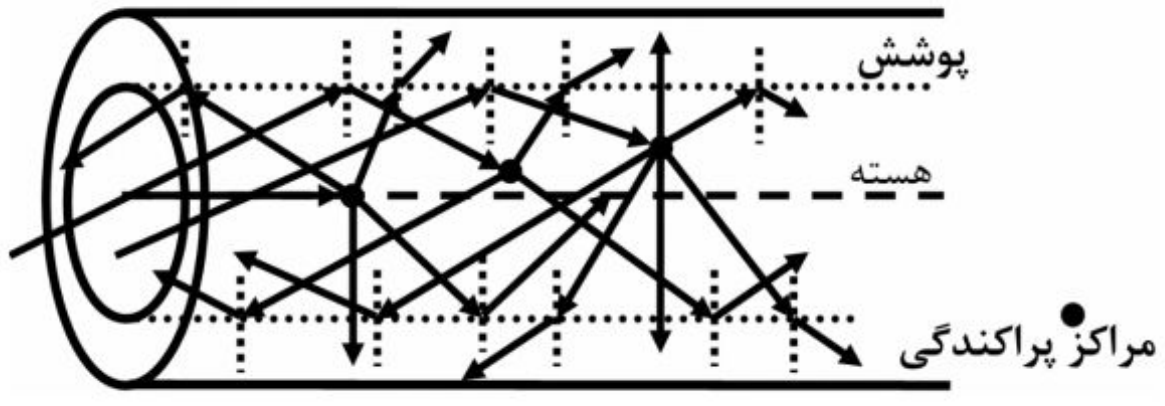


شکل ۳-۲۸: تضعیف فیبر برحسب طول موج درگذر زمان [۱۴].

۳-۱۰-۱-۲. تلفات پراکندگی

تلفات پراکندگی در شیشه، ناشی از تغییرات بسیارکوچک در چگالی ماده، تغییرات مواد تشکیل‌دهنده و ناهمگنی‌ها یا نقایص ساختاری در هنگام ساخت فیبر است. همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، شیشه، آرایشی تصادفی از مولکول‌های به‌هم پیوسته است؛ درنتیجه این ساختار از نواحی با چگالی مولکولی کمتر و یا بیشتر از چگالی متوسط شیشه تشکیل شده است؛ علاوه‌براین به‌دلیل آنکه شیشه از اکسیدهای متفاوت نظیر SiO_2، GeO_2 و P_2O_5 تشکیل شده است، امکان نوسان‌های ترکیبی مواد سازنده در فیبر وجود دارد. این دو اثر سبب می‌شود در فواصلی کوچک در مقایسه با طول موج تغییراتی در ضریب شکست رخ دهد. این

تغییرات ضریب شکست سبب ایجاد پراکندگی از نوع پراکندگی رایلی[1] می‌شود. در شکل ۳-۲۹ نمایشی از پراکندگی رایلی به سبب تغییر در ضریب شکست فیبر نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۹: نمایشی از پراکندگی رایلی به سبب تغییر در ضریب شکست در فیبر.

به‌دلیل ترکیبات مختلف اکسیدی در شیشه و آرایش تصادفی مولکول‌های سازندهٔ شیشه، روابط مربوط به تضعیف ناشی از پراکندگی رایلی نسبتاً پیچیده است. برای شیشه‌ای که تنها با یک اکسید ناخالصی شده است، سهم اتلاف پراکندگی در طول موج λ به سبب تغییرات چگالی برحسب واحدهای نپر،e، از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$\alpha_{scat} = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4}(n^2-1)^2 K T_f \beta_T \qquad (۹۲-۳)$$

در این رابطه، n ضریب شکست، K ثابت بولتزمن، β_T تراکم‌پذیری نقاط حرارتی یکسان ماده و T_f درجه حرارت مصنوعی است که در آن تغییرات چگالی داخل شیشه در هنگام انجماد پس از کشیده شدن به شکل فیبر بسته می‌شود. برای تبدیل رابطهٔ (۳-۹۲) برحسب dB کافیست اتلاف پراکندگی را در $10\log e$ ضرب کنیم. برای شیشه‌های که شامل چند اکسید هستند، سهم اتلاف پراکندگی برابراست با [۱۴]:

$$\alpha_{scat} = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4}(\delta n^2)^2 \delta V_F \qquad (۹۳-۳)$$

---

[1] Rayleigh Scattering

که مجذور مربع متوسط تغییر ضریب شکست $(\delta n^2)^2$ درحجم δV_F برابراست با [۱۴]:

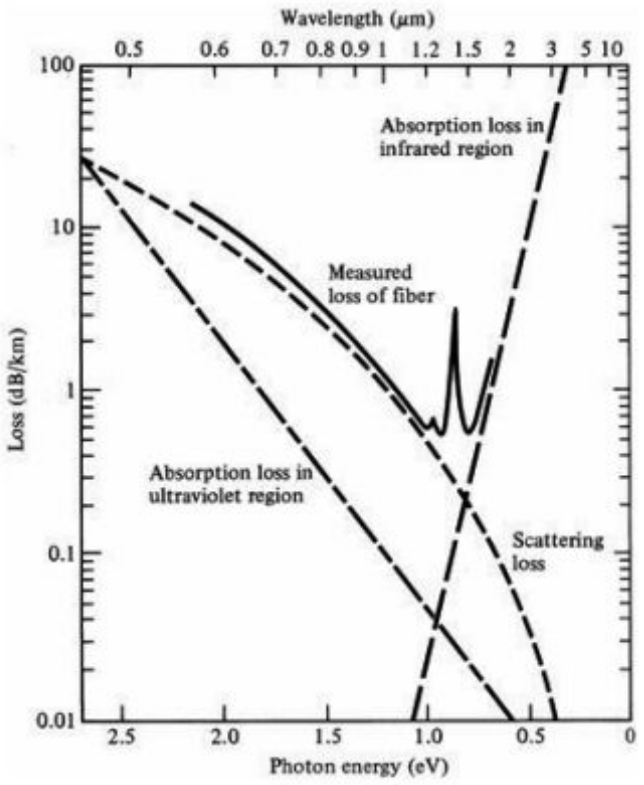
$$(\delta n^2)^2 = (\frac{\partial n}{\partial \rho})^2 (\delta \rho)^2 + \sum_{s=1}^{m} (\frac{\partial n^2}{\partial C_s})^2 (\delta C_s)^2 \qquad (۹۴-۳)$$

$\delta\rho$ تغییر چگالی و δC_S تغییر غلظت sامین مؤلفهٔ شیشه است. مقادیر تغییرات ترکیبی و چگالی، از نتایج تجربی تعیین می‌شوند.

با توجه به اینکه اتلاف پراکندگی رایلی متناسب با λ^{-4} است؛ لذا با افزایش طول موج اتلاف پراکندگی سریعاً کاهش می‌یابد. در طول موج‌های کمتر از $1\ \mu m$ پراکندگی رایلی مکانیزم غالب اتلاف در فیبر است و با افزایش طول موج، سهم اتلاف پراکندگی برحسب طول موج سیر نزولی را طی می‌کند. در طول‌موج‌های بلندتر از $1\ \mu m$ ، جذب مادون قرمز مکانیزم غالب تضعیف در سیگنال نوری فیبر می‌شود.

ناهمگنی‌های ساختاری و نواقصی که هنگام ساخت فیبر به‌وجودمی‌آیند، نیز عامل پراکندگی نور به خارج از فیبر هستند. این نواقص ممکن است به شکل حباب‌های گازی شکل محبوس در شیشه و یا ناحیه‌های کریستالی در داخل شیشه باشند. به‌طورکلی به کمک روش‌های ساخت، این آثار غیرذاتی را تا جایی به کمینه رسانده‌اند که اتلاف پراکندگی حاصل از آن‌ها در مقایسه با اتلاف پراکندگی رایلی قابل صرف‌نظرکردن است.

تلفات پراکندگی در فیبرهای چندمدی، به‌دلیل غلظت‌های بزرگ‌تر ناخالصی و نوسانات ترکیبی بیشتر، بزرگ‌تر از تلفات پراکندگی در فیبرهای تک‌مدی است. منحنی تلفات برای یک فیبر شیشه‌ای با ناخالصی GeO_2 در شکل ۳-۳۰ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۰: تلفات برای یک فیبر شیشه‌ای با ناخالصی GeO_2 برحسب طول موج و انرژی فوتون [۱۴].

۳-۱۰-۱-۳. تلفات خمشی[1]

تلفات تشعشعی زمانی رخ می‌دهد که فیبر نوری با شعاع انحنای معینی خمیده شود. فیبر نوری در معرض دو نوع خمش قرارمی‌گیرد:

۱. خمش‌های ماکروسکوپی، که دارای شعاع انحنای بزرگ در مقایسه با قطر فیبر هستند؛ به‌عنوان مثال زمانی‌که کابل فیبر نوری را از یک کنج عبور می‌دهند.

۲. خمش‌های میکروسکوپی تصادفی، که هنگام قرار دادن فیبرها در کابل به‌وجودمی‌آیند.

در خمش‌های جزئی، تلفات خمشی، بی‌نهایت کوچک و قابل صرف‌نظرکردن است. با افزایش انحنا، تلفات خمشی تا یک شعاع بحرانی به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد و تلفات خمشی قابل ملاحظه خواهد بود. به محض رسیدن به آستانهٔ این نقطه و با کوچک‌شدن شعاع خمش، تلفات به شکل ناگهانی و شدید افزایش می‌یابد. همان‌گونه‌که پیشتر ذکر شد، هر مد انتشاری در فیبر داخل پوشش به‌صورت نمایی کاهش یافته و به‌تدریج به صفر می‌رسد.

به‌دلیل اینکه این تابع نمایی همراه با میدان داخل هستهٔ فیبر درحال حرکت است؛ درنتیجه بخشی از انرژی مد انتشاری به داخل پوشش فیبر نفوذ می‌کند. با خمیده شدن فیبر، دنبالهٔ میدان (همچنانکه در شکل ۳-۳۱ برای مد اصلی نشان داده شده است) به‌دلیل حفظ

[1] Bending Losses

بستگی خود به میدان داخل هسته، در فاصلهٔ دورتر از مرکز انحنا باید سریع‌تر حرکت کند. در یک فاصلهٔ بحرانی x_C از مرکز فیبر، دنبالهٔ میدان به‌دلیل حفظ بستگی آن با میدان هسته، باید با سرعتی بیشتر از سرعت نور حرکت کند. با توجه به اینکه چنین مسئله‌ای امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین انرژی نورانی دنبالهٔ میدان در خارج از محدوده x_C، به خارج از فیبر تابش می‌شود.

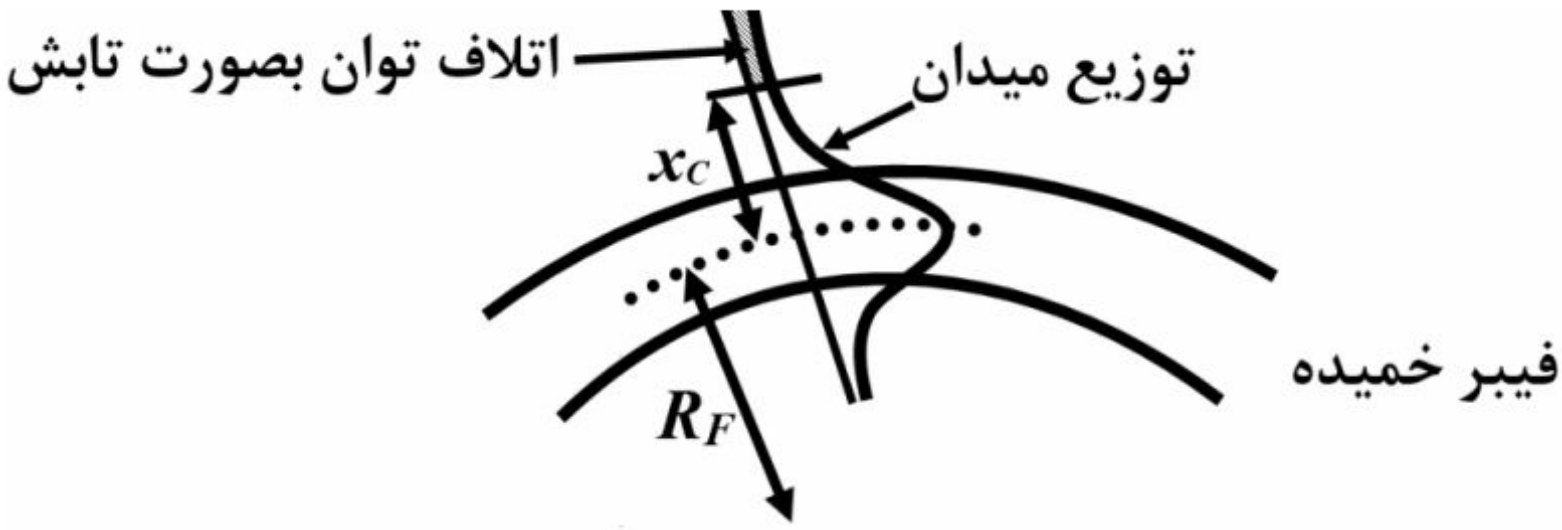
ازآنجاکه مدهای مرتبه بالاتر، نسبت به مدهای مرتبه پایین‌تر، کمتر در هستهٔ فیبر محبوس می‌شوند، ابتدا این مدها به خارج از فیبر تابش می‌کنند؛ به همین دلیل تعداد مدهای هدایت‌شده در فیبر خمیده، از فیبر مستقیم کمتر است. تعداد مدهای هدایت‌شده در یک فیبر نوری با ضریب شکست تدریجی خمیده‌شده، N_{eff}، با شعاع انحنای R_F از رابطهٔ (۳-۹۵-۱) تعیین می‌شود [۱۴]:

$$N_{eff} = N_\circ \{1 - \frac{\alpha_{GIF} + 2}{2\alpha_{GIF}\varnothing}[\frac{2a}{R_F} + (\frac{3}{2n_2 k_0 R_F})^{2/3}]\} \qquad (۳-۹۵-۱)$$

که در آن:

$$N_\circ = \frac{\alpha_{GIF}}{\alpha_{GIF} + 2}(n_1 k_0 a)^2 \varnothing \qquad (۳-۹۵-۲)$$

تعداد کل مدهای موجود در فیبر مستقیم است که در رابطهٔ (۳-۸۶) نیز آمده است.



شکل ۳-۳۱: تلفات خمشی فیبر نوری.

مثال ۳-۱۲: اگر در فیبر با ضریب شکست تدریجی مثال ۳-۹ شعاع خمش برابر با $9\ cm$ باشد، تعداد مدهای مؤثر انتشاری در فیبر را محاسبه کنید.

حل:

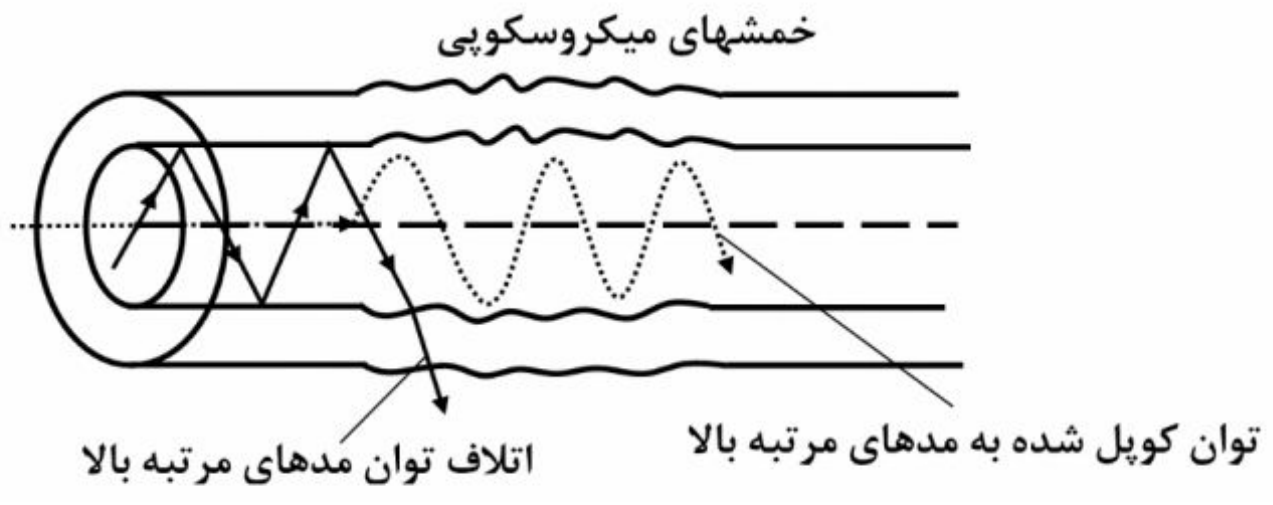
تعداد مدهای انتشاری در فیبر مستقیم از حل مثال ۳-۹، $N_{\circ}=55$ است. با جاگذاری مقادیر داده‌شده در صورت مثال برای مدهای انتشاری در فیبر خمیده‌شده به شعاع $R_F=9\ cm$ داریم:

$$N_{eff} = 55\{1-\frac{1}{0.0133}[\frac{2\times 15\,(\alpha m)}{9\,(cm)} + (\frac{3}{2\times 1.47\times (2\neq /1.55\,(\alpha m))\times 9\,(cm)})^{2/3}]\} \oplus 53$$

صورت دیگر از اتلاف تشعشعی در موج‌برهای نوری، از کوپلینگ مدها به‌دلیل خمش‌های تصادفی میکروسکوپی، که در شکل ۳-۳۲ نشان داده شده است، نشأت می‌گیرد. خمش‌های میکروسکوپی به سبب ناهمگنی‌های پوشش فیبر یا فشارهای غیریکنواخت حاصل از کابل کردن پدید می‌آیند، که به آن تلفات بسته‌بندی یا کابل کردن[1] می‌گویند.

طبق شکل ۳-۳۲، انحنای متناوب فیبر سبب کوپلینگ انرژی میان مدهای هدایت‌شده و مدهای نشتی یا هدایت‌نشده می‌شود. همچنین امکان کوپلینگ انرژی از مدهای هدایت‌شدهٔ مرتبه پایین‌تر به مدهای هدایت‌شدهٔ مرتبه بالاتر وجود دارد. یک راه به‌منظور کمینه کردن تلفات خمشی میکروسکوپی، کشیدن روپوش خارجی قابل تراکم بر فیبر است.

[1] Cabling or Packaging Losses



شکل ۳-۳۲: اتلاف تشعشعی ناشی از خمش‌های میکروسکوپی فیبر.

۳-۱۰-۱-۴. تلفات هسته و پوشش

ازآنجاکه هسته و پوشش فیبر نوری دارای ضرایب شکست و ترکیبات سازندهٔ متفاوت هستند؛ بنابراین دارای ضرایب تضعیف متفاوت نیز هستند. با فرض اینکه ضرایب تضعیف در فیبر برای هسته و پوشش به‌ترتیب برابر با α_{core} و α_{clad} باشد، صرف‌نظر از تزویج مدی، اتلاف مدی با مرتبه (v,m) در موج‌بر با شاخص شکست پله‌ای برابراست با [۱۴]:

$$\alpha_{vm} = \alpha_{core}\frac{P_{core}}{P_{total}} + \alpha_{clad}\frac{P_{clad}}{P_{total}} \qquad (۹۶-۳)$$

در فیبرهای با ضریب شکست تدریجی، ضرایب تضعیف و توان مدی هر دو تابعی از شعاع هستند و در فاصلهٔ r از محور فیبر اتلاف برابراست با [۱۴]:

$$\alpha_{vm}(r) = \alpha_{core} + (\alpha_{clad} - \alpha_{core})\frac{n^2(0) - n^2(r)}{n^2(0) - n_2^2} \qquad (۹۷-۳)$$

در رابطهٔ (۹۷-۳) α_{core} و α_{clad} به‌ترتیب ضرایب تضعیف محوری هسته و پوشش فیبر نوری هستند.

اتلاف ناشی از یک مد مشخص برابراست با [۱۴]:

$$\alpha_{GIF} = \frac{\int_0^{\circ} \alpha_{vm}(r) P_{total}(r) r dr}{\int_0^{\circ} P_{total}(r) r dr} \qquad (۹۸-۳)$$

که در رابطهٔ داده‌شده $P_{total}(r)$ چگالی توان مد در فاصلهٔ r است.

مثال ۳-۱۳: توان یک مد انتشاری در فیبر با ضریب شکست تدریجی $\alpha_{GIF}=2$، به‌صورت $P_{total}(r)=P_{total}(0)exp(-K_{loss}r^2)$ تغییر می‌کند. با فرض اینکه مقدار $\varnothing$ بسیار کوچک است، رابطه‌ای برای ضریب تضعیف مد برحسب تلفات هسته و پوشش فیبر نوری بیابید.

حل:

ضریب شکست هستهٔ فیبر نوری از رابطهٔ (۳-۸۳) به‌دست‌می‌آید و با درنظرگرفتن کوچک بودن$\varnothing$، فرض می‌کنیم در تمام فیبر نوری، ضریب شکست از رابطهٔ ضریب شکست هسته پیروی می‌کند؛ درنتیجه برای ضریب شکست فیبر نوری داریم:

$$n(r) = n_1\left[1 - 2\varnothing\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]^{1/2}$$

با جاگذاری ضریب شکست هستهٔ فیبر در رابطهٔ (۳-۹۷) می‌توان نوشت:

$$\alpha_{vm}(r) = \alpha_{core} + (\alpha_{clad} - \alpha_{core})\frac{2n_1^2\varnothing\left(\frac{r}{a}\right)^2}{n_1^2 - n_2^2} = \alpha_{core} + (\alpha_{clad} - \alpha_{core})\left(\frac{r}{a}\right)^2$$

با جاگذاری رابطهٔ بالا در در رابطهٔ (۳-۹۸) داریم:

$$\alpha_{LGIF} = \frac{\int_0^{\circ}\left[\alpha_{core} + (\alpha_{clad} - \alpha_{core})\left(\frac{r}{a}\right)^2\right] P_{total}(0) e^{-K_{loss}r^2} r dr}{\int_0^{\circ} P_{total}(0) e^{-K_{loss}r^2} r dr}$$

از حل انتگرال میتوان نوشت:

$$\alpha_{LGIF} = \alpha_{core} + \frac{\alpha_{clad} - \alpha_{core}}{K_{loss} a^2}$$

۳-۱۱. پاشندگی

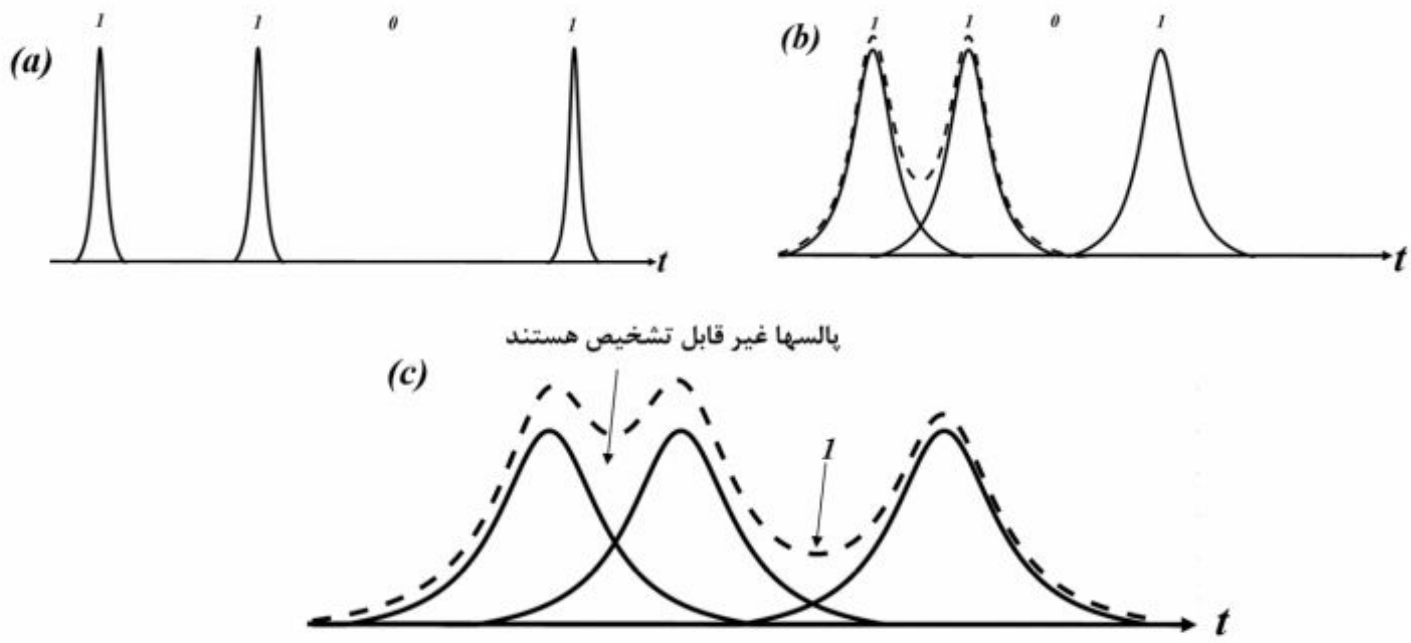
عملکرد فیبر نوری درطول مسیر توسط تضعیف و اعوجاج محدود می‌شود. در برخی کاربردها سیگنال‌های دریافتی توسط گیرنده‌ها، اگرچه دارای شکلی پذیرفتنی هستند، اما به حدی تضعیف شده‌اند، که قابل آشکارسازی نیستند. دراین‌حالت تضعیف مشکل اصلی سیستم و سیستم محدود به توان است. در برخی سیستم‌ها، اعوجاج سیگنال مانع بازسازی سیگنال پیام می‌شود و چنین سیستم‌هایی محدود به پهنای باند هستند. پالس نوری، با عبور در امتداد فیبر نوری به‌دلیل اعوجاج سیگنال ناشی از پاشندگی پهن می‌شود.

مطابق شکل ۳-۳۳، پالس‌های نوری به سبب پهن‌شدگی روی پالس‌های مجاور قرارمی‌گیرند. پس از قرارگرفتن تعدادی از پالس‌ها بر روی یکدیگر، پالس‌های نزدیک به‌هم به تنهایی در گیرنده تشخیص‌پذیر نیستند و خطاهایی در آن‌ها به‌وجودمی‌آید؛ بنابراین پاشندگی، تعیین‌کنندهٔ میزان ظرفیت اطلاعاتی فیبر است. ظرفیت انتقال اطلاعات در یک موج‌بر نوری با حاصل‌ضرب پهنای باند در فاصله برحسب *MHzKm* مشخص می‌شود.

برای یک فیبر چندمدی با شاخص پله‌ای این مقدار به *20 MHzKm* محدود است و در فیبر تک‌مد ظرفیت انتقال اطلاعات به *100 GHzKm* می‌رسد. در فیبرهای با شاخص شکست تدریجی، با انتخاب مناسب از تابع شعاعی ضریب شکست، ظرفیت انتقال اطلاعات برابراست با *2.5 GHzKm*. درخور یادآوری است که با وجود فن‌آوری‌های جدید در طراحی مناسب فیبر، این ظرفیت افزایش‌پذیر است.

۳-۱۱-۱. پاشندگی رنگی[1]

پاشندگی رنگی یا پاشندگی درون‌مدی[2] ناشی از طیف محدود منابع نوری است. به‌دلیل اینکه منابع نوری یک باند فرکانسی را گسیل می‌کنند، مؤلفه‌های فرکانسی منبع نوری با تأخیرهای متفاوت در داخل فیبر انتشار می‌یابند و این امر سبب پهن‌شدگی پالس انتشاری در فیبر می‌شود. تأخیر متفاوت مؤلفه‌های فرکانسی می‌تواند ناشی از ویژگی پاشندگی مادهٔ سازندهٔ فیبر (پاشندگی ماده) و یا آثار هدایتی در ساختار فیبر (پاشندگی موج‌بر) باشد.



شکل ۳-۳۳: پهن‌شدگی پالس‌های نوری با انتشار در فیبر نوری پالس‌های ورودی با الگوی *1101* در $t=t_0$ وارد فیبر نوری می‌شوند (*a*). پالس‌ها در خروجی فیبر نوری به طول L_{F1} تشخیص‌پذیر هستند (*b*). پالس‌ها در خروجی فیبر نوری به طول L_{F2}، $L_{F2}>L_{F1}$، تشخیص‌پذیر نیستند (*c*).

۳-۱۱-۱-۱. پاشندگی ماده

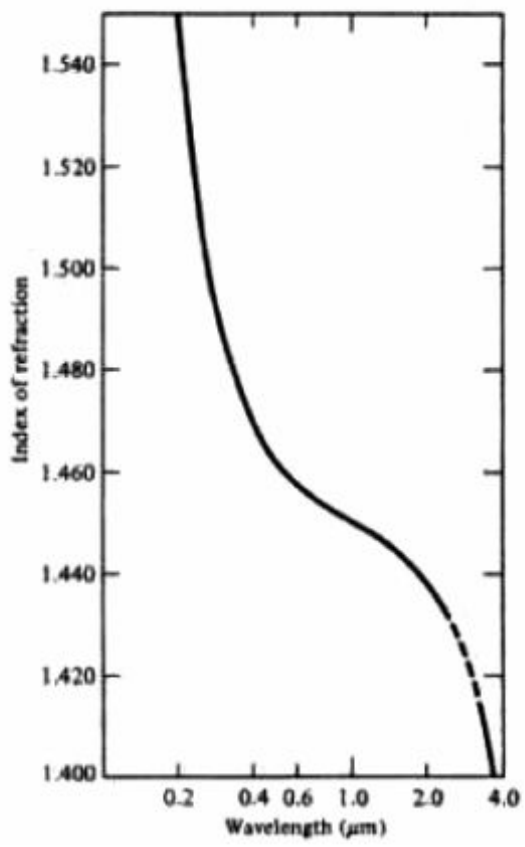
پاشندگی ماده به سبب تغییرات ضریب شکست به‌صورت تابعی از طول موج نوری رخ می‌دهد. منحنی تغییرات ضریب شکست سیلیکا به‌صورت تابعی از طول موج در شکل ۳-۳۴ نشان داده شده است. به‌دلیل تغییرات ضریب شکست برحسب طول موج، مؤلفه‌های طیفی یک مد مشخص با سرعت‌های متفاوت وابسته به طول موج حرکت می‌کنند؛ بنابراین پاشندگی ماده یک پاشندگی درون‌مدی است که در موج‌برهای تک‌مد و سیستم دیود نورگسیل، *LED*،

[1] Chromatic Dispersion

[2] Intramodal Dispersion

(به‌دلیل اینکه دیود نورگسیل در مقایسه با دیود لیزری دارای طیف خروجی وسیع‌تری است) دارای اهمیّت است. پاشندگی ماده را می‌توان با درنظرگرفتن انتشار یک موج تخت در یک دی‌الکتریک نامحدود با ضریب شکست $n(\lambda)$ برابر با ضریب شکست هسته فیبر، به‌دست آورد؛ درنتیجه برای ثابت انتشار β می‌توان نوشت:

$$\beta(\lambda) = \frac{2\neq n(\lambda)}{\lambda} \qquad (۹۹-۳)$$



شکل ۳-۳۴: منحنی تغییرات ضریب شکست سیلیکا برحسب طول موج [۱۴].

تأخیر گروه[1] بر واحد طول؛ یعنی مدت زمان مورد نیاز برای عبور مد از فیبر، برابراست با [۱۵]:

$$\frac{\tau_g}{L_D} = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c}(n - \lambda \frac{dn(\lambda)}{d\lambda}) \qquad (۱۰۰-۳)$$

[1]Group Delay

در رابطهٔ (۳-۱۰۰)، L_D مسافت طی‌شده توسط پالس است؛ درنتیجه تأخیر گروه ناشی از پاشندگی ماده برابراست با:

$$\tau_{mat} = \frac{L_D}{c}(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}) \qquad (۳-۱۰۱)$$

چنانچه باند طیفی منبع نوری وسیع نباشد و طول موج مرکزی و عرض طیفی مؤثر منبع به‌ترتیب λ و σ_λ باشند، مقدار مؤثر پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی ماده σ_{mat}، از رابطهٔ (۳-۱۰۲) به‌دست‌می‌آید [۱۵]:

$$\sigma_{mat} = \left|\frac{d\tau_{mat}}{d\lambda}\right|\sigma_\lambda = \frac{L_D}{c}\lambda\left|\frac{d^2n}{d\lambda^2}\right|\sigma_\lambda \qquad (۳-۱۰۲)$$

پارامتر پاشندگی ماده به‌صورت (۳-۱۰۳) تعریف می‌شود و واحد آن پیکوثانیه بر کیلومتر بر نانومتر $psKm^{-1}nm^{-1}$ است [۱۵]:

$$D_{mat} = \frac{1}{L_D}\left|\frac{d\tau_{mat}}{d\lambda}\right| = \frac{\lambda}{c}\left|\frac{d^2n}{d\lambda^2}\right| \qquad (۳-۱۰۳)$$

مثال ۳-۱۴: در یک فیبر نوری شیشه‌ای به طول $10\ Km$، پارامتر پاشندگی ماده در طول موج $1.3\ \mu m$ به اندازه $10\ psKm^{-1}nm^{-1}$ است. اگر طول موج پیک پالس ورودی به فیبر $1.3\ \mu m$ و عرض پالس $20\ nm$ باشد، مقدار مؤثر پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی ماده را تعیین کنید.

حل:

برای مقدار $|d^2n/d\lambda^2|$، با جاگذاری $Dmat=10\ (psKm^{-1}nm^{-1})$، $\lambda=1300\ nm$ و $c=3\times10^8\ (m/s)$ در رابطهٔ (۳-۱۰۳) داریم:

$$\left|\frac{d^2 n}{d\lambda^2}\right| = \frac{10\ (\frac{ps}{Km.nm}) \times 3\times 10^8\ (m/s)}{1300\ (nm)} = 2.308\times 10^{-9}\ (nm^{-2})$$

درنهایت با جاگذاری این مقدار، $L_D=10\,Km$ و $\sigma_\lambda=20\,nm$ در معادلهٔ (۳-۱۰۲) مقدار مؤثر پهن‌شدگی پالس برابراست با:

$$\sigma_{mat} = \frac{10\ Km}{3\times 10^8\ (m/s)} \times 1300\ (nm) \times 2.308\times 10^{-9}\ (nm^{-2}) \times 20\ (nm) = 2\ ns$$

۳-۱۱-۱-۲. پاشندگی موج‌بر

پاشندگی موج‌بر ناشی از آن است که برای یک فیبر تک‌مد تنها کسری از توان نوری در هستهٔ فیبر محبوس است؛ بنابراین پوشش فیبر عامل پاشندگی انتشار نور است که به‌دلیل کوچک بودن ضریب شکست، پوشش فیبر نوری سریع‌تر از نور حبس‌شده در هستهٔ فیبر حرکت می‌کند. اثر پاشندگی موج‌بر بر پهن‌شدگی پالس را می‌توان با فرض مستقل بودن ضریب شکست ماده از طول موج، به‌دست آورد. ثابت انتشار نرمالیزه برای مقادیر کوچک از اختلاف نسبی ضریب شکست‌های هسته و پوشش برابراست با:

$$\beta_{norm} \oplus \frac{\frac{\beta}{k_0} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (۳-۱۰۴)$$

از حل معادلهٔ (۳-۱۰۴) برای ثابت انتشار β داریم:

$$\beta \oplus n_2 k_0 (\beta_{norm} \varnothing + 1) \qquad (۳-۱۰۵)$$

تأخیر گروهی ناشی از پاشندگی موج‌بر با ثابت درنظرگرفتن تابع n_2 نسبت به طول موج بیان می‌شود [۱۴]:

$$\tau_{wg} = \frac{L_D}{c}\frac{d\beta}{dk} = \frac{L_D}{c}[n_2 + n_2\Delta\frac{d(k\beta_{norm})}{dk}] \quad (۱۰۶-۳)$$

فرکانس نرمالیزه را می‌توان به ازای مقادیر کوچک از اختلاف نسبی ضریب شکست به‌صورت (۱۰۷-۳) نوشت:

$$V_{norm} = k_0 a(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \approx k_0 a n_2\sqrt{2\Delta} \quad (۱۰۷-۳)$$

بنابراین تأخیر گروهی برحسب فرکانس نرمالیزه برابراست با [۱۴]:

$$\tau_{wg} = \frac{L_D}{c}[n_2 + n_2\Delta\frac{d(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}}] \quad (۱۰۸-۳)$$

برای نسبت $\frac{d(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}}$ داریم [۱۴]:

$$\frac{d(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}} = \beta_{norm}[1 - \frac{2J_\nu^2(h_1 a)}{J_{\nu+1}(h_1 a)J_{\nu-1}(h_1 a)}] \quad (۱۰۹-۳)$$

به ازای مقادیر ثابت از V_{norm}، تأخیرهای گروهی مدهای هدایت‌شده با هم متفاوت هستند. انتشار یک پالس در فیبر، مدهای زیادی را در فیبر تحریک می‌کند. این مدها بسته به تأخیرهای گروهی مربوطه، در زمان‌های متفاوتی به انتهای فیبر می‌رسند و سبب پهن‌شدگی پالس نوری می‌شوند. پاشندگی موجبر در فیبرهای چندمدی نسبت به پاشندگی ماده قابل صرف‌نظرکردن است، اما در فیبرهای تک‌مدی پاشندگی موجبر حائز اهمیت است و از نظر مقدار با پاشندگی ماده قابل مقایسه است. پهن‌شدگی پالس ناشی از تأخیر گروهی برابراست با [۱۵]:

$$\sigma_{wg} = \left|\frac{d\tau_{wg}}{d\lambda}\right|\sigma_\lambda = \frac{n_2 L_D \Delta \sigma_\lambda}{c\lambda} V_{norm}\frac{d^2(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}^2} \quad (۱۱۰-۳)$$

و پارامتر پاشندگی موج‌بر به‌صورت داده‌شده تعریف می‌شود [۱۴]:

$$D_{wg} = -\frac{n_2 \varnothing}{c\lambda} V_{norm} \frac{d^2(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}^2} \qquad (۱۱۱-۳)$$

مثال ۳-۱۵: در یک فیبر نوری تک‌مد به طول *10 Km*، ضریب شکست هسته *1.45* و $\Delta=1\%$ طول موج کاری برابراست با *1.55 ∝m*. مقدار پهن‌شدگی پالس ورودی به فیبر را با درنظرگرفتن طول موج پیک *1.55 ∝m*، عرض *25 nm* و پارامتر پاشندگی موج‌بر *-2 ps/(Km.nm)* به‌دست آورید.

حل:

از رابطهٔ (۳-۷) ضریب شکست پوشش تعیین می‌شود:

$$\varnothing = \frac{1.45^2 - n_2^2}{2\times 1.45^2} = 0.01 \Rightarrow n_2 = 1.435$$

با جاگذاری مقدار ضریب شکست پوشش، $\Delta=1\%$ ،$\lambda=1550\,nm$ ،$D_{wg}=-2\,ps/(Km.nm)$ و $c=3\times10^8\ m/s$ در رابطهٔ (۳-۱۱۱) برای مقدار $V_{norm}\frac{d^2(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}^2}$ داریم:

$$V_{norm}\frac{d^2(V_{norm}\beta_{norm})}{dV_{norm}^2} = \frac{2\,(ps.Km^{-1}.nm^{-1})\times 3\times10^8\,(m/s)\times 1550\,(nm)}{1.435\times 0.01} = 0.0648$$

درنهایت مقدار مؤثر پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی موج‌بر از رابطهٔ (۳-۱۱۰) با درنظرگرفتن $L_D=10\,Km$ و $\sigma_\lambda=25\,nm$ محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{wg} = \frac{1.435\times 10\,(Km)\times 0.01\times 25\,(nm)}{3\times 10^8\,(m/s)\times 1550\,(nm)} \times 0.0648 \oplus 500\ ps$$

۳-۱۱-۲. پاشندگی بین مدی[1]

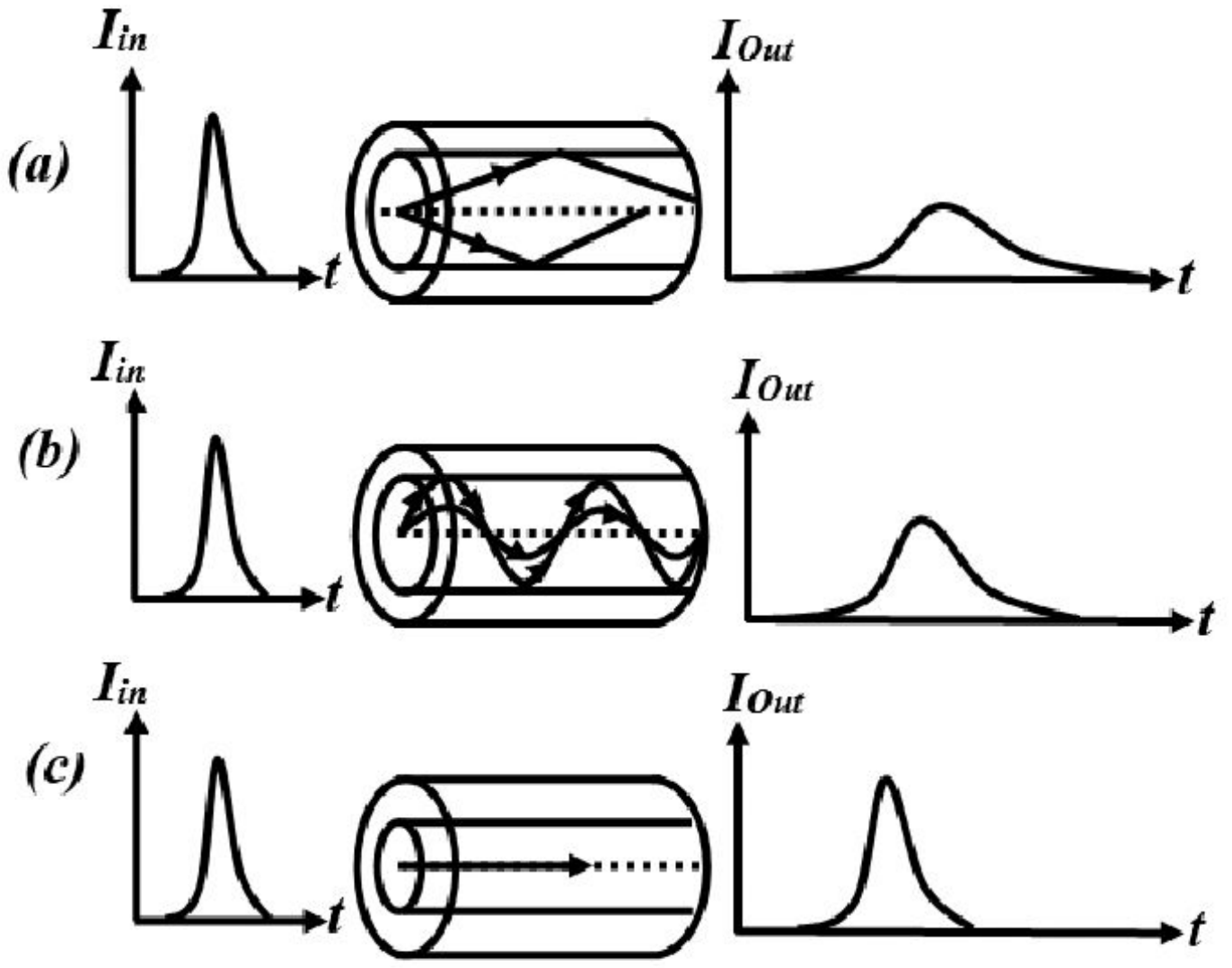
پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی بین مدی، نتیجهٔ تأخیر انتشار بین مدهای مختلف در یک فیبر چندمدی است. مدهای سازندهٔ پالس در یک فیبر چندمدی، با سرعت‌های متفاوت در طول کانال عبور می‌کنند. عرض پالس خروجی به زمان‌های انتقال سریع‌ترین و کندترین مدها بستگی دارد. این مکانیزم در فیبرهای تک‌مدی حذف می‌شود. پاشندگی بین مدی سبب ایجاد تفاوت‌هایی در پاشندگی کل سه نوع فیبر مطابق با شکل ۳-۳۵ می‌شود. پاشش پالس در فیبرهای با شاخص تدریجی، در مقایسه با فیبرهای با شاخص پله‌ای کمتر است.

در فیبرهای با شاخص تدریجی پرتوهای محوری کوتاه‌ترین مسیر را طی می‌کنند، درحالیکه پرتوهایی که محور فیبر را با زاویهٔ بزرگ‌تری قطع می‌کنند، از مسیرهای طولانی‌تر عبور می‌کنند، اما به‌دلیل آنکه از نواحی با ضریب شکست کوچک‌تر عبور می‌کنند، سرعت آن‌ها بیشتر از پرتوهای محوری است؛ بنابراین پرتوهای محوری و غیرمحوری به‌ترتیب با سرعت‌های کند و تند زمان یکسانی را طی می‌کنند و همزمان به خروجی می‌رسند. بدین ترتیب پهن‌شدگی پالس در فیبرهای با شاخص تدریجی کاهش می‌یابد. فیبرهای با ضریب تدریجی دارای پهن‌شدگی پالس در حد چند نانوثانیه هستند. با توجه به اینکه در فیبر تک‌مدی با شاخص شکست پله‌ای، پاشندگی بین مدی حذف می‌شود؛ بنابراین میزان پهن‌شدگی پالس در این نوع فیبر در مقایسه با دو فیبر دیگر کمتر است. اگرچه فیبر تک‌مدی با شاخص شکست پله‌ای دارای عریض‌ترین پهنای باند ممکن است، باوجوداین تنها با منابع تک‌مد قابل کوپل کردن است.

بیشینهٔ مقدار پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی بین مدی برابراست با تفاضل زمان عبور بلندترین پرتو (بالاترین مرتبهٔ مد) T_{max}، و کوتاه‌ترین پرتو (مد اصلی) T_{min}، از فیبر. در فیبرهای با شاخص شکست پله‌ای و اختلاف نسبی ضرایب شکست کوچک، برای این اختلاف زمانی داریم [۱۵]:

$$\tau_{mod} = \frac{n_1 \Delta L_D}{c} \qquad (۱۱۲-۳)$$

[1] Intermodal Dispersion



شکل ۳-۳۵: مقایسهٔ پهن‌شدگی پالس ناشی از پاشندگی بین مدی در سه فیبر چندمدی با شاخص شکست پله‌ای (a)، چندمدی با شاخص شکست تدریجی(b) و تک‌مدی با شاخص شکست پله‌ای (c).

مثال ۳-۱۶: در یک فیبر نوری شیشه‌ای چندمدی به طول *10 Km* و ضریب شکست هستهٔ *1.45* مقدار دریچهٔ عددی *0.2* است. با فرض کوچک بودن Δ اختلاف زمانی عبور بالاترین و پایین‌ترین مرتبهٔ مد در فیبر نوری را به‌دست آورید.

حل:

در صورت کوچک بودن Δ به کمک رابطهٔ (۳-۸) می‌توان رابطهٔ (۳-۱۱۲) را برحسب دریچهٔ عددی بیان کرد:

$$\tau_{mod} = \frac{NA^2 L_D}{2n_1 c}$$

با جاگذاری مقادیر داده شده در رابطهٔ بالا، اختلاف زمانی عبور بلندترین و کوتاه‌ترین پرتو

تعیین می‌شود:

$$\tau_{\text{mod}} = \frac{0.2^2 \times 10\ (Km)}{2 \times 1.45 \times 3 \times 10^8\ (m/s)} = 460\ ns$$

۳-۱۱-۳. پاشندگی پلاریزاسیون مدی[1]

آثار دو شکستی[2] فیبر بر وضعیت پلاریزاسیون یک فیبر تنها، عامل دیگری در اعوجاج پالس نوری است. این عامل مخصوصاً برای فیبرهای طویل سرعت بالا، که به‌منظور عملکرد در طول موج‌های نزدیک به طول موج با پاشندگی صفر طراحی شده‌اند، حائز اهمیت است. دو شکستی ناشی از ناراستایی هندسی هستهٔ فیبر و یا فشار بر فیبر است. انحراف تنها یک درصد از شکل دایره‌ای هسته، تأثیر چشمگیری در سیستم نوری سرعت بالا دارد؛ به‌علاوه، عوامل خارجی نظیر خمش و پیچش نیز دلیل ایجاد دوشکستی هستند. باوجود مکانیزم‌های موجود، دو شکستی متغیر در طول فیبر رخ می‌دهد.

ویژگی اصلی یک سیگنال نوری پلاریزاسیون آن است. پلاریزاسیون به سمت‌گیری میدان الکتریکی سیگنال نوری باز می‌گردد، که ممکن است در امتداد فیبر تغییر کند. همان‌گونه‌که در شکل ۳-۳۶ نشان داده شده است، سیگنال در یک طول موج مشخص شامل دو مد با پلاریزاسیون‌های متعامد است. تغییرات دوشکستی در امتداد فیبر سبب می‌شود که هر پلاریزاسیون مد با سرعت‌های اندکی متفاوت در امتداد فیبر حرکت کند. تفاضل در زمان انتشار $\Delta\tau_{pol}$ میان پلاریزاسیون‌های متعامد مدها، سبب پهن‌شدگی پالس می‌شود. این مکانیزم، پاشندگی پلاریزاسیون مدی خوانده می‌شود. با درنظرگرفتن دو شکستی ثابت، اگر سرعت‌های گروه مدهای با پلاریزاسیون متعامد V_{gx} و V_{gy} باشند، اختلاف تأخیر زمانی میان مؤلفه‌های پلاریزاسیون با انتشار پالس به طول L_D برابراست با [۱۵]:

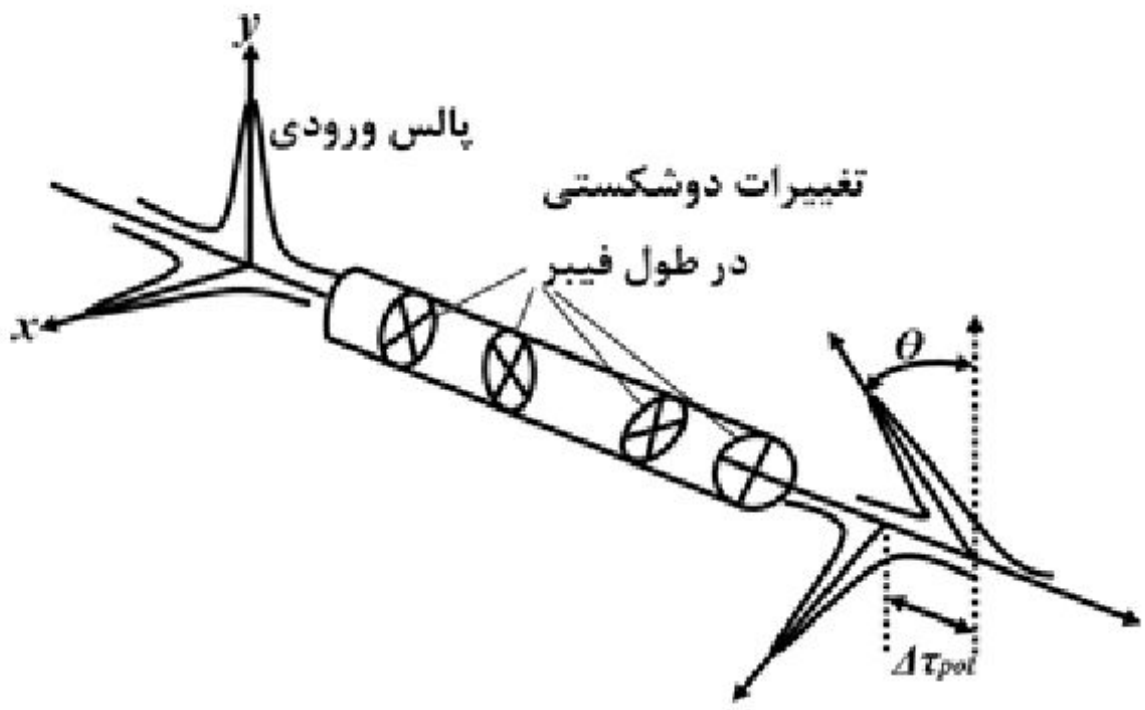
$$\varnothing\tau_{pol} = \left| \frac{L_D}{V_{gx}} - \frac{L_D}{V_{gy}} \right| \qquad (۱۱۳-۳)$$

---

[1] Polarization-Mode Dispersion

[2] Birefrengence

برخلاف پاشندگی رنگی، که پدیده‌ای نسبتاً پایدار در امتداد فیبر است، پاشندگی پلاریزاسیون مدی در امتداد فیبر به‌صورت تصادفی تغییر می‌کند. عامل اصلی اختلالات ناشی از آثار دوشکستی متغیر با دماست.

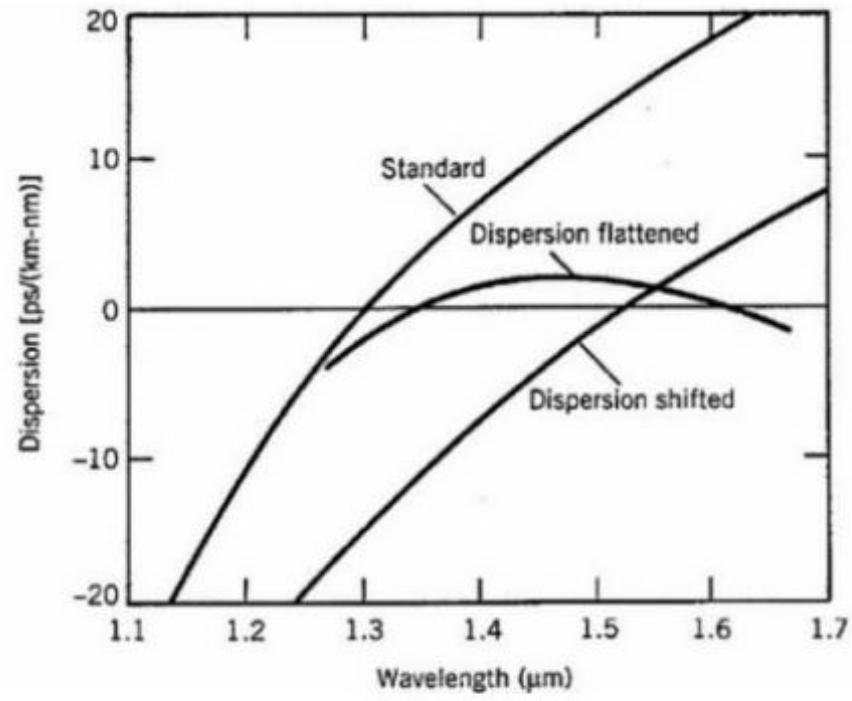


شکل ۳-۳۶: تأثیر پاشندگی پلاریزاسیون مدی بر پالس ورودی با دوشکستی متغیر در طول فیبر. اقتباس شده از [۱۴].

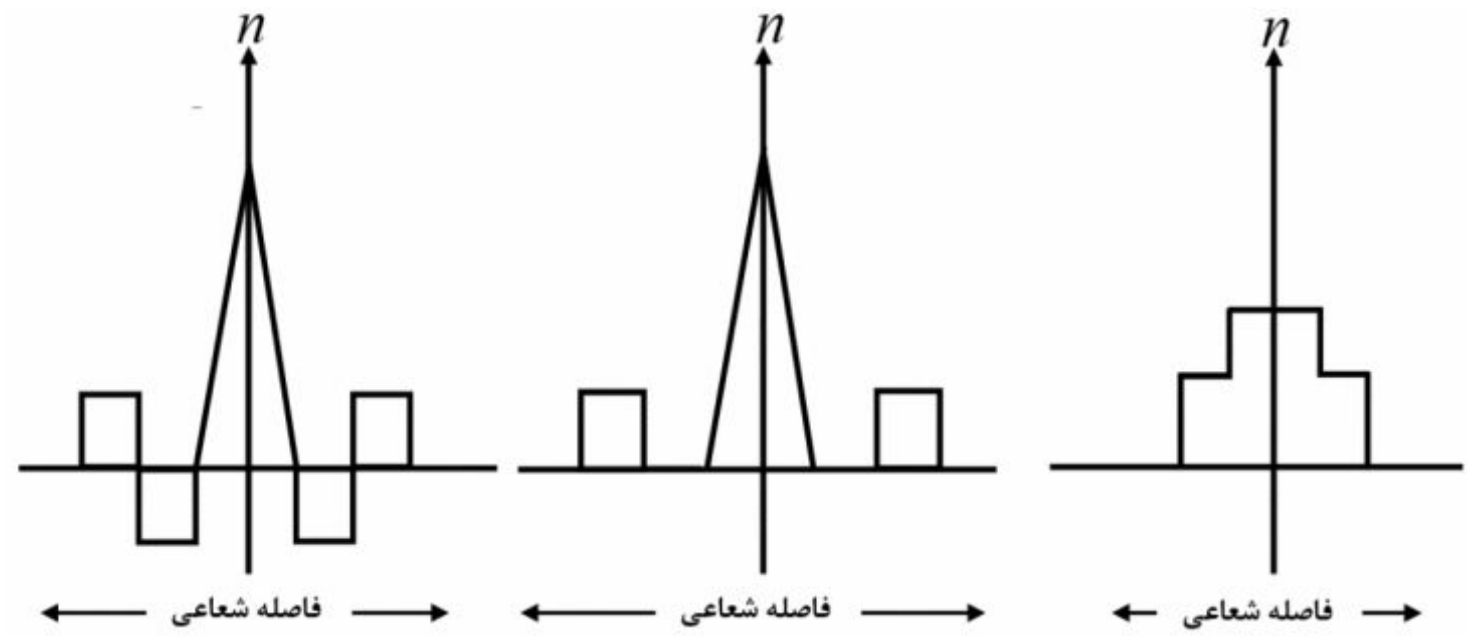
۳-۱۱-۴. پاشندگی در فیبر نوری تک‌مد

پاشندگی نقش مهمی در طراحی فیبر نوری تک‌مد دارد. همان‌گونه‌که در شکل ۳-۳۷ نشان داده شده است، فیبر تک‌مد سیلیکا در طول موج *1300 nm* دارای کمترین میزان پاشندگی است. همچنین دارای کمترین مقدار تضعیف مربوط به طول موج *1550 nm* است، درحالیکه پاشندگی در طول موج *1550 nm* صفر نیست. به‌منظور دست‌یابی به بیشینهٔ فاصلهٔ انتقال، باید در طول موج با تضعیف کمینه، پاشندگی نیز کمینه باشد؛ لذا می‌باید مؤلفه‌های اصلی فیبر نوری به‌گونه‌ای تنظیم شوند، که کمینهٔ پاشندگی صفر به طول موج‌های بلندتر انتقال یابد. ایجاد تغییر قابل توجه در پاشندگی ماده دشوار است، اما با تغییر تابع ضریب شکست هستهٔ فیبر با شاخص شکست پله‌ای، پاشندگی موج‌بر کنترل‌شدنی خواهد بود. باید تابع ضریب شکست فیبر نوری به گونه‌ای اصلاح شود که پاشندگی موج‌بر و پاشندگی ماده در یک طول موج مشخص با هم خنثی شوند. این نوع از فیبرها، فیبرهای با پاشندگی

انتقال‌یافته[1] خوانده می‌شوند. در این فیبر، پاشندگی صفر از طول موج *1300 nm* به طول موج *1550 nm* انتقال یافته است. چند نمونه از توابع ضریب شکست فیبر با پاشندگی انتقال‌یافته برای فیبرهای با شاخص شکست پله‌ای و تدریجی در شکل ۳-۳۸ نشان داده شده‌اند.



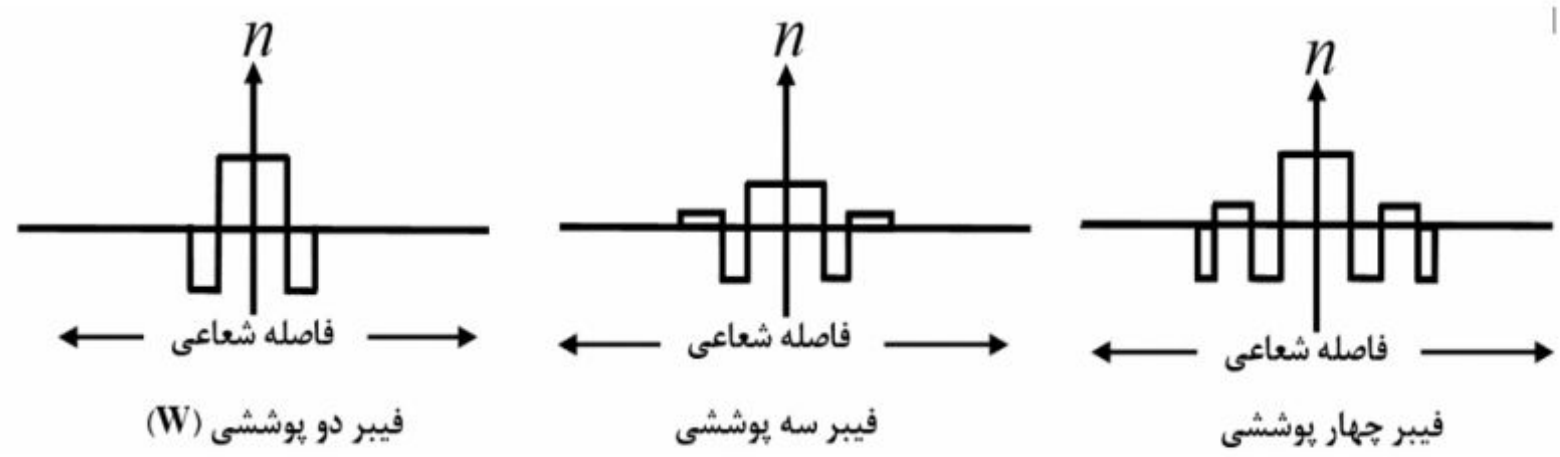
شکل ۳-۳۷: پاشندگی برحسب طول موج برای فیبر استاندارد تک‌مد، فیبر با پاشندگی تخت و فیبر با پاشندگی انتقال‌یافته [۱۷].



شکل ۳-۳۸: چند نمونه از توابع ضریب شکست فیبر با پاشندگی انتقال‌یافته

[1] Dispersion-Shifted Fibers

نوع دیگری از فیبرهای نوری با فیبرهای پاشندگی تخت[1] هستند که در آن از خنثی‌سازی پاشندگی ماده و موج‌بر در دو طول موج مطابق شکل ۳-۳۷ استفاده شده است. چند نمونه از توابع ضریب شکست فیبر با پاشندگی تخت، در شکل ۳-۳۹ نشان داده شده‌اند. از فیبر با پاشندگی تخت در یک بازهٔ گستردهٔ طول موجی *1300* تا *1600 nm* می‌توان استفاده کرد.



شکل ۳-۳۹: چند نمونه از توابع ضریب شکست فیبر با پاشندگی تخت

فیبرهای با پاشندگی غیرصفر[2] یا فیبرهای با پاشندگی جبران‌ساز[3] در مالتی پلکسرهای تقسیم طول موجی کاربرد دارند.

۳-۱۲. انتشار موج در کوپلرها

در این بخش، چگونگی کوپلینگ نور انتشاری در دو موج‌بر موازی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، هرچند نظریهٔ کوپلینگ محدود به موج‌برهای موازی نیست. با اصطلاح کوپلینگ در درس نظری مدار آشنا هستیم، جایی‌که در اثر کوپلینگ مدارهای تشدید (مدارهای مبتنی بر سلف و خازن) مقداری انرژی میان دو مدار مبادله می‌شود و فرکانس تشدید مدار به سبب وجود خودالقایی معادل تغییر می‌یابد. در مورد موج‌برهای نوری نیز انتقال انرژی میان دو موج‌بر، سبب تغییر مشخصه‌های موج‌برها (ثابت انتشار) می‌شود [۱۸]. ابتدا یک کوپلینگ همسو را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

---

[1] Dispersion-Flattened Fibers

[2] Nonzero Dispersion Shifted Fibers

[3] Dispersion Compensating Fibers

۳-۱۲-۱.کوپلینگ همسو[1]

در شکل ۳-۴۰ دو موجبر موازی، که نور را درجهت $+z$ هدایت می‌کنند، نشان داده شده‌اند. موجبرها می‌توانند دو موجبر مستطیلی باشند. با فرض اینکه محیط‌های موجبر بدون اتلاف هستند، مقادیر ثابت‌های انتشار و عدد موج با هم برابرند، میدان الکتریکی در موجبرها را می‌توان به‌صورت (۳-۱۱۴) نوشت:

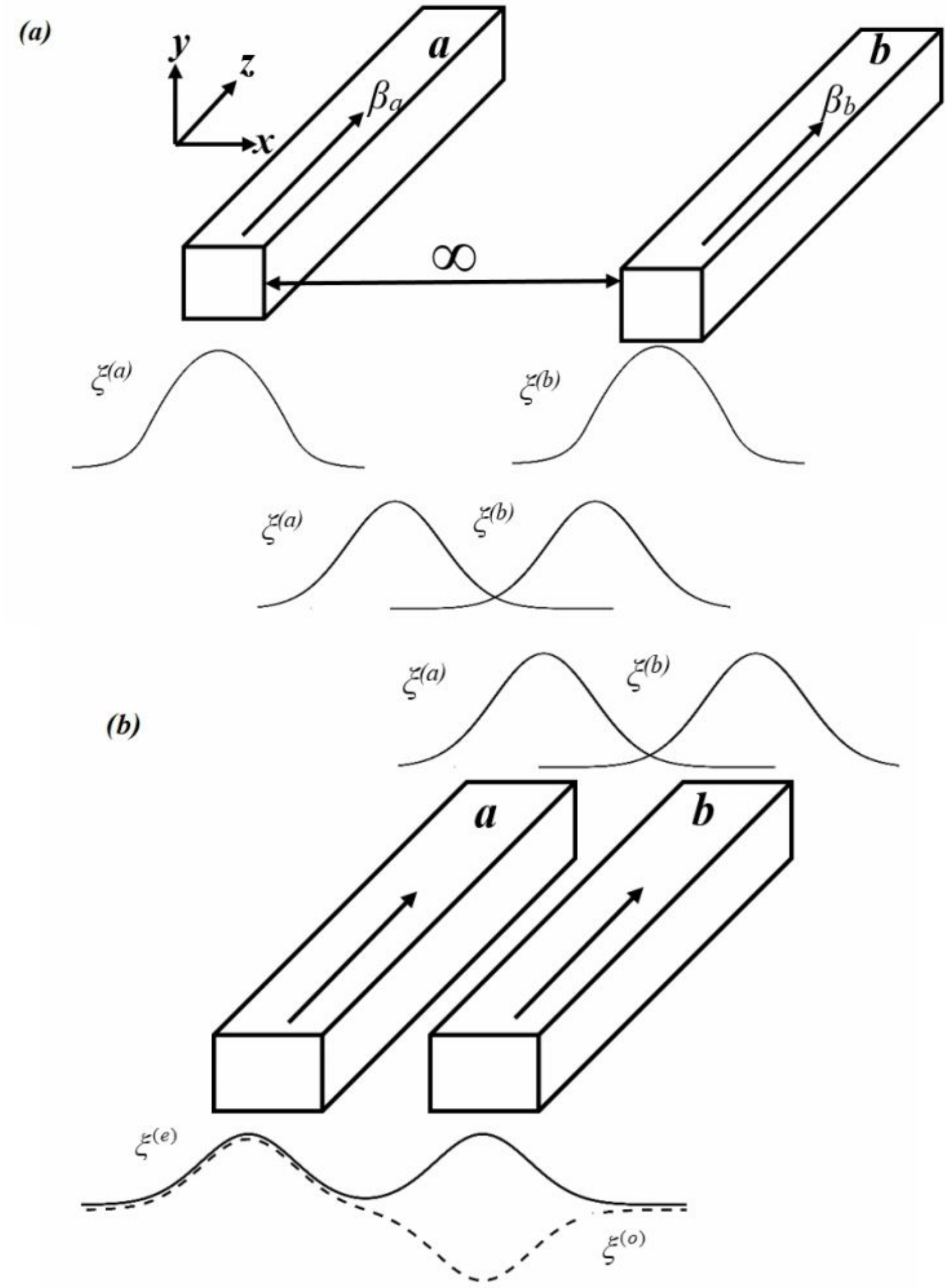
$$\xi_1(x,y,z,t) = \xi^{(a)}(x,y)A_{wg_0}e^{j\omega t}e^{-i\beta_a z}$$
$$\xi_2(x,y,z,t) = \xi^{(b)}(x,y)B_{wg_0}e^{j\omega t}e^{-i\beta_b z} \qquad (۱۱۴-۳)$$

همچنانکه در شکل واضح است، درحالت نخست مدهای معمولی به‌دلیل فاصلهٔ بی‌نهایت موجبرها برهم اندرکنشی ندارند. هر مد با ثابت انتشار خود در موجبر هدایت می‌شود و دامنه‌های مدها ثابت هستند. با نزدیک شدن دو موجبر، با توجه به اینکه میدان الکتریکی در خارج از موجبر نخست صفر نشده است، بلکه به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد تا به موجبر دوم برسد و بالعکس، لذا مدها به‌صورت همزمان تحریک می‌شوند، باهم اندرکنش انجام می‌دهند و انرژی میان دو موجبر مبادله می‌شود. با اندرکنش دو موجبر، حتی درصورت برابری ثابت‌های انتشار دو موج، امواج با ثابت‌های انتشار جدید در موجبر انتشار می‌یابند. درواقع ثابت‌های انتشار از هم فاصله می‌گیرند.

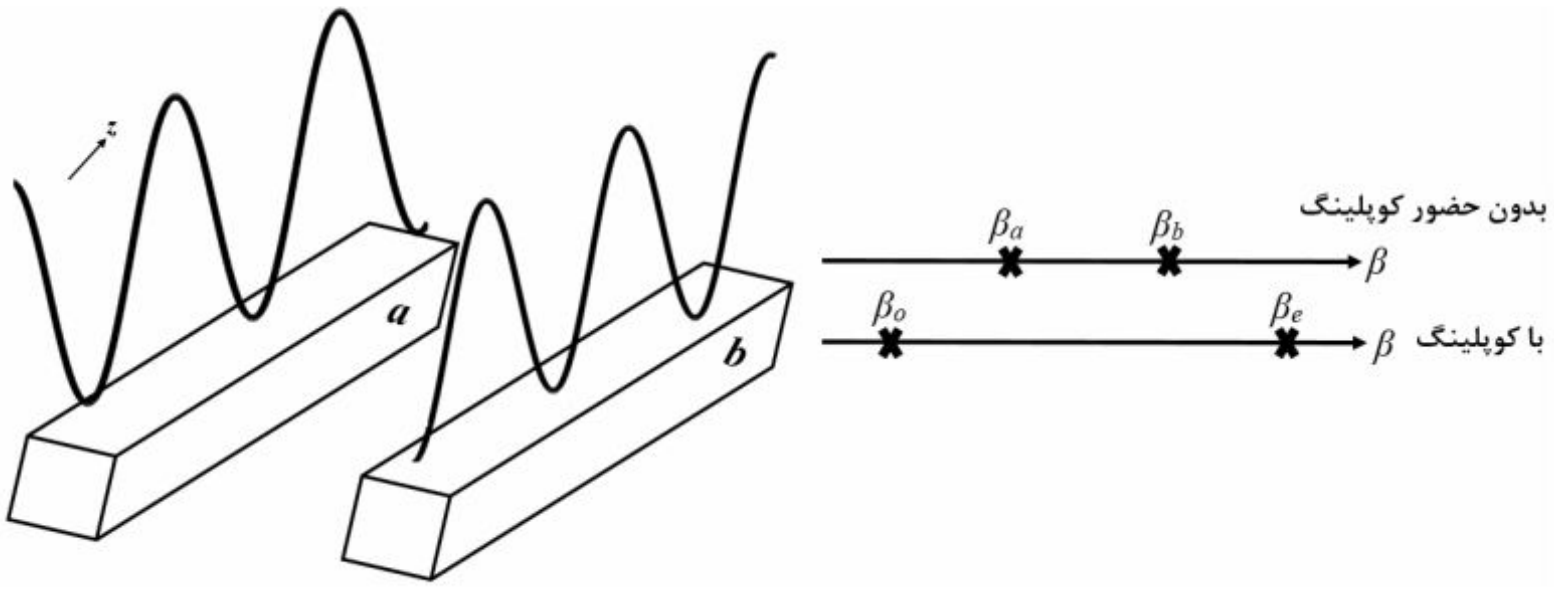
مطابق شکل ۳-۴۱ با فرض $(\beta_a < \beta_b)$، β_b به β_e و β_a به β_o تغییر می‌یابد؛ به‌عبارت‌دیگر با وجود کوپلینگ بین مدها، شکل دو مد نسبت به حالتی که، مدها با هم اندرکنش ندارند متفاوت شده است. دامنهٔ میدان‌های الکتریکی مدهای داخل موجبر با z تغییر می‌کنند (شکل۳-۴۱).

---

[1] Codirectional Coupling



شکل ۳-۴۰: مدهای انتشاری در دو موج‌بر بدون حضور کوپلینگ (*a*) و با درنظرگرفتن کوپلینگ (*b*).



شکل ۳-۴۱: دامنهٔ امواج کوپل‌شده به‌صورت تابعی از z (سمت چپ)، ثابت‌های انتشار امواج انتشاری بدون کوپلینگ و کوپل‌شده (سمت راست).

دامنهٔ میدان الکتریکی در دو موج‌بر از طریق روابط داده شده، که به معادلات مدیریت‌کنندهٔ کوپلینگ مشهور هستند، با هم در ارتباط هستند [۱۸]:

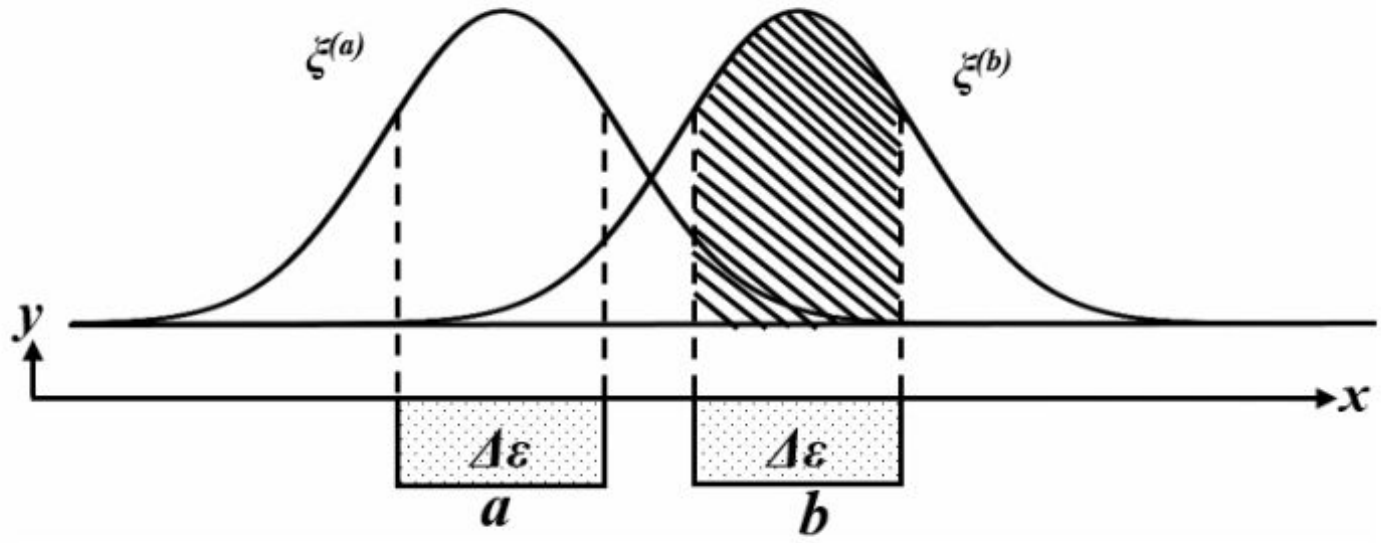
$$\pm \frac{dA_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa_{ab} B_{wg}(z) e^{-i(\beta_b-\beta_a)z} (\beta_{a<}^{>} 0)$$
$$\pm \frac{dB_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa_{ba} A_{wg}(z) e^{+i(\beta_b-\beta_a)z} (\beta_{b<}^{>} 0) \qquad (۱۱۵-۳)$$

در معادلات داده‌شده κ_{ab} و κ_{ba} ضرایب کوپلینگ بین دو مد هستند. عبارت $e^{\pm i(\beta_b-\beta_a)z}$ در سمت راست معادلات بالا، بیانگر عدم انطباق فاز مدهاست. درشرایطی‌که ضرایب کوپلینگ صفر شوند، میدان‌های الکتریکی دو موج‌بر همان معادلات (۳-۱۱۴) هستند و معادلات (۳-۱۱۵) به‌صورت $A_{wg}(z)=A_{wg0}$ و $B_{wg}(z)=B_{wg0}$ ساده می‌شوند. ضریب کوپلینگ معیاری برای هم‌پوشانی مکانی مدهای معمولی بر افزایش ثابت دی‌الکتریک در موج‌بر b است (شکل ۳-۴۲) و از رابطهٔ داده‌شده محاسبه می‌شود [۱۸]:

$$\kappa_{ab} = C_n \int_b \bar{\xi}^{(b)}(x,y) \varnothing \varepsilon (\bar{\xi}^{(a)}(x,y))^* dxdy \qquad (۱۱۶-۳)$$

در رابطهٔ داده‌شده، انتگرال‌گیری بر سطح مقطع موج‌بر b انجام شده است و ضریب C_n به نرمالیزاسیون توابع موج در موج‌برها مربوط می‌شود. همچنین بنابر رابطهٔ (۳-۱۱۶) داریم:

$$\kappa_{ab} = \kappa_{ba}^{*} \qquad (۳-۱۱۷)$$



شکل ۳-۴۲: توصیف انتگرال‌گیری در رابطهٔ ضریب کوپلینگ.

۳-۱۲-۲. طول کوپلینگ و توان انتقالی

رفتار امواج کوپل‌شده با تعیین ثابت‌های انتشار امواج از معادلات مدیریت‌کنندهٔ کوپلینگ توصیف می‌شود. در این بخش دو حالت از انتشار امواج را داخل موج‌برها درنظرمی‌گیریم (انتشار همسو[1] و انتشار معکوس[2]).

برای انتشار همسو مطابق شکل ۳-۴۳ ($\beta_a>0$, $\beta_b>0$) و معادلات کوپلینگ به‌صورت داده‌شده ساده می‌شوند:

$$\frac{dA_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa B_{wg}(z)e^{-i(\beta_b-\beta_a)z}$$
$$\frac{dB_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa A_{wg}(z)e^{i(\beta_b-\beta_a)z} \qquad (۳-۱۱۸)$$

---

[1] Unidirectional Propagation

[2] Contradirectional Propagation

برای سادگی ضرایب کوپلینگ حقیقی و مثبت در نظر گرفته شده‌اند $\kappa_{ab}=\kappa_{ba}^{*}=\kappa$ و یک متغیر جدید را معرفی می‌کنیم $2\Delta_C=\beta_b-\beta_a$.

با مشتق‌گیری از طرفین معادلهٔ نخست در رابطهٔ (۳-۱۱۸) و استفاده از معادلهٔ دوم برای دامنهٔ موج در موجبر a داریم:

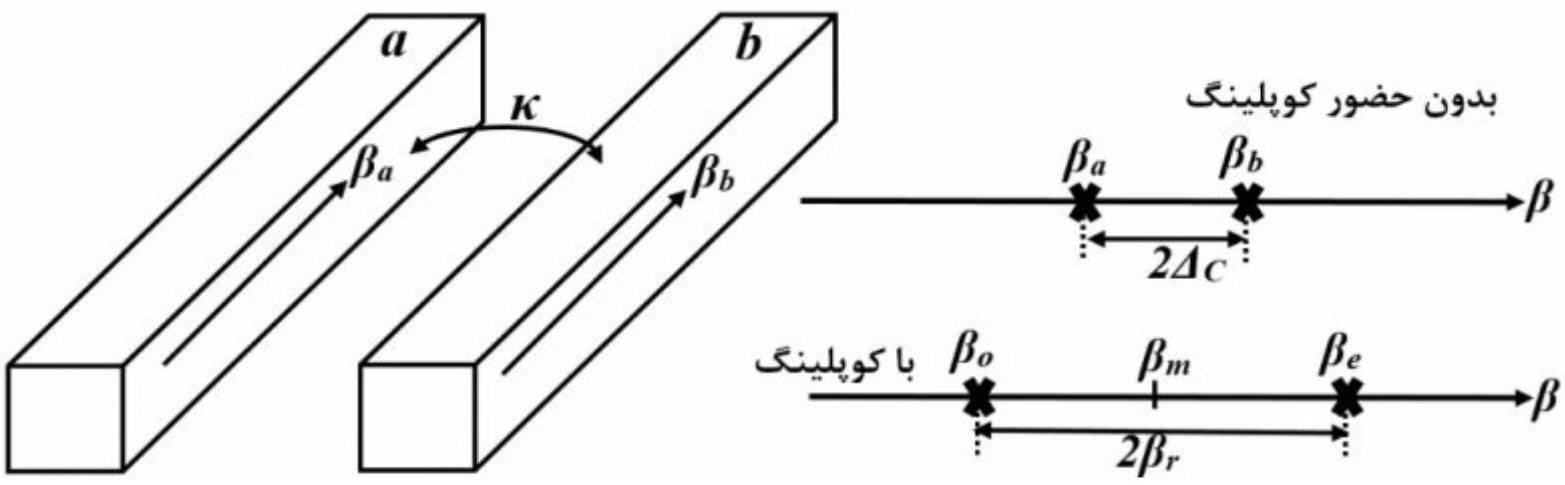
$$\frac{d^2A_{wg}(z)}{dz^2}+2i\Delta_C\frac{dA_{wg}(z)}{dz}+\kappa^2A_{wg}(z)=0 \qquad (۳-۱۱۹)$$

از حل معادلهٔ (۳-۱۱۹) و استفاده از معادلهٔ دوم رابطهٔ (۳-۱۱۸) برای دامنهٔ امواج کوپل‌شده می‌توان نوشت:

(۳-۱۲۰)

$$A_{wg}(z)=\left[A_{ewg}e^{-i\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}z}+A_{owg}e^{i\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}z}\right]e^{-i\Delta_C z}$$

$$B_{wg}(z)=\left[\frac{\kappa A_{ewg}}{\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}-\Delta_C}e^{-i\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}z}+\frac{-\kappa A_{owg}}{\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}+\Delta_C}e^{i\sqrt{\kappa^2+\Delta_C^2}z}\right]e^{i\Delta_C^2 z}$$



شکل ۳-۴۳: ثابت‌های انتشار در کوپلینگ همسو.

با جاگذاری رابطهٔ (۳-۱۲۰) در رابطهٔ (۳-۱۱۴) برای میدان‌های الکتریکی داخل موجبرها داریم:

$$\xi_1(x,y,z,t) = \left[A_{ewg}e^{-i\beta_e z} + A_{owg}e^{-i\beta_o z}\right]\xi^{(a)}(x,y)e^{i\omega t}$$
$$\xi_2(x,y,z,t) = \left[B_{ewg}e^{-i\beta_e z} + B_{owg}e^{-i\beta_o z}\right]\xi^{(b)}(x,y)e^{i\omega t} \qquad (۱۲۱-۳)$$

در معادلات بالا از مجموعهٔ روابط (۳-۱۲۲) استفاده شده است:

$$\beta_e = \beta_m + \beta_r \quad ,\beta_0 = \beta_m - \beta_r$$
$$;\beta_m \equiv (\beta_a + \beta_b)/2, \beta_r \equiv \sqrt{\kappa^2 + \Delta_C^2} \qquad (۱۲۲-۳)$$

ضرایب معلوم در مجموعه معادلات (۳-۱۲۱) از شرایط مرزی به‌دست می‌آیند. مجموعه معادلات (۳-۱۲۱) نشان می‌دهند که امواج نوری انتشاریافته در موج‌برها ترکیبی خطی از دو موج با ثابت‌های انتشار β_e و β_o ثابت‌های انتشار امواج کوپل‌شده هستند.
ابتدا فرض می‌کنیم موج نوری تنها در موج‌بر a تحریک شود. در این شرایط $A_{wg}(z=0)=1$ و $B_{wg}(z=0)=0$، از مجموعه معادلات (۳-۱۲۰) داریم [۱۸]:

$$A_{wg}(z) = \left[\cos\beta_r z + i\frac{\Delta_C}{\beta_r}\sin\beta_r z\right]e^{-i\Delta_C z}$$
$$B_{wg}(z) = e^{i\Delta_C z}\frac{-i\kappa}{\beta_r}\sin\beta_r z \qquad (۱۲۳-۳)$$

با توجه به معادلات بالا، امواج هدایت‌شده در موج‌برها با هم 90° اختلاف فاز دارند. برای دامنه‌های نرمالیزه‌شده امواج کوپل‌شده می‌توان نوشت:

$$\frac{|A_{wg}(z)|^2}{|A_{wg}(0)|^2} = 1 - F_{Coup}\sin^2\beta_r z \qquad (۱-۱۲۴-۳)$$

$$\frac{|B_{wg}(z)|^2}{|A_{wg}(0)|^2} = F_{Coup}\sin^2\beta_r z$$

که در آن

$$F_{Coup} \equiv \left(\frac{\kappa}{\beta_r}\right)^2 = \frac{1}{1+(\varnothing_C / \kappa)^2} \qquad (۳-۱۲۴-۲)$$

این پارامتر بیانگر بیشینهٔ توان نوری انتقال یافته از موجبر a به موجبر b است. در ازای دو مقدار از F_{Coup} ($F_{Coup}=0.45\&1$) دامنه‌های نرمالیزه در شکل ۳-۴۴ ترسیم شده‌اند. درحالتی‌که ثابت‌های انتشار دو موج با هم یکسان باشند ($\varnothing_C=0$)، 100% توان بین دو موجبر مبادله می‌شود (بازده کوپلینگ 100% است). به‌عنوان مثال اگر توان موجبر اول از صفر به یک برسد، توان موجبر دوم نیز از یک به صفر می‌رسد. بازده کوپلینگ در طول L_{Coup} تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\eta_{coup} = \frac{\left|B_{wg}(L_{Coup})\right|^2}{\left|A_{wg}(0)\right|^2} = F_{Coup}^2 \sin^2 \beta_r L_{Coup} \qquad (۳-۱۲۵)$$

طول کوپلینگ[1]، L_C، به‌صورت طولی از انتشار، که در آن بیشینهٔ انتقال توان صورت می‌گیرد یا بازده 100% است، تعریف می‌شود و با توجه به معادلهٔ (۳-۱۲۵) بیان می‌شود:

$$\sin^2 \beta_r L_C = 1 \Rightarrow L_C = \frac{\neq}{2\beta_r} \qquad (۳-۱۲۶)$$

اگر مدها سنکرون باشند ($\beta_a=\beta_b$)، شرایط تطبیق فاز[2]، در این صورت $F_{Coup}=1$ و برای طول کوپلینگ داریم:

$$L_C = \neq / 2\kappa \qquad (۳-۱۲۷)$$

برای بازده کوپلینگ در این شرایط داریم [۱۶]:

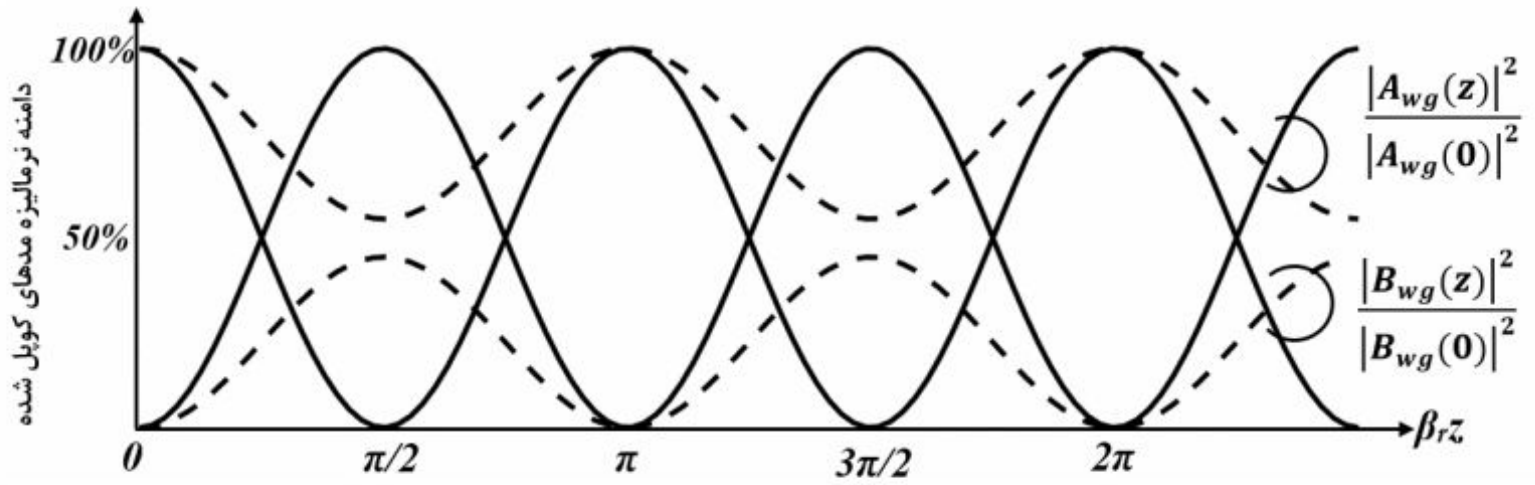
---

[1] Coupling Length

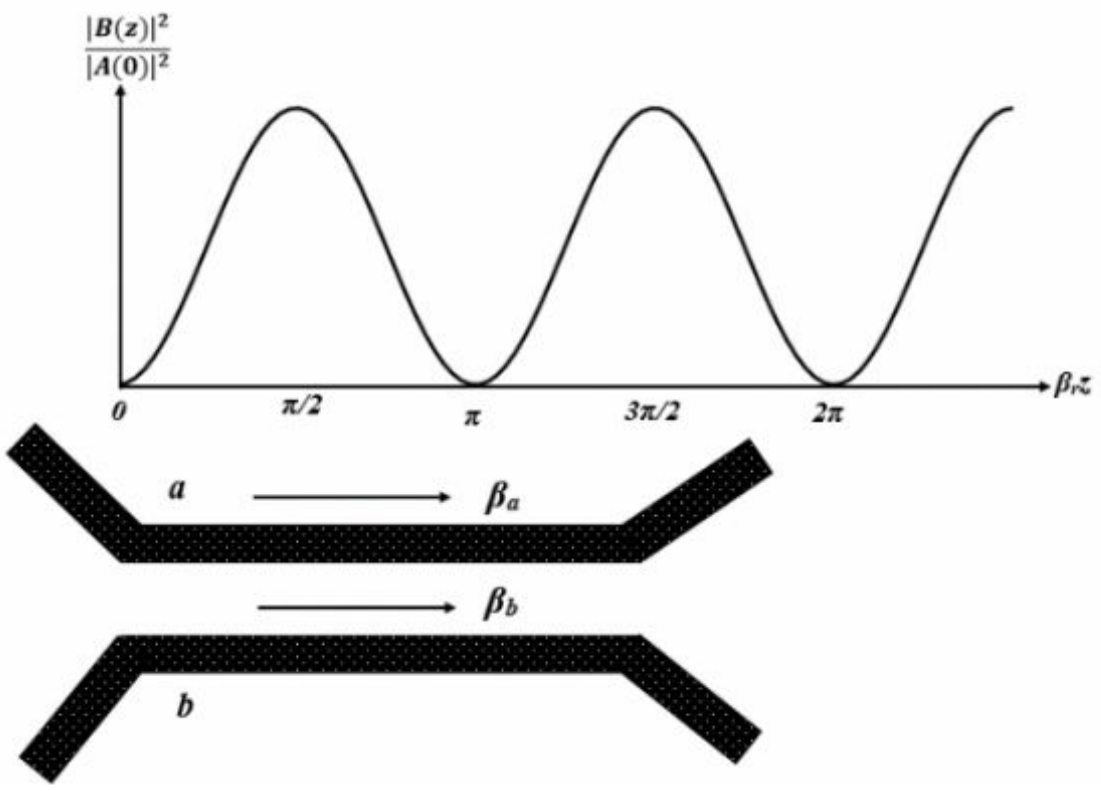
[2] Phase-Matched Condition

$$\eta_{coup} = \sin^2 \kappa L_C \qquad (۱۲۸-۳)$$

با استفاده از این ایده، می‌توان طول را به گونه‌ای تنظیم کرد که نیمی از توان در موج‌بر اول و نیمی در موج‌بر دوم باشد؛ به بیان دیگر درصد توان در موج‌برها مدیریت‌پذیر است. همچنین همان‌گونه‌که در شکل ۳-۴۵ نشان داده شده است، در فاصلهٔ Lc تمام توان بین دو موج‌بر مبادله می‌شود، اما پس از طول کوپلینگ با افزایش فاصله میان موج‌برها امکان بازگشت نور به موج‌بر a وجود ندارد و تمام موج در موج‌بر b خواهد بود.



شکل ۳-۴۴: توان انتقال یافته بین دو موج‌بر در ازای $F_{Coup}=1$ (خطوط ممتد) و $F_{Coup}=0.45$ (خطوط چین).



شکل ۳-۴۵: پس از طول کوپلینگ با افزایش فاصله میان موج‌برها امکان بازگشت نور به موج‌بر a وجود ندارد و تمام موج در موج‌بر b خواهد بود.

از معادلات (۳-۱۲۶) و (۳-۱۲۷) می‌توان این گونه استباط کرد:

۱. اگر مدها سنکرون باشند، طول کوپلینگ تنها متأثر از ضریب کوپلینگ است و *100%* توان صرف‌نظر از مقدار κ بین دو موجبر مبادله می‌شود.

۲. اگر مدها سنکرون نباشند، تبادل تمام توان بین دو موجبر امکان‌پذیر نیست و مقدار توان مبادله شده به ضریب کوپلینگ و درجهٔ سنکرون بودن موج‌ها بستگی دارد.

مثال ۳-۱۷: یک کوپلر همسو برای بازده *100%* با طول کوپلینگ برابر با *1 mm* طراحی شده است. با فرض برقراری شرط انطباق فاز و ثابت بودن ضریب کوپلینگ: الف) ضریب کوپلینگ را محاسبه کنید. ب) اگر بازده کوپلینگ به اندازهٔ *5%* دچار تغییرات شود، طول کوپلینگ چه مقدار تغییرات خواهد داشت؟ ج) اگر طول کوپلینگ به مقدار *5%* تغییرات داشته باشد، میزان تغییرات بازده را محاسبه کنید.

حل:

الف) از رابطهٔ (۳-۱۲۷) ضریب کوپلینگ با درنظرگرفتن $L_C=1\ mm$ محاسبه می‌شود:

$$1\ mm = \frac{\pi}{2\kappa} \Rightarrow \kappa = 1.5708\ (mm)^{-1}$$

ب) برای تغییرات در بازده کوپلینگ به میزان *5%* از رابطهٔ (۳-۱۲۸) $\eta_{Coup}=95\%$ داریم:

$$L_C' = \frac{\sin^{-1}\sqrt{0.95}}{1.5708\ (mm)^{-1}} = 0.8563\ mm$$

بنابراین با تغییر *5%* در مقدار بازده کوپلینگ، طول کوپلینگ به اندازهٔ *54.51 %* دچار تغییر می‌شود.

ج) برای تغییرات بازده ناشی از تغییر طول کوپلینگ و کاهش آن به *0.95 mm*، از رابطهٔ (۳-۱۲۸) می‌توان نوشت:

$$\eta_{coup} = \sin^2(1.5708\ (mm)^{-1} \times 0.95\ (mm)) = 99.38\ \%$$

بنابراین با تغییر 5% در اندازه طول کوپلینگ، بازده کوپلینگ به اندازهٔ 0.62% کاهش می‌یابد.

۳-۱۲-۳. کوپلینگ معکوس

درشرایطی‌که دو موج درخلاف جهت هم انتشار می‌یابند، ($\beta_a > 0, \beta_b = -|\beta_b| < 0$) طبق شکل ۳-۴۶، کوپلینگ حتی با کاهش فاصلهٔ موج‌برها نیز رخ نمی‌دهد. دلیل این امر هم اختلاف زیاد ثابت‌های انتشار و به تبع آن بزرگ بودن $2\Delta_C$ و درنهایت با توجه به معادلات کوپلینگ $\frac{dA_{wg}(z)}{dz} = \frac{dB_{wg}(z)}{dz} = 0$ و $A_{wg}(z) = A_{wg_0}, B_{wg}(z) = B_{wg_0}$ است. درشرایطی‌که در فاصلهٔ میان دو موج‌بر گریتینگ قرارگیرد؛ یعنی در رابطهٔ (۳-۱۱۶) $\Delta\varepsilon$ نسبت به مکان پریودیک باشد، ضریب کوپلینگ نسبت به مکان پریودیک خواهد بود $\kappa_{ab} = \kappa e^{iK_{Gr}z}$. استفاده از گریتینگ سبب می‌شود، موج برخوردی به گریتینگ در مرزها انعکاس یابد و ثابت‌های انتشار هم‌جهت شوند و کوپلینگ صورت پذیرد. برای معادلات کوپلینگ در این شرایط داریم [۱۸]:

$$\frac{dA_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa B_{wg}(z) e^{-i(-|\beta_b| - \beta_a + K_{Gr})z} \qquad (۱۲۹-۳)$$

$$-\frac{dB_{wg}(z)}{dz} = -i\kappa A_{wg}(z) e^{i(-|\beta_b| - \beta_a + K_{Gr})z}$$

یک پارامتر جدید تعریف می‌کنیم $2\Delta_C = -|\beta_b| - \beta_a + K_{Gr}$. با مشتق‌گیری از طرفین معادلهٔ اول و استفاده از معادلهٔ دوم در مجموعه معادلات (۳-۱۲۹)، می‌توان نوشت:

$$\frac{d^2 A_{wg}(z)}{dz^2} + 2i\Delta_C \frac{dA(z)}{dz} - \kappa^2 A(z) = 0 \qquad (۱۳۰-۳)$$

از حل معادلهٔ (۳-۱۳۰) داریم:

$$A_{wg}(z) = e^{-i\Delta_C z}\left[A_{wg+} e^{\sqrt{\kappa^2 - \Delta_C^2}\, z} + A_{wg-} e^{-\sqrt{\kappa^2 - \Delta_C^2}\, z} \right] \qquad (۱۳۱-۳)$$

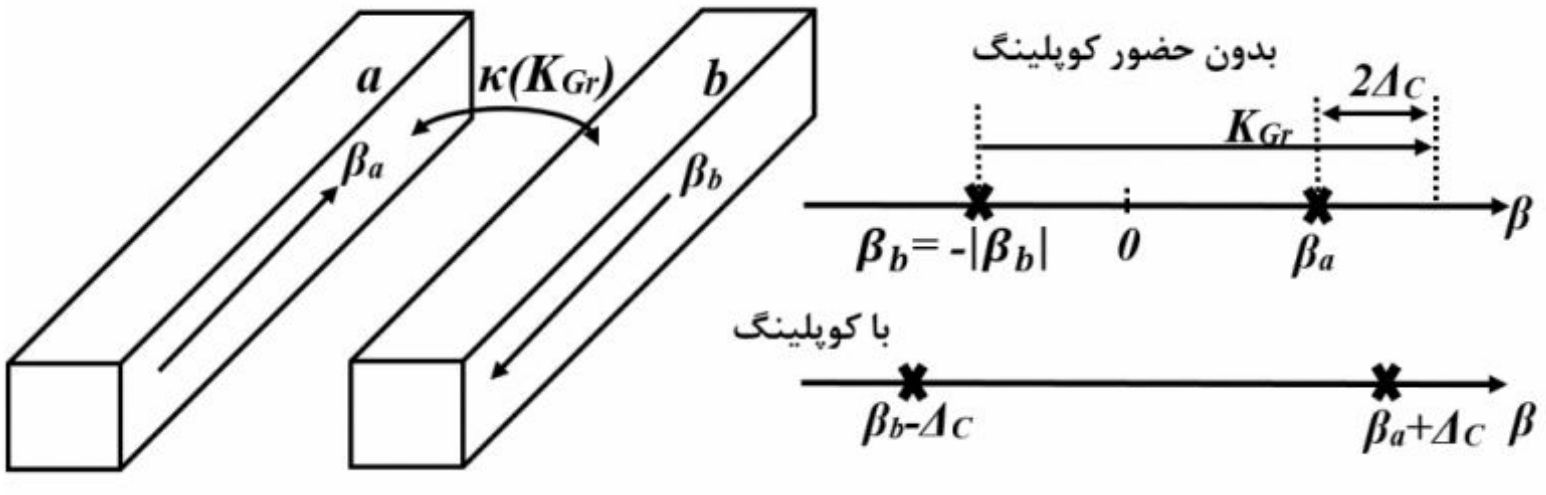
دامنهٔ موج در موج‌بر b از معادلهٔ اول، از رابطهٔ (۳-۱۲۹) به‌دست می‌آید:

$$B_{wg}(z) = e^{+i\varnothing_C z}\left[\frac{\kappa A_{wg+}}{\varnothing_C - i\sqrt{\kappa^2-\varnothing_C^2}}e^{\sqrt{\kappa^2-\varnothing_C^2}\,z} + \frac{\kappa A_{wg-}}{\varnothing_C + i\sqrt{\kappa^2-\varnothing_C^2}}e^{-\sqrt{\kappa^2-\varnothing_C^2}\,z}\right] \qquad (۱۳۲-۳)$$

با وارد کردن روابط (۳-۱۳۱) و (۳-۱۳۲) در رابطهٔ (۳-۱۱۴) می‌توان نوشت:

$$\xi_1(x,y,z,t) = \left[A_{wg+}e^{\upsilon_C z} + A_{wg-}e^{-\upsilon_C z}\right]e^{-i(\beta_a+\varnothing_C)z}\xi^{(a)}(x,y)e^{j\omega t}$$
$$\xi_2(x,y,z,t) = \left[B_{wg+}e^{\upsilon_C z} + B_{wg-}e^{-\upsilon_C z}\right]e^{-i(\beta_b-\varnothing_C)z}\xi^{(b)}(x,y)e^{j\omega t} \qquad (۱۳۳-۳)$$

که در آن $\upsilon_C=\sqrt{\kappa^2-\varnothing_C^2}$ با شرط $|\varnothing_C|<\kappa$ عددی حقیقی است. طبق رابطهٔ (۳-۱۳۳) هر مد انتشاری ترکیبی خطی از یک موج افزایشی در جهت z و میراشونده در جهت z با ثابت‌های انتشار $\beta_a+\varnothing_C$ و $\beta_b-\varnothing_C$ است.



شکل ۳-۴۶:ثابت‌های انتشار برای کوپلینگ معکوس.

شرایط مثال بخش کوپلینگ همسو را در این بخش درنظرمی‌گیریم که تنها مد در موج‌برa به طول L_{Coup} (کوپلینگ در بازهٔ $z=0$ تا L_{Coup} صورت می‌گیرد) تحریک می‌شود. با توجه به اینکه جهت انتشار امواج در موج‌برها متفاوت است؛ درنتیجه شرایط مرزی عبارتند از

$A_{wg}(z=0)=1$ و $B_{wg}(z=L_{Coup})=0$ درنتیجه روابط (۳-۱۳۱) و (۳-۱۳۲) بازنویسی می‌شوند:

$$A_{wg}(z)=e^{-i\Delta_C z}\frac{\upsilon_C\cosh[\upsilon_C(z-L_{Coup})]+i\Delta_C\sinh[\upsilon_C(z-L_{Coup})]}{\upsilon_C\cosh\upsilon_C L_{Coup}-i\Delta_C\sinh\upsilon_C L_{Coup}}$$
$$B_{wg}(z)=e^{i\Delta_C z}\frac{i\kappa\sinh[\upsilon_C(z-L_{Coup})]}{\upsilon_C\cosh\upsilon_C L_{Coup}-i\Delta_C\sinh\upsilon_C L_{Coup}} \qquad (۱۳۴-۳)$$

دامنه‌های نرمالیزه عبارتند از:

$$\frac{|A_{wg}(z)|^2}{|A_{wg}(0)|^2}=\frac{1+F_{Coup}\sinh^2[\upsilon_C(z-L_{Coup})]}{1+F_{Coup}\sinh^2\upsilon_C L_{Coup}}$$
$$\frac{|B_{wg}(z)|^2}{|A_{wg}(0)|^2}=\frac{F_{Coup}\sinh^2[\upsilon_C(z-L_{Coup})]}{1+F_{Coup}\sinh^2\upsilon_C L_{Coup}} \qquad (۱۳۵-۳)$$

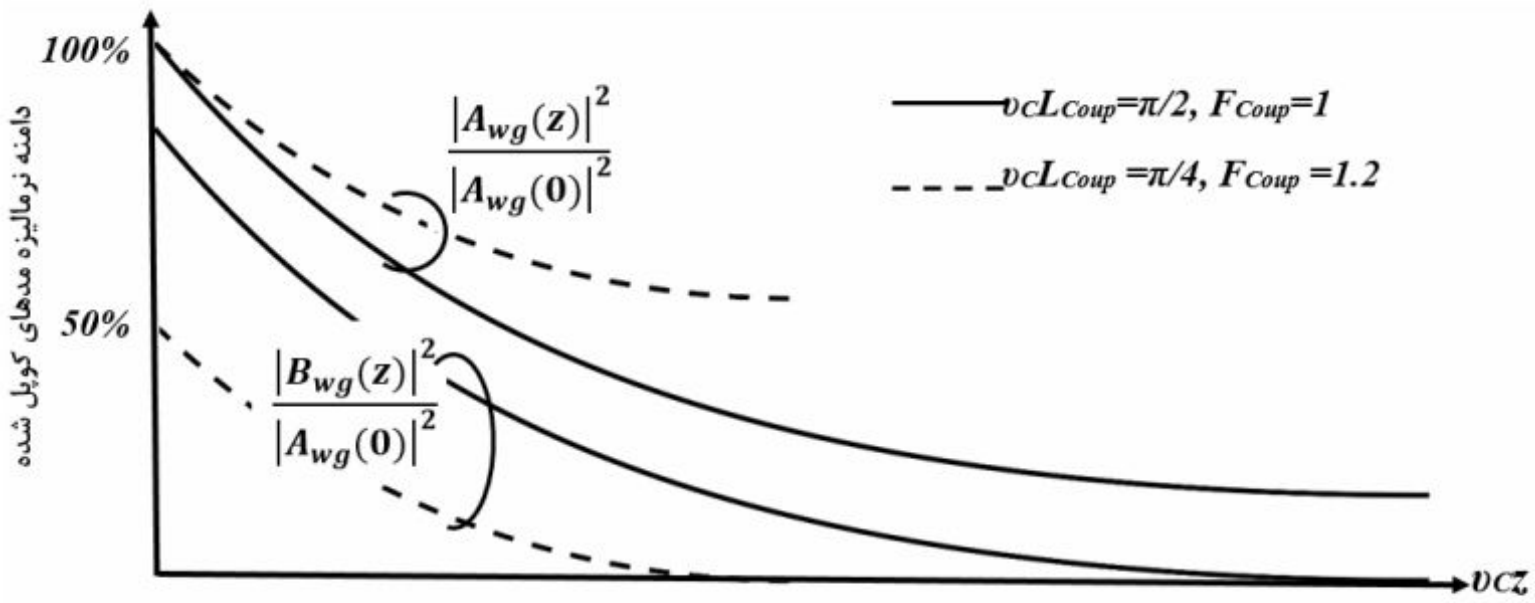
که در آن

$$F_{Coup}=\left(\frac{\kappa}{\upsilon_C}\right)^2=\frac{1}{1-(\Delta_C/\kappa)^2}(\geq 1) \qquad (۱۳۶-۳)$$

درصورت برقراری شرط انطباق فاز دو موج $\Delta_C=0$، طبق رابطهٔ (۳-۱۳۶) $F_{Coup}=1$. ضریب انتقال توان در موج‌برها با توجه به رابطهٔ (۳-۱۳۵) محاسبه می‌شود:

$$\frac{|B_{wg}(0)|^2}{|A_{wg}(0)|^2}=\frac{F_{Coup}\sinh^2\upsilon_C L_{Coup}}{1+F_{Coup}\sinh^2\upsilon_C L_{Coup}} \qquad (۱۳۷-۳)$$

با توجه اینکه مد انتشاری در موجبر b در $z=L_{Coup}$ برابر صفر است و در $z=0$ دارای مقدار است؛ درنتیجه بازده کوپلینگ معکوس به‌صورت رابطهٔ (۳-۱۳۷) تعریف می‌شود. در این نوع کوپلینگ، دست‌یابی به بازده تا 100% با افزایش طول کوپلینگ امکان‌پذیر است. طول مورد نیاز برای دست‌یابی به بازده 99% در ازای $\varnothing_c=0$، $L_{Coup}@0.96\neq\kappa$ است. در شکل توان انتقالی امواج کوپل‌شده در ازای دو مقدار از F_{Coup} ($F_{Coup}=1\&1.2$) برحسب طول انتشار برای $\varnothing_c=0$ ترسیم شده است. طبق شکل ۳-۴۷ دامنهٔ موج در موجبر a کاهش می‌یابد؛ بدین معنا که با انتشار موج در موجبر a، توان به موجبر b منتقل می‌شود. از نمودارها واضح است که در $z=0$ ، توان موجبر b به توان اولیهٔ موجبر a نزدیک می‌شود. اگر طول کوپلینگ بی‌نهایت باشد، توان موجبر a در بی‌نهایت به صفر می‌رسد و توان موجبر b در $z=0$ به اندازه توان اولیه موجبر a خواهد بود. درشرایطی‌که طول کوپلینگ محدود باشد، توان موجبر b در $z=0$ همواره کمتر از توان اولیه موجبر a است.



شکل ۳-۴۷: توان انتقال‌یافته برای کوپلینگ معکوس.

مثال ۳-۱۸: دو موجبر مشابه با ضرایب شکست هسته و پوشش $n_1=3.5$ و $n_2=3.4$ در طول موج $1.55\ \mu m$ و ضخامت $4\ \mu m$ را در نظر بگیرید. با فرض اینکه تنها مد در یک موجبر تحریک می‌شود و امواج انتشاری در موجبرها درخلاف جهت هم انتشار می‌یابند، دراین صورت: الف) مقدار تناوب گریتینگ در شرایط انطباق فاز را برای کوپلینگ معکوس مدهای TE_0 را تعیین کنید. ب) با فرض اینکه طول کوپلینگ مورد نیاز برای دست‌یابی به بازده $99\ \%$ برابر

با $1\ mm$ باشد، ضریب کوپلینگ را محاسبه کنید. ج) تعیین کنید در چه طولی از انتشار، توان در موج‌بر تحریک‌شده به نصف مقدار اولیه می‌رسد.

حل:

الف) در انطباق فاز، $\Delta_C=0$، عدد موج تابع ضریب کوپلینگ $K_{Gr}=|\beta_b|+\beta_a$ و مقدار تناوب گریتینگ $\Lambda_{Gr}=2\pi/K_{Gr}$ است. ثابت انتشار مدهای اصلی، TE_0، در هر موج‌بر از حل معادلهٔ (۳-۳۷) در ازای $m=0$ به‌دست می‌آید:

$$|\beta_b| = \beta_a = 14.122\ \mu m^{-1} \Rightarrow K_{Gr} = 2\beta_a = 28.244\ \mu m^{-1}$$

مقدار مورد نیاز تناوب گریتینگ $\Lambda_{Gr} = \frac{2\pi}{K_{Gr}} = 222.47\ nm$.

ب) در شرایط انطباق فاز $\upsilon_C = \kappa$ و $F_{Coup}=1$، به‌منظور دست‌یابی به بازده 99% از رابطهٔ (۳-۱۳۷) داریم:

$$\eta_{Coup} = \frac{\sinh^2 \kappa L_{Coup}}{1+\sinh^2 \kappa L_{Coup}} = 0.99 \Rightarrow \sinh^2 \kappa L_{Coup} = 99$$

$$\sinh^2(\kappa \times 1\ mm) = 99 \Rightarrow \kappa \approx 3\ mm^{-1}$$

ج) از رابطهٔ (۳-۱۳۵) در طول $z = L'_{Coup}$، $\left|A(z=L'_{Coup})\right|^2 / \left|A(0)\right|^2 = 0.5$ و با توجه به شرایط عدم انطباق فاز $\upsilon_C = \kappa$ و $F_{Coup}=1$، می‌توان نوشت:

$$\frac{\left|A_{wg}(z)\right|^2}{\left|A_{wg}(0)\right|^2} = \frac{1+\sinh^2[3\,(mm^{-1}) \times (z-1\,(mm))]}{1+\sinh^2[3\,(mm^{-1}) \times 1\,(mm)]} = 0.5 \Rightarrow L = 116.357\ \mu m$$

تمرین

۳-۱. ضریب شکست هسته و اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش یک فیبر نوری 1.5 و $\Delta=0.01$ است. با فرض اینکه نور از فضای آزاد به داخل هستهٔ فیبر نوری کوپل

شود، مطلوب است محاسبهٔ: الف) زاویهٔ بحرانی در مرز مشترک هسته و پوشش فیبر نوری، ب) دریچهٔ عددی، ج) زاویهٔ پذیرش.

۳-۲. ضریب شکست هستهٔ یک فیبر نوری برابر *1.5* و مقدار زاویهٔ پذیرش درشرایطی‌که نور از فضای آزاد به هستهٔ موج‌بر کوپل می‌شود، برابر با *13°* است. دریچهٔ عددی و اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش فیبر نوری را تعیین کنید.

۳-۳. ضریب شکست هستهٔ فیبر نوری برابر با *1.5* و اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش فیبر نوری *0.013* است. با فرض اینکه زاویهٔ پذیرش پرتوهای اوریب *40°* است، تغییر جهت پرتوهای اوریب در هر بازتاب را تعیین کنید.

۳-۴. روابط (۳-۶۰) و (۳-۶۱) را اثبات کنید.

۳-۵. در مثال ۳-۵ برای سه مد مرتبه پایین *TM* مقادیر مجاز ثابت‌های انتشار و ضریب شکست مؤثر هر مد را بیابید.

۳-۶. در یک فیبر نوری به شعاع هسته *15∝m*، ضریب شکست هسته *n=1.46* و اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش *∅=0.01* است. تعداد مدهای پشتیبانی‌شده و درصد توان انتشاری فیبر را در طول موج *1300nm* محاسبه کنید.

۳-۷. در یک فیبر نوری، ضرایب شکست هسته و پوشش به‌ترتیب *1.5* و *1.48* است. با فرض اینکه طول موج قطع مد دوم برابر با *6 ∝m* باشد، شعاع هسته فیبر نوری را محاسبه کنید.

۳-۸. تعداد مدهای انتشاری در یک فیبر نوری با ضریب شکست تدریجی $\alpha_{GIF}=3$ و *∅=1%*،که در طول موج *1.55 ∝m* کار می‌کند، برابربا *75* است. شعاع هستهٔ فیبر نوری را تعیین کنید.

۳-۹. در یک فیبر نوری نسبت توان نوری ورودی به خروجی در یک کیلومتر از فیبر برابر با *3* است. اگر توان دریافتی توسط آشکارساز برابر با *30 ∝W* و طول فیبر نوری برابر با *10 Km* باشد، توان ارسالی از منبع به فیبر نوری را محاسبه کنید.

۳-۱۰. یک فیبر نوری با ضریب شکست تدریجی با $\alpha_{GIF}=2$، ضریب شکست پوشش *1.5*، *∅=0.12%*، در طول موج *1300 nm* کار می‌کند. اگر فیبر به شعاع *10 cm* خمیده شود و نسبت $N_{eff}/N_{\circ}=0.7$ باشد، شعاع هستهٔ فیبر را بیابید.

۳-۱۱. در مثال ۳-۱۳ اگر *15%* از توان مد در مرکز فیبر نوری به داخل پوشش راه یابد، α_{LGIF} را برحسب تلفات هسته و پوشش بیان کنید.

۳-۱۲. برای یک فیبر نوری شیشه‌ای به طول $20\ Km$، $\lambda^2\left|d^2n/d\lambda^2\right| = 0.03$ در طول موج کاری $1.55\ \mu m$ است. الف) مقدار پهن‌شدگی پالس ورودی به فیبر را، که از یک منبع با پیک طول موج $1.55\ \mu m$ و عرض $35\ nm$ ساطع می‌شود، محاسبه کنید؛ ب) پارامتر پاشندگی ماده را به‌دست آورید.

۳-۱۳. رابطهٔ (۳-۱۰۴) را اثبات کنید.

۳-۱۴. در فیبر نوری چندمدی، رابطه‌ای برای مقدار مؤثر پهن‌شدگی پالس ورودی به فیبر ناشی از پاشندگی بین مدی به‌دست آورید.

۳-۱۵. در یک فیبر نوری شیشه‌ای به طول $20\ Km$ و ضریب شکست هستهٔ 1.48، اختلاف نسبی ضرایب شکست هسته و پوشش 0.01 است. اختلاف زمانی رسیدن سریع‌ترین و کندترین مد را به انتهای فیبر محاسبه کنید.

۳-۱۶. در یک کوپلر همسو طول کوپلینگ برابر با $2\ mm$ است. با فرض برقراری شرط انطباق فاز و ثابت بودن ضریب کوپلینگ، مقدار طول انتشار را که در آن بازده به مقدار 50% می‌رسد، به‌دست آورید.

۳-۱۷. در دو موجبر مشابه با مشخصات مثال ۳-۵، امواج انتشاری درخلاف جهت هم هدایت می‌شوند و تنها یک موجبر تحریک می‌شود: الف) تناوب مورد نیاز گریتینگ را در صورت برقراری شرط تطبیق فاز برای مدهای داده‌شده به‌دست آورید.

۱) مدهای TE_1 و TE_1 ۲) مدهای TE_0 و TE_1 ۳) مدهای TE_2 و TE_2 ۴) مدهای TE_2 و $TE3$

ب) طول کوپلر در ضریب انتقال 90% در هر حالت را با فرض ضریب کوپلینگ برابربا $3\ mm^{-1}$ محاسبه کنید.

ج) در چه طولی از انتشار در هر حالت نصف توان موجبر تحریک‌شده به موجبر دیگر انتقال می‌یابد.

۳-۱۸. با درنظرگرفتن موجبرهای مثال ۳-۱۸ با همان مقادیر ضریب کوپلینگ و طول کوپلینگ، در ازای چه مقداری از عدم انطباق بازده 50% است؟

منابع

[1] A.V. Newkirk, J.E. Antonio-Lopez, G. Salceda-Delgado, M.U. Piracha, R. Amezcua-Correa, A. Schulzgen, "Multicore Fiber Sensors for Simultaneous Measurement of Force and Temperature," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 27, Issue: 14, 2015.
[2] D.L. Presti, C. Massaroni, E. Schena, "Optical Fiber Gratings for Humidity Measurements: A Review," IEEE Sensors Journal, Vol. 18, Issue: 22, 2018.
[3] B. Zhou, L. Wang, L. Htein, Z. Liu, X. Chen, H. Y.Tam, C. Lu, "Highly Sensitive Small Pressure Monitoring Using Hyperelastic Silicone-Cladding/Silica-Core Composite Optical Fiber," IEEE Photonics Journal, Vol. 9, Issue: 6, 2017.
[4] M. Barozzi, A. Manicardi, A. Vannucci, A. Candiani, M. Sozzi, M. Konstantaki, S. Pissadakis, R. Corradini, S. Selleri, A. Cucinotta, "Optical Fiber Sensors for Label-Free DNA Detection," Vol. 35, Issue: 6, 2017.
[5] B. Dong, B. Zhang, J.Ng, Y. Wang, C. Yu, "Ultrahigh-Sensitivity Fiber Acoustic Sensor With a Dual Cladding Modes Fiber Up-Taper Interferometer," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 27, Issue: 21, 2015.
[6] F. Shi, X. Bai, F. Wang, F. Pang, S. Pu, X. Zeng, "All-Fiber Magnetic Field Sensor Based on Hollow Optical Fiber and Magnetic Fluid," IEEE Sensors Journal, Vol. 17, Issue: 3, 2015.
[7] M.W. Beranek, A.R. Avak, R.L. Van Deven, "Military digital avionics fiber-optic network design for maintainability and supportability,"IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, Vol. 21 , Issue: 9 , 2006.
[8] R. Wang, R.J. Black, B. Moslehi, A.R. Behbahani, B. Mukherjee," Optical Control Network for Avionics Applications Using a WDM Packet Ring," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 50 , Issue: 1, 2014.
[9] A. Lopez, M.A. Losada, J. Mateo, X. Jiang, D.H. Richards, N. Antoniades,"Transmission Performance of Plastic Optical Fibers Designed for Avionics Platforms," Journal of Lightwave Technology, Vol. 36, Issue: 21 , 2018.
[10] S. Cherian, R. Caspary," Design of polymer optical fiber data link for aircraft applications using systems engineering method," IEEE Avionics and Vehicle Fiber-Optics and Photonics Conference (AVFOP), 2017.
[11] T. Tang, "Directional Coupler Biosensor Based on Thermooptic Detection Mechanism in Silica Waveguide," IEEE Photonics Journal, Vol. 8, Issue: 1, 2016.
[12] P. Wang, R. Madugani, H. Zhao, W. Yang, J. M. Ward, Y. Yang, G. Farrell, G. Brambilla. S. N. Chormaic, "Packaged Optical Add-Drop Filter Based on an Optical Microfiber Coupler and a Microsphere," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 28, Issue: 20, 2016.
[13] P. P. Sahu, "Theoretical Investigation of All Optical Switch Based on Compact Surface Plasmonic Two Mode Interference Coupler,"Journal of Lightwave Technology, Vol. 34, Issue: 4, 2016.
[14] G. Keiser, "Optical Fiber Communications," 3rd edition, McGraw Hill, 2000.
[15] J.M. Senior, M.Y. Jamro, "Optical Fiber Communications Principles and Practice," 3rd edition, Prentice Hall, 2009.
[16] Jia-Ming Liu, "Photonic Devices, "Cambridge University Press, 2005.
[17] D. Gloge, "Weakly Guiding Fibers," Applied Optics, Vol. 10, No. 10, 1971.
[18] N. Nishihara, "Optical Integrated Circuits," McGraw Hill, 1995.

فصل چهارم

خواص الکترونیکی و نوری نیمه‌هادی‌ها

۴-۱. مقدمه

نیمه‌هادی‌ها با مشخصات الکترونیکی و نوری منحصربه‌فرد از جایگاه ویژه‌ای در ادوات الکترونیکی و الکترونیک نوری نظیر ترانزیستورها، منابع تولید فوتون (دیودهای نورگسیل و لیزرهای نیمه‌هادی)، تقویت‌کننده‌ها، موج‌برها، مدولاتورها، حسگرها و آشکارسازهای نوری برخوردار هستند؛ برای مثال می‌توان به اهمیت سیلیکون و ژرمانیوم در صنعت الکترونیک و الکترونیک نوری و آلوتروپ‌های[1] کریستالی کربن نظیر گرافن[2] در ادوات الکترونیک نوری اشاره کرد [۱-۷]. کاربرد نیمه‌هادی‌ها در الکترونیک نوری محدود به نیمه‌هادی‌های تک‌عنصری، که از یک نوع اتم ساخته شده‌اند، نیست و در سال‌های اخیر ادوات الکترونیک نوری مبتنی بر نیمه‌هادی‌های *III-V* (*GaAs,GaN,InP,...*) و ترکیبات آن‌ها برای کاربردهای پزشکی تجاری شده‌اند[۸ و ۹]. با وجود اینکه ادوات مبتنی بر نیمه‌هادی‌های بی‌شکل[3] و چندکریستالی[4]، بسیار کم هزینه هستند، اما به‌دلیل عملکرد ضعیف این ادوات در صنعت الکترونیک و الکترونیک نوری، از نیمه‌هادی‌های کریستالی به‌واسطهٔ عملکرد مطلوب استفاده می‌شود. در راستای اهمیت این موضوع، در این فصل ابتدا ساختار کریستالی مواد نیمه‌هادی مختلف و مشخصه‌های مربوطه مورد مطالعه قرارگرفته‌اند. همچنین انواع نقص[5] در نیمه‌هادی‌ها معرفی شده‌اند.

---

[1] Allotropes
[2] Graphene
[3] Amorphous
[4] Poly Crystalline
[5] Defect

اگرچه می‌توان در فرآیند ساخت ادوات، نقص‌های شبکه کریستالی[۱] را کنترل کرد، اما نقص، بخش جداناشدنی شبکه است و در مواردی مانند آنچه در فصل پنجم کتاب بدان اشاره خواهد شد، می‌تواند مفید واقع شود. سپس اثر تنش[۲] بر شبکه‌های کریستالی در فرآیند لایه نشانی[۳]،که عامل محدودکنندهٔ ضخامت لایهٔ کریستالی نشانده‌شده بر زیرلایه[۴] است، بررسی شده‌است. در ادامه با توجه به اهمیت کریستال‌های فروالکتریک[۵] نظیر پروسکایت[۶]، که در سال‌های اخیر به ساختار سلول‌های خورشیدی وارد شده است[۱۰-۱۳]، مواد قطبی و فروالکتریک به‌صورت اجمالی مطالعه شده‌اند. در پایان فصل، مواد نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم[۷] و غیرمستقیم[۸] معرفی شده‌اند. نیمه‌هادی‌های مستقیم توانایی تولید فوتون را دارند و در منابع نوری مورد استفاده قرار می‌گیرند، درحالیکه نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم بدون وجود ناخالصی، توانایی تولید نور را ندارند و معمولاً در آشکارسازهای نوری و دیگر ادوات الکترونیک نوری کاربرد دارند.

۴-۲. مواد نیمه‌هادی

مواد جامد براساس رسانندگی الکتریکی σ، به سه دستهٔ عایق‌ها، نیمه‌هادی‌ها و رساناها تقسیم می‌شوند. عایق‌هایی از قبیل کوارتز مذاب و شیشه، رسانندگی بسیار کوچکی از مرتبهٔ 10^{-18} تا 10^{-8} S/m دارند. مواد رسانا مانند آلومینیوم و نقره، دارای رسانندگی بالا در محدودهٔ 10^{4} تا 10^{6} S/m هستند. رسانندگی الکتریکی نیمه‌هادی‌ها، از رسانندگی الکتریکی عایق‌ها بیشتر و از رسانندگی الکتریکی مواد رسانا کمتر است. رسانندگی الکتریکی یک نیمه‌هادی با دما، میدان مغناطیسی، تابش فوتون و ناخالصی کنترل‌پذیر است. این ویژگی سبب شده است، نیمه‌هادی‌ها موادی بسیار بااهمیت در کاربردهای الکترونیکی باشند. نیمه‌هادی‌های تک‌عنصری مانند Si و Ge از عناصر ستون IV جدول تناوبی هستند. در اوایل سال 1950، Ge ماده نیمه‌هادی اصلی در ساخت قطعات الکترونیکی بوده است. از اوایل سال 1960، Si جایگزین Ge شد و امروزه در مدارات مجتمع و بیشتر قطعات الکترونیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. از دلایل این جایگزینی می‌توان به وابستگی شدید پارامترهای Ge به

---

[1] Crystalline Lattice
[2] Strain
[3] Epitaxial Process
[4] Substrate
[5] Ferroelectrics
[6] Perovskite
[7] Direct Bandgap
[8] Indirect Bandgap

دما و ملاحظات اقتصادی اشاره کرد. سیلیکون به شکل سیلیکا و سیلیکات *25%* پوستهٔ زمین را تشکیل می‌دهد و سیلیکون از لحاظ فراوانی دومین عنصر پس از اکسیژن است. در سال‌های اخیر ادوات مبتنی بر نیمه‌هادی‌های ترکیبی تجاری شده‌اند. نیمه‌هادی‌های ترکیبی متشکل از دو عنصر (ترکیبات دوگانه[1]) مانند *GaAs* یک ترکیب *III-V* است، که ترکیبی از *Ga* در ستون *III* و *As* در ستون *V* جدول تناوبی است. از ترکیبات دوگانه مانند *GaAs*، *GaP* و *GaN* معمولاً در ساخت دیودهای نورگسیل استفاده می‌شود. علاوه‌بر ترکیبات دوگانه، ترکیبات سه گانه[2] و چهارگانه[3] نیز عناصر پرکاربردی هستند. آلیاژ $Al_xGa_{1-x}As$ نمونه‌ای از یک ترکیب نیمه‌هادی سه‌گانه است، که از عناصر *Al* و *Ga* در ستون *III* و *As* در ستون *V* جدول تناوبی تشکیل شده است و در ساخت دیودهای نورگسیل و لیزرها به‌کارگرفته می‌شود. ترکیبات نیمه‌هادی چهارگانه به شکل $A_xB_{1-x}C_yD_{1-y}$ از ترکیب نیمه‌هادی‌های دوگانه و سه‌گانه به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال از ترکیب *GaP*، *InP*، *InAs* و *GaAs* نیمه‌هادی آلیاژی $Ga_xIn_{1-x}As_yP_{1-y}$ حاصل می‌شود. مواد فلوئورسان[4]، که در صفحات تلویزیونی مورد استفاده قرار می‌گیرند، از نیمه‌هادی‌های ترکیبی *II-VI* مانند *ZnS* ساخته می‌شوند. معمولاً از *InSb*، *CdSe* یا دیگر ترکیبات چون *PbTe* و *HgCdTe* در ساخت آشکارسازهای نوری استفاده می‌شود. در جدول ۴-۱ تعدادی از نیمه‌هادی‌های پرکاربرد در ادوات الکترونیکی سیاهه شده است. یکی از ویژگی‌های مهم یک نیمه‌هادی، که آن را از عایق‌ها و رساناها متمایز می‌کند، گاف انرژی آن است. مقدار گاف انرژی یک نیمه‌هادی تعیین‌کنندهٔ طول موج نوری جذب‌شده یا گسیلی توسط نیمه‌هادی است. گاف انرژی *GaAs* حدود *1.43 eV* است که متناظر با طول موج‌های نزدیک مادون قرمز است. خصوصیات الکترونیکی و نوری نیمه‌هادی‌ها متأثر از میزان مواد اضافه‌شده به نیمه‌هادی است، که ناخالصی نام دارد. معمولاً به‌منظور تغییر رسانندگی الکتریکی نیمه‌هادی در محدودهٔ وسیع، ناخالصی به نیمه‌هادی اضافه می‌شود. به‌عنوان مثال ناخالصی افزوده به مقدار 10^{-6} *ppb* به *Si*، آن را از یک رسانای ضعیف به یک رسانای خوب جریان الکتریکی تبدیل می‌کند.

---

[1] Binary Compounds
[2] Ternary Compounds
[3] Quaternary Compounds
[4] Fluorescent

جدول ۴-۱. سیاهه تعدادی از مواد نیمه‌هادی پرکاربرد در ادوات الکترونیکی

تقسیم‌بندی	نیمه‌هادی
نیمه‌هادی‌های تک عنصری	*Si* و *Ge*
ترکیبات دوگانه *IV-IV*	*SiC*
ترکیبات دوگانه *III-V*	*AlP*، *AlAs* ، *AlSb*، *GaN*، *GaP*، *GaAs*، *GaSb*، *InP*، *InAs* و *InSb*
ترکیبات دوگانه *II-VI*	*ZnO*، *ZnS*، *ZnSe*، *ZnTe*، *CdS*، *CdSe*، *CdTe* و *HgS*
ترکیبات دوگانه *IV-VI*	*PbS*، *PbSe* و *PbTe*
ترکیبات سه‌گانه	$Al_xIn_{1-x}As$، $Al_xGa_{1-x}As$، $GaAs_{1-x}P_x$، $Ga_xIn_{1-x}As$ و $Ga_xIn_{1-x}P$
ترکیبات چهارگانه	$Ga_xIn_{1-x}As_{1-y}P_y$ و *AlxGa1-xAsySb1-y*

۴-۳. ساختارهای متناوب

در یک جامد کریستالی، اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ ماده در یک آرایش متناوب سه بعدی منظم شده‌اند. آرایش متناوب اتم‌ها، شبکه نامیده می‌شود. درحقیقت شبکه یک مفهوم ریاضی است که بیانگر آرایشی متناوب از نقاطی است که هر یک نشان‌دهندهٔ یک اتم است. در یک کریستال، سلول واحد[1] نمایندهٔ تمام شبکه است و با تکرار سلول واحد، تمام شبکهٔ کریستالی بازسازی می‌شود. تمام جامدات، کریستالی نیستند، در برخی از آن‌ها، هیچ ساختار متناوبی وجود ندارد و اتم‌ها در یک آرایش کاملاً تصادفی و بی‌نظم در کنار یکدیگر قرارگرفته‌اند، این دسته از جامدات، جامدات بی‌شکل نامیده می‌شوند. برخی جامدات نیز متشکل از نواحی کوچک کریستالی هستند. این مواد جامد، چندکریستالی خوانده می‌شوند. در شکل ۴-۱ دسته‌بندی جامدات برحسب آرایش اتم‌های سازنده، نشان داده شده است.

[1] Unit Cell

شکل ۴-۱: دسته‌بندی جامدات برحسب آرایش اتم‌های سازنده.

۴-۳-۱. سلول واحد

یکی از ویژگی‌های مهم شبکه، قابلیت توصیف آن به کمک سه بردار پایه $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ است، به‌گونه‌ای‌که بتوان بردار مکان $\mathbf{R'}$ هر نقطه از شبکهٔ کریستالی را با استفاده از بردارهای پایه و بردار مکان $\mathbf{R}$ هر نقطهٔ دیگر از شبکه به‌دست آورد [۱۴]:

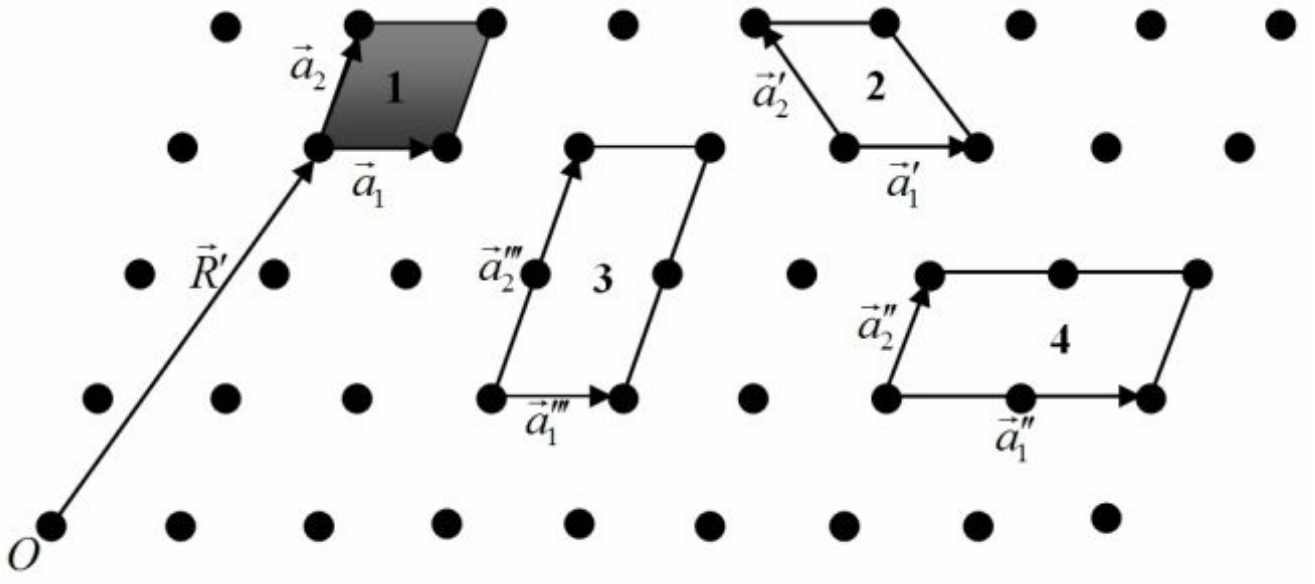
$$\mathbf{R'}=\mathbf{R}+m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2+m_3\vec{a}_3 \qquad (۱-۴)$$

که در آن m_1,m_2,m_3 اعدادی صحیح هستند. چنین شبکه‌ای را شبکهٔ براویس[1] می‌نامند. با انتخاب تمام ترکیبات ممکن از اعداد صحیح m_1,m_2,m_3 تمام شبکهٔ کریستالی را می‌توان بازسازی کرد؛ به‌عنوان مثال در شبکهٔ دو بعدی نشان داده‌شده در شکل ۴-۲، تمام نقاط شبکه را می‌توان به کمک مختصات مکانی یک نقطهٔ مشخص و مضرب‌های صحیح از بردارهای $\vec{a}_1,\vec{a}_2$ یا $\vec{a}'_1,\vec{a}'_2$ توصیف کرد، درحالیکه نقاط شبکه با مضرب‌های صحیح از مجموعه بردارهای $\vec{a}''_1,\vec{a}''_2$ و یا $\vec{a}'''_1,\vec{a}'''_2$ بازسازی‌پذیر نیستند. در شکل ۴-۲ نواحی *1*، *2* و *3* سلول‌های واحد شبکهٔ کریستالی هستند و کوچک‌ترین سلول واحد، که بتوان با استفاده از آن تمام شبکهٔ کریستالی را ساخت، سلول پایه[2] خوانده می‌شود. سلول پایهٔ شبکهٔ کریستالی دو بعدی شکل ۴-۲ ناحیهٔ *1* است. نواحی *3* و *4* به اندازهٔ دو سلول پایه هستند. بردارهایی که سلول پایه بر آن‌ها بنا شده است، بردارهای پایهٔ شبکه نامیده می‌شوند [۱۵]. در شبکه دو بعدی نشان داده‌شده در شکل ۴-۲ بردارهای $\vec{a}_1,\vec{a}_2$ بردارهای پایهٔ شبکه هستند.

---

[1] Bravais Lattice [2] Primitive Cell

این موضوع را می‌توان به یک شبکهٔ سه بعدی تعمیم داد و در یک شبکهٔ سه بعدی طول:
$\vec{a}_1$ کوتاه‌ترین تناوب شبکه است.
$\vec{a}_2$ کوتاه‌ترین تناوب شبکه است، اما این بردار با بردار $\vec{a}_1$ موازی نیست.
$\vec{a}_3$ کوتاه‌ترین تناوب است و این بردار موازی با بردارهای $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$ نیست.
لزوماً بردارهای پایه متعامد و هم اندازه نیستند.



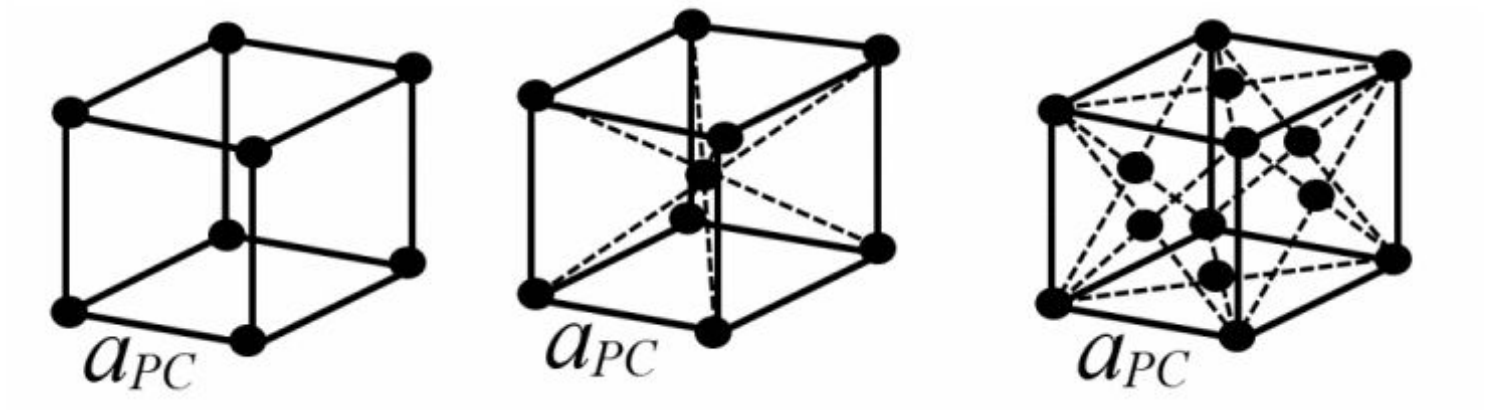
شکل ۴-۲: شبکهٔ کریستالی دو بعدی. نواحی *1*، *2* و *3* در شکل سلول واحد هستند.

ساختارهای دارای سلول پایه مکعبی، ساده‌ترین ساختار کریستال‌های سه بعدی هستند. در شکل ۴-۳ سلول پایه مکعبی ساده[۱]، مکعبی با بدنه مرکزدار[۲] و مکعبی با وجه‌های مرکزدار[۳] نشان داده شده است. در سلول مکعبی ساده، در گوشهٔ مکعب یک اتم قرار می‌گیرد و هر اتم در نزدیک‌ترین همسایگی خود با *6* اتم همسایه است. بعد a_{PC} برای سلول پایه مکعبی ثابت شبکه[۴] نامیده می‌شود. در جدول تناوبی، تنها پلونیوم کریستالی دارای سلول پایه مکعبی ساده است [۱۶]. هر اتم در ساختار سلول پایه مکعبی ساده با 8 سلول همسایه مشترک است؛ درنتیجه سهم هر سلول برابر با *1/8* اتم است. با توجه به اینکه در رئوس مکعب *8* اتم وجود دارد؛ بنابراین سلول پایه مکعبی ساده دارای *1* اتم است. در سلول پایه با بدنهٔ مرکزدار؛ علاوه‌بر اتم‌هایی که در گوشهٔ مکعب قرار دارند، یک اتم نیز در مرکز مکعب وجود دارد و هر اتم در رئوس مکعب با 8 سلول همسایه مشترک است. در سلول پایه مکعبی با بدنهٔ مرکزدار، *2* اتم

---

[1] Simple Cubic
[2] Body Centered Cubic
[3] Face Centered Cubic
[4] Lattice Constant

در هر سلول وجود دارد. سلول پایه ساختار کریستالی سدیم و تنگستن از این دسته هستند [۱۶]. برای سلول پایه با وجه‌های مرکزدار؛ افزون‌بر 8 اتم موجود در گوشه‌های مکعب، 6 اتم نیز بر روی وجه‌های مکعب قرارگرفته‌اند. در سلول پایه با وجوه مرکزدار، هر اتم در وجه مکعب با ۲ سلول همسایه مشترک است و سلول پایه نیز دارای 4 اتم است. عناصر زیادی دارای ساختار کریستالی با سلول پایه وجوه مرکزدار هستند که از آن‌ها می‌توان به آلومینیوم، مس، طلا و پلاتینیوم اشاره کرد [۱۶].



سلول پایه واحد مکعبی با وجوه — سلول پایه مکعبی با بدنه مرکزدار — سلول پایه مکعبی ساده

شکل ۴-۳: سلول‌های پایه ساختار کریستالی مکعبی.

شبکهٔ مکعبی ساده مطابق شکل ۴-۴ با بردارهای پایهٔ داده‌شده بازسازی می‌شود [۱۵]:

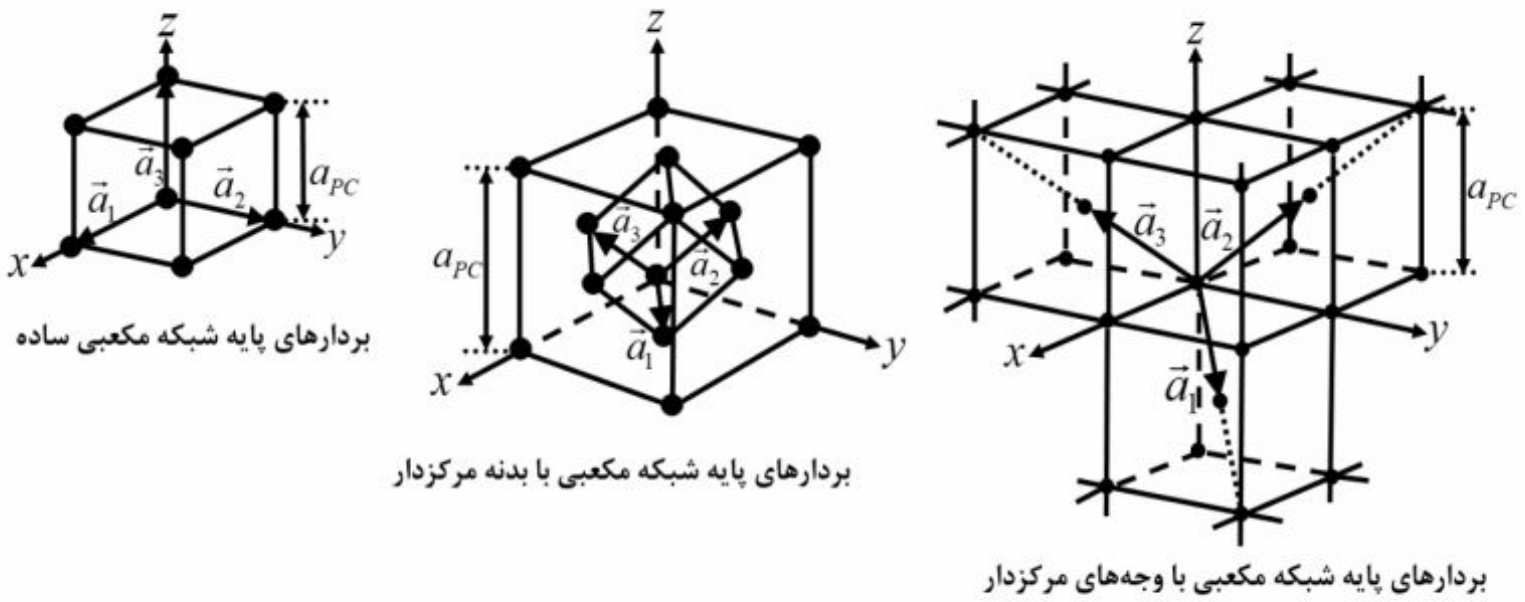
$$\vec{a}_1 = a_{PC}\hat{a}_x, \vec{a}_2 = a_{PC}\hat{a}_y, \vec{a}_3 = a_{PC}\hat{a}_z \qquad (۲-۴)$$

بردارهای پایه شبکه مکعبی مرکزدار از رابطهٔ (۴-۳) به‌دست می‌آید [۱۵]:

$$\vec{a}_1 = \frac{a_{PC}}{2}(\hat{a}_x + \hat{a}_y - \hat{a}_z), \vec{a}_2 = \frac{a_{PC}}{2}(-\hat{a}_x + \hat{a}_y + \hat{a}_z) \qquad (۳-۴)$$
$$, \vec{a}_3 = \frac{a_{PC}}{2}(\hat{a}_x - \hat{a}_y + \hat{a}_z)$$

بردارهای پایه شبکه مکعبی با وجه‌های مرکزدار نیز به‌صورت (۴-۴) بیان می‌شود [۱۵]:

$$\vec{a}_1 = \frac{a_{PC}}{2}(\hat{a}_x + \hat{a}_y), \vec{a}_2 = \frac{a_{PC}}{2}(\hat{a}_y + \hat{a}_z) \qquad (۴-۴)$$
$$, \vec{a}_3 = \frac{a_{PC}}{2}(\hat{a}_z + \hat{a}_x)$$



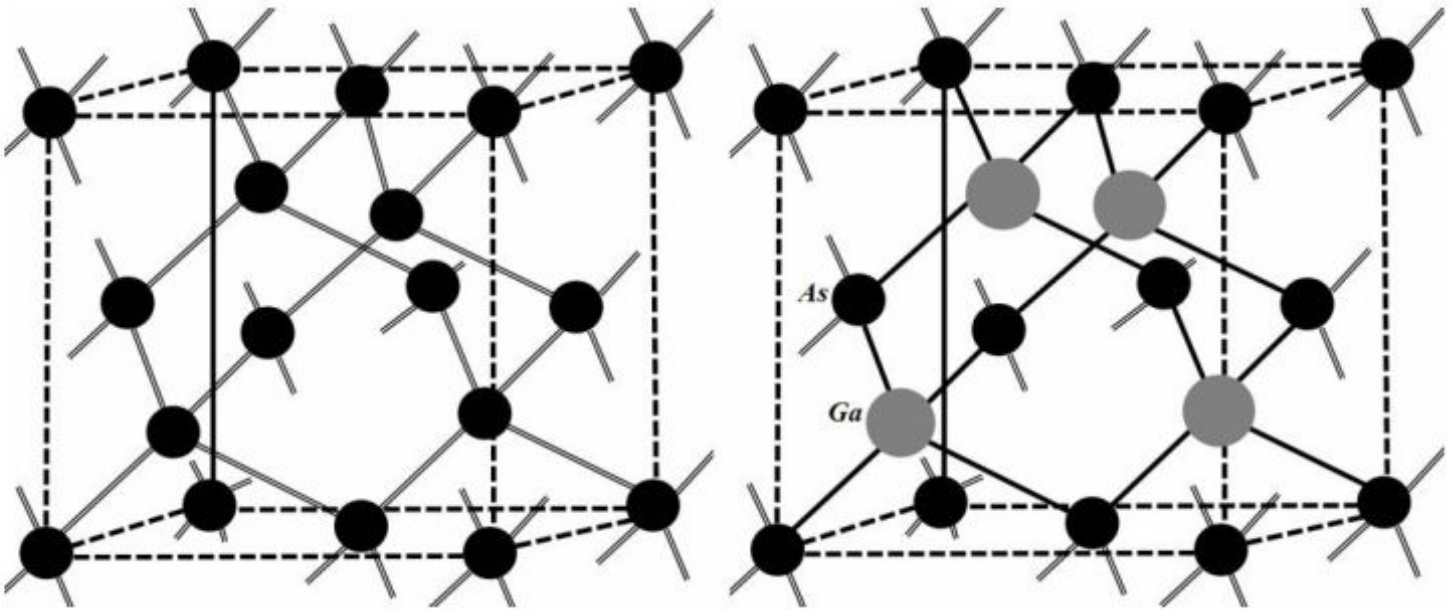
شکل ۴-۴: بردارهای پایه ساختارهای کریستالی با شبکه مکعبی.

۴-۳-۲. ساختار الماسی[1]

نیمه‌هادی‌های تک‌عنصری مانند C، Si و Ge دارای ساختار شبکه الماسی مطابق شکل ۴-۵ هستند. ساختار الماسی (D) شامل دو زیر شبکه [2] مکعبی با وجه‌های مرکزدار تودرتو است که زیرشبکهٔ دوم نسبت به زیرشبکهٔ اول به فاصله یک چهارم قطر اصلی مکعب اول ($a_{PC}\sqrt{3}/4$) جابه‌جا شده است. سلول پایهٔ ساختار D مانند یک سلول مکعبی با وجه‌های مرکزدار است که داخل آن چهار اتم اضافی نیز وجود دارد (شکل ۴-۵). یک اتم، همان اتم متعلق به زیرشبکهٔ دوم است که در فاصلهٔ یک چهارم در طول قطر اصلی زیرشبکهٔ اول قرارگرفته است. سه اتم دیگر نیز اتم‌های وجه روبرو، بالا و جانبی سمت چپ زیرشبکهٔ مکعبی اول هستند. بیشتر نیمه‌هادی ترکیبی $III\text{-}V$ مانند $GaAs$، $AlAs$ و CdS دارای شبکهٔ زینک بِلند[3] (ZB) هستند، که در شکل ۴-۵ نشان داده شده است (سلول پایه کریستال نیمه‌هادی $GaAs$ نشان داده شده است). در نیمه‌هادی‌های ترکیبی با شبکهٔ ZB اتم‌های موجود در دو زیرشبکهٔ مکعبی با وجه‌های مرکزدار متفاوت هستند.

---

[1] Diamond [2] Sub-lattice [3] Zincblende



شکل ۴-۵: سلول پایه شبکه الماسی (سمت چپ) و زینک بِلند (سمت راست).

۴-۳-۳. ساختار شش ضلعی بسته [1]

ساختار شش ضلعی بسته (*hcp*) یکی از مهم‌ترین ساختارهای شبکهٔ کریستالی است که بسیاری از فلزات و نیمه‌هادی‌ها از قبیل *AlN*، *GaN* ، *InN*، *ZnO*، *CdS* و *CdSe* در این دسته قرار می‌گیرند. ساختار *hcp* طبق آنچه در شکل ۴-۶ نشان داده شده است، شکل می‌گیرد. لایهٔ نخست شامل کره‌هایی است که در یک آرایش شش ضلعی در کنار هم قرارگرفته‌اند. لایه دوم متشکل از کره‌هایی است که در یک آرایش مثلث متساوی الاضلاع در کنار هم قرار گرفته‌اند. آرایش کره‌های لایهٔ نخست و لایهٔ سوم مانند هم هستند. لایهٔ دوم از کره‌ها به‌گونه‌ای روی لایهٔ نخست شکل گرفته است که مراکز کره‌ها بر حفره‌های ایجادشدهٔ لایهٔ نخست منطبق است. اگر در ساختار ایده‌آل $\left|\vec{a}_1\right| = \left|\vec{a}_2\right| = a_{hcp}$، آن‌گاه [۱۴]:

$$\frac{c_{hcp}}{a_{hcp}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \qquad (۵-۴)$$

ساختار *hcp* اساس ساختار کریستالی ورتزیت[2] (*W*) است که هر اتم تشکیل‌دهندهٔ کریستالی دارای آرایش *hcp* است. آرایش اتم‌های ساختار ورتزیت، به شکل شش ضلعی الماسی[3] است

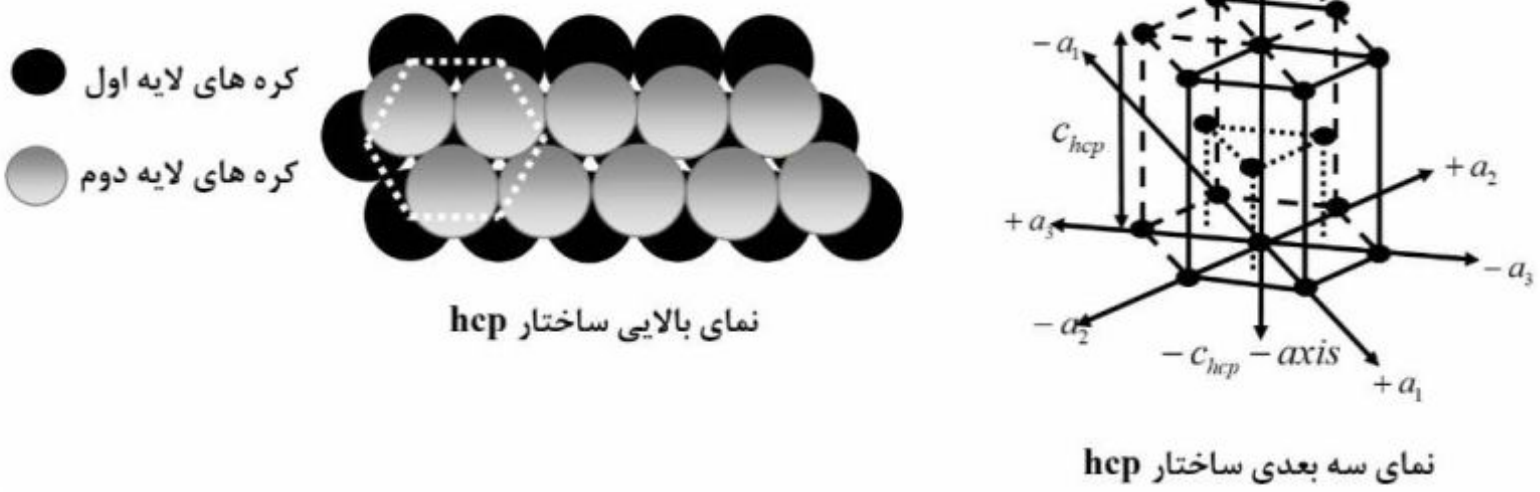
---

[1] Hexagonal Close Pack

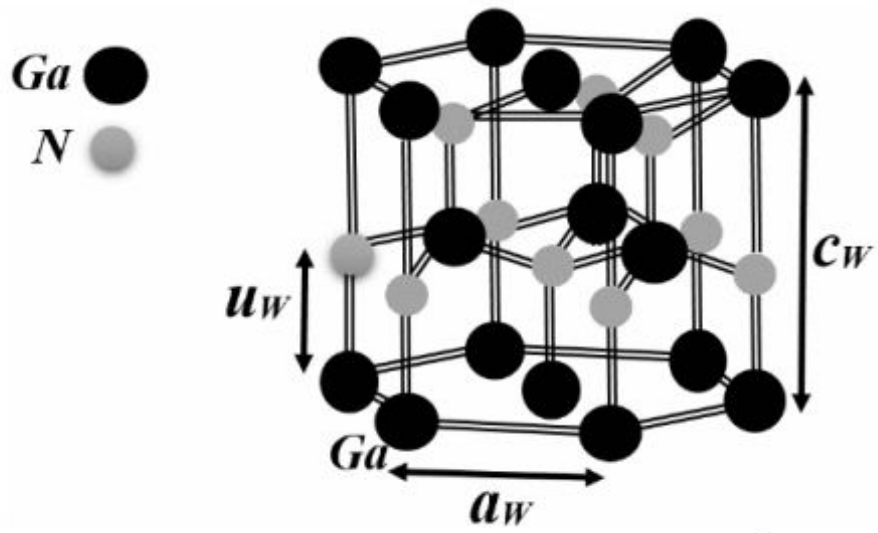
[2] Wurtzit

[3] Hexagonal Diamond (Lonasdaleite)

که یک آلتروپی از ساختار الماسی با زیرشبکهٔ شش ضلعی است. درواقع سلول آرایش ورتزیت دو *hcp* پشت سر هم است، که *hcp* دوم در راستای محور *[0001]* جابه‌جا شده است، درست برخلاف آرایش *ZB*، که زیرشبکهٔ دوم در راستای محور *[111]* جابه‌جا شده است. در شکل ۴-۷ آرایش اتم‌ها در کریستال *GaN* به‌عنوان نمونه نشان داده شده است. در ساختار کریستال ورتزیت ایده‌آل، فاصلهٔ نسبی اتم‌های متفاوت $u_W=3/8$ است. در عمل در کریستال‌های با آرایش ورتزیت، مقدار u_W و c_W/a_W به‌ترتیب از مقادیر ایده‌آل بزرگ‌تر و کوچک‌تر است.



شکل ۴-۶: ساختار *hcp*.



شکل ۴-۷: آرایش ورتزیت کریستال *GaN* .اقتباس شده از [۱۷].

درصورتی‌که دو یا چند نیمه‌هادی با هم به‌صورت تصادفی ترکیب شوند، یک آلیاژ حاصل می‌شود. ثابت شبکهٔ آلیاژ براساس قانون ویگارد[1]، ترکیب وزنی از ثابت شبکه‌های هر یک از

[1] Vegard's Law

اجزای سازندهٔ آلیاژ است؛ برای نمونه ثابت شبکهٔ ترکیب A_xB_{1-x} از رابطهٔ (۴-۶) به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$a_{alloy} = xa_A + (1-x)a_B \qquad (۴-۶)$$

که در آن a_A و a_B به‌ترتیب ثابت شبکه‌های نیمه‌هادی‌های A و B هستند. ثابت شبکهٔ ترکیب چهارگانه $A_{1-x}B_xC_yD_{1-y}$، از رابطهٔ داده‌شده محاسبه می‌شود [۱۸و ۱۹]:

$$a_{alloy} = xya_{BC} + x(1-y)a_{BD} + (1-x)ya_{AC} + (1-x)(1-y)a_{AD} \qquad (۴-۷)$$

در جدول ۴-۲ برای چند نمونه از نیمه‌هادی‌های مهم ثابت شبکه‌ها سیاهه شده است:

جدول ۴-۲. ثابت شبکه‌های کریستالی تعدادی از نیمه‌هادی‌های پر کاربرد [۱۴و ۲۰].

نیمه‌هادی	ساختار	ثابت شبکه (A°)	نیمه‌هادی	ساختار	ثابت شبکه (A°)
C	D	3.5668	InAs	ZB	6.058
Si	D	5.431	InP	ZB	5.8696
Ge	D	5.658	InSb	ZB	6.479
GaAs	ZB	5.653	AlN	W	$a_W=3.111;\ c_W=4.981;\ u_W=0.380$
AlAs	ZB	5.660	InN	W	$a_W=3.545;\ c_W=5.703,\ u_W=0.377$
GaP	ZB	5.4508	ZnO	W	$a_W=3.250;\ c_W=5.204,\ u_W=0.382$
GaSb	ZB	6.096	GaN	W	$a_W=3.175;\ c_W=5.158,\ u_W=0.376$

مثال ۴-۱. ثابت شبکهٔ ترکیبات $Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ و $In_{0.75}Ga_{0.25}As_{0.55}P_{0.45}$ را محاسبه کنید.

حل:

برای محاسبهٔ هر دو ترکیب، می‌توان از رابطهٔ (۴-۷) استفاده کرد. برای تعیین ثابت شبکهٔ

ترکیب سه‌گانه، مقادیر درصد مولی را به‌صورت $x=0.75$ و $y=1$ در رابطهٔ مذکور جاگذاری می‌کنیم:

$$a_{Al_{0.25}Ga_{0.75}As} = 0.75\,a_{GaAs} + 0.25\,a_{AlAs}$$
$$= 0.75 \times 5.653\ (A^\circ) + 0.25 \times 5.660\ (A^\circ) = 5.6547\ A^\circ$$

برای ترکیب چهارگانه $In_{0.75}Ga_{0.25}As_{0.55}P_{0.45}$ نیز با جاگذاری $x=0.25$ و $y=0.55$ داریم:

$$a_{In_{0.7}5Ga_{0.25}As_{0.55}P_{0.45}} = 0.25 \times 0.55 \times a_{GaAs} + 0.25 \times 0.45 \times a_{GaP}$$
$$+ 0.75 \times 0.55 \times a_{InAs} + 0.75 \times 0.45 \times a_{InP}$$

درنهایت با وارد کردن مقادیر داده‌شده در جدول ۴-۲ در فرمول بالا، ثابت شبکهٔ ترکیب $5.8704\ A^\circ$ به‌دست می‌آید.

۴-۴. صفحات کریستال و اندیس‌های میلر [1]

خصوصیات کریستال در راستای صفحات مختلف متفاوت است و خصوصیات الکترونیکی و نوری آن به جهتش بستگی دارد. در فرآیند رشد کریستال، تعیین جهتی که بیشترین تعداد اتم در سطح را دارد، سبب افزایش سرعت فرآیند می‌شود. یک روش متعارف برای تعریف صفحات در یک کریستال، استفاده از اندیس‌های میلر است. این اندیس‌ها از گام‌های داده‌شده به‌دست می‌آیند [۱۶]:

۱. تعیین نقاط تلاقی صفحه با محورهای مختصات برحسب ثابت شبکه

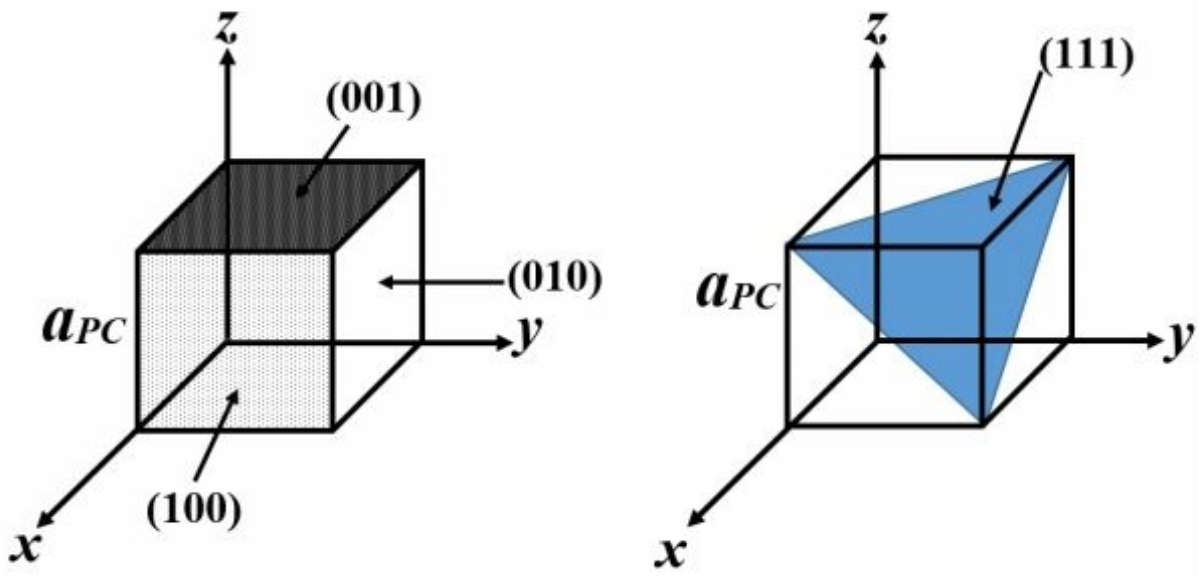
۲. معکوس کردن اعداد و تبدیل کسرها به یک مجموعه از کوچک‌ترین اعداد صحیح به کمک یک ضریب مناسب

۳. قرار دادن نتایج در داخل پرانتز (h_m,k_m,l_m)

اندیس‌های میلر مربوط به چند صفحهٔ مهم در یک کریستال مکعبی در شکل ۴-۸ آمده است.

---

[1] Miller Indices



شکل ۴-۸: اندیس‌های میلر چند صفحه در کریستال مکعبی.

دیگر قراردادها عبارتنداز:

۱. $(\bar{h}_m k_m l_m)$ بیانگر صفحه‌ای است که محور x را در سمت منفی مبدأ قطع می‌کند؛ مانند $(\bar{1}00)$.

۲. $\{h_m k_m l_m\}$نشان‌دهندهٔ صفحات متقارن معادل است؛ به‌عنوان مثال $\{100\}$ در تقارن مکعبی، نشان‌دهندهٔ (100)، (010)، (001) و $(0\bar{1}0)$ است.

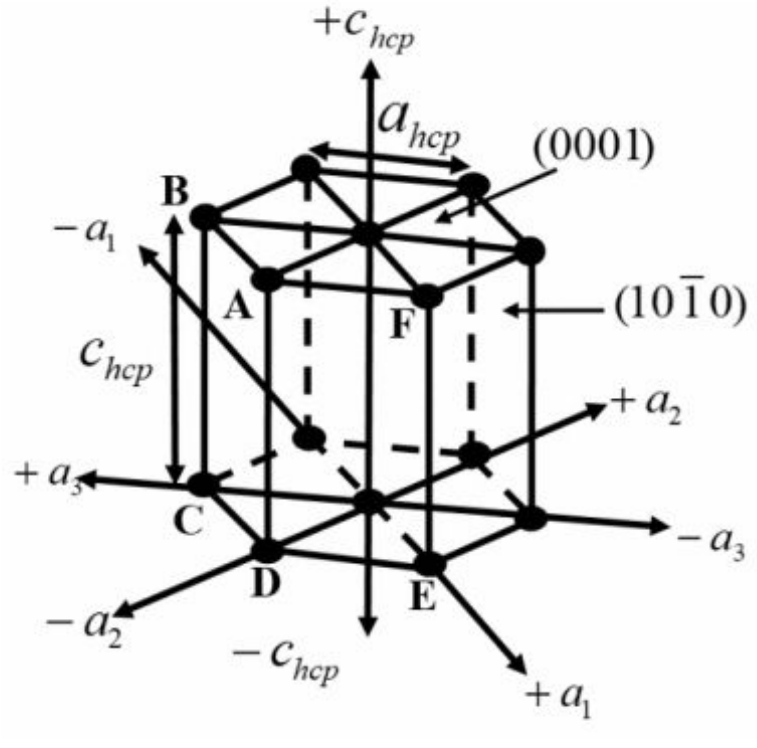
۳. $[h_m k_m l_m]$ توصیف‌کنندهٔ جهت یک کریستال است؛ مثلاً $[100]$ توصیف‌کنندهٔ محور x است. جهت $[100]$ عمود بر صفحهٔ (100) و جهت $[111]$ عمود بر صفحهٔ (111) است.

۴. $\langle h_m k_m l_m \rangle$ مربوط به مجموعه جهت‌های معادل است؛ برای نمونه $\langle 100 \rangle$ به مجموعه کامل جهت‌های $[100]$، $[010]$، $[001]$، $[\bar{1}00]$، $[0\bar{1}0]$ و $[00\bar{1}]$ اشاره می‌کند.

در شبکه‌های شش ضلعی به‌منظور به‌دست آوردن اندیس‌های میلر، نقاط تلاقی صفحات با محورهای a_1، a_2، a_3 و c_{hcp} مطابق شکل ۴-۹ در نظر گرفته می‌شوند. صفحات این دسته از شبکه‌ها با $(h_m k_m l_m i_m)$ مشخص می‌شوند؛ به‌گونه‌ای‌که:

$$h_m + k_m + l_m = 0 \qquad (۸-۴)$$

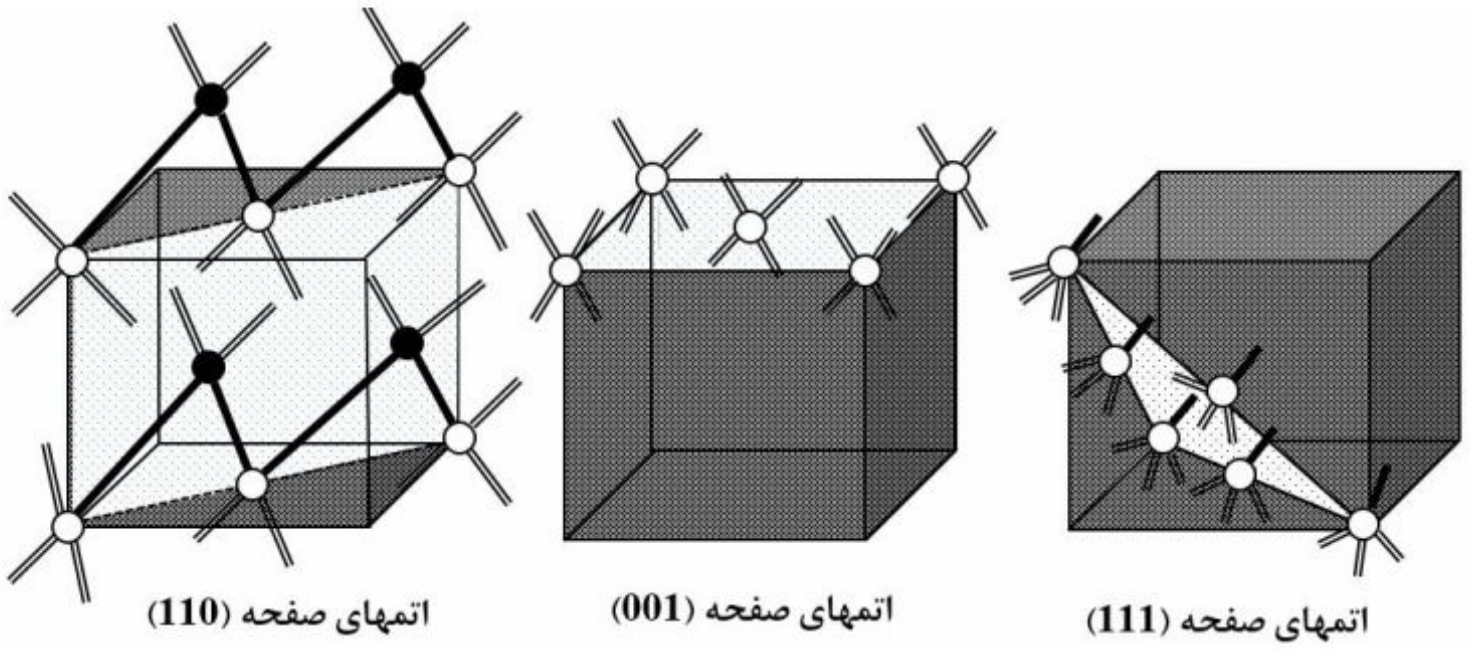
به‌عنوان مثال اندیس میلر مربوط به صفحات $ABCD$ و $ADFE$ به‌ترتیب $(0\bar{1}10)$ و $(1\bar{1}00)$ است.



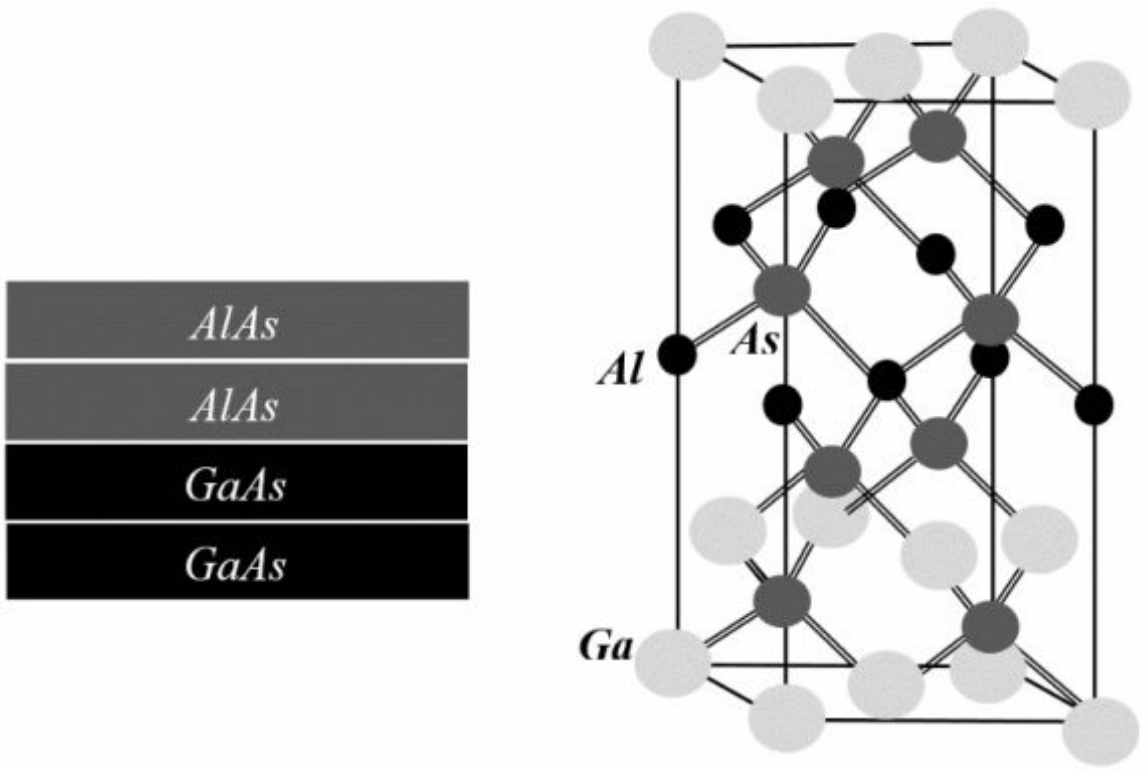
شکل ۴-۹: اندیس‌های میلر شبکهٔ شش ضلعی.

در شکل ۴-۱۰ مثال‌هایی از کاربردهای اندیس‌های میلر در تعیین صفحات کرسیتالی نشان داده شده است. تعداد پیوندهایی که صفحات مجاور را به هم اتصال می‌دهد، در شکل مشخص شده‌اند. تعداد اتم‌ها، تعیین‌کنندهٔ میزان سختی و آسانی شکاف[1] کریستال در راستای این صفحات است. در شکل ۴-۱۰، ممکن است اتم‌های نشان داده شده، اتم‌های *Ga* و *As* در کریستال *GaAs* باشند. هر اتم در صفحهٔ *(110)* دارای دو پیوند در همین صفحه است و دو پیوند باقی‌مانده، هر کدام از اتم‌های صفحه را به صفحات مجاور متصل می‌کند؛ بنابراین در شکاف صفحات مجاور باید یک پیوند در هر اتم بشکند. اتم‌های صفحهٔ *(001)* دو پیوند دارند که هر اتم را به صفحهٔ مجاور این صفحه متصل می‌کند؛ ازاین‌رو در شکاف صفحات مجاور، می‌باید دو پیوند در هر اتم شکسته شود. برای اتم‌های صفحهٔ *(111)*، از یک سمت با یک پیوند به صفحهٔ مجاور اتصال دارند و از سمت دیگر با سه پیوند به صفحهٔ مجاور متصل هستند. آرایش اتم‌های یک سوپرشبکه[2] ناهمگون[3] مبتنی بر $(GaAs)_2(AlAs)_2$، که در جهت *[001]* رشد یافته است، در شکل ۴-۱۱ نشان داده شده است.

[1] Cleavage
[2] Superlattice
[3] Heterostructure



شکل ۴-۱۰: تعدادی از صفحات مهم در ساختار مکعبی‌شکل به همراه اندیس‌های میلر مربوط به هر یک.



شکل ۴-۱۱: آرایش اتم‌های یک ساختار سوپر شبکه ناهمگون مبتنی بر $(GaAs)_2(AlAs)_2$ رشد یافته در جهت *[001]*. اقتباس شده از [۱۴].

۴-۵. نقص در شبکه‌های کریستالی

تا به حال نیمه‌هادی‌های کامل مورد مطالعه بوده‌اند، اما در واقعیت به سبب ملاحظات ترمودینامیکی و حضور ناخالصی‌ها در طی فرآیند ساخت کریستال، همواره در ساختار شبکهٔ کریستالی نقص به‌وجود خواهد آمد. نقص در کریستال‌های نیمه‌هادی می‌تواند به‌صورت: الف)

نقص نقطه‌ای[1]، ب) نقص خطی[2] یا نابه‌جایی[3]، ج) نقص صفحه‌ای[4]، د) نقص حجمی[5] باشد. نقص بر خواص الکترونیکی و الکترونیک نوری قطعه تأثیرگذار است و تا حد امکان سعی می‌شود که از وجود نقص در داخل کریستال جلوگیری شود.

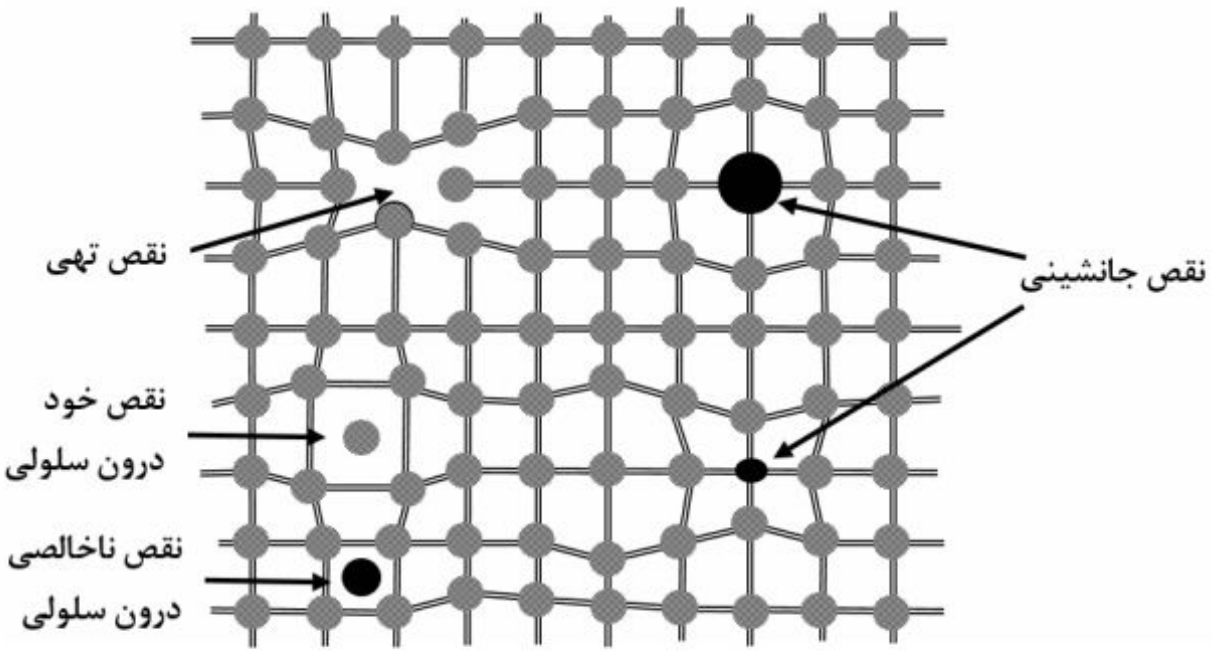
الف) نقص نقطه‌ای: نقص نقطه‌ای متناوب بودن شبکه را تنها در یک یا چند سلول واحد تحت تأثیر قرارمی‌دهد. چند نمونهٔ مهم از نقص نقطه‌ای در شکل ۴-۱۲ در یک ساختار کریستالی دو بعدی نشان داده شده است. یک نقص مهم در ساختار کریستال‌های ترکیبی مانند *GaAs* به این صورت شکل می‌گیرد که یکی از اتم‌ها؛ به‌عنوان مثال *Ga*، به جای اینکه در زیرشبکهٔ گالیم جای گیرد، در زیرشبکهٔ آرسنایدقرارمی‌گیرد. از دیگر نقص‌های نقطه‌ای، نقص درون سلولی است که در آن مطابق شکل ۴-۱۲، یک اتم داخل سلول قرارگرفته است. ممکن است این اتم، هم‌جنس اتم‌های شبکه باشد (نقص خود درون سلولی[6]) یا اینکه اتم، ناخالصی (ناخالصی درون سلولی) داشته باشد. نقص جانشینی نیز در ساختار شکل ۴-۱۲ نشان داده شده است که در آن یک اتم ناخالصی در محل اتم‌های ساختار قرارگرفته است. شعاع اتمی اتم ناخالصی ممکن است طبق شکل بزرگ‌تر و یا کوچک‌تر از شعاع اتمی اتم‌های میزبان در ساختار باشد و بدین ترتیب تناوب شبکه دستخوش تغییر می‌شود. نقص تهی‌جا[7] از جمله دیگر نقص‌های ساختار کریستالی است که در آن، مطابق شکل محل یک اتم در شبکه خالی از اتم است.

ب) نقص خطی: این نقص که به نقص نابجایی نیز خوانده می‌شود، شامل تعداد زیادی مکان‌های اتمی است که می‌توانند با یک خط به هم اتصال یابند؛ به‌عنوان مثال در شکل ۴-۱۳ اتم‌های اضافی نیم‌صفحه در کریستال وارد و یا خارج شده است. این دسته نابه‌جایی‌ها را نابه‌جایی لبه‌ای می‌نامند. نابه‌جایی‌ها همچنین در اثر لغزش در کریستال به‌وجود می‌آیند، به‌گونه‌ای‌که بخشی از پیوندهای اتمی کریستال شکسته می‌شوند و پس از لغزش دوباره پیوندهای اتمی شکل می‌گیرند. این نقص معمولاً در فرایند رشد یک کریستال بر کریستال دیگر به‌وجود می‌آید. در ادوات الکترونیک نوری، نابه‌جایی دارای آثار مخرب در عملکرد قطعه است. طبق شکل ۴-۱۳، لایهٔ کریستال ۱ بر لایهٔ کریستالی ۲ می‌لغزد؛ درنتیجه تعدادی از

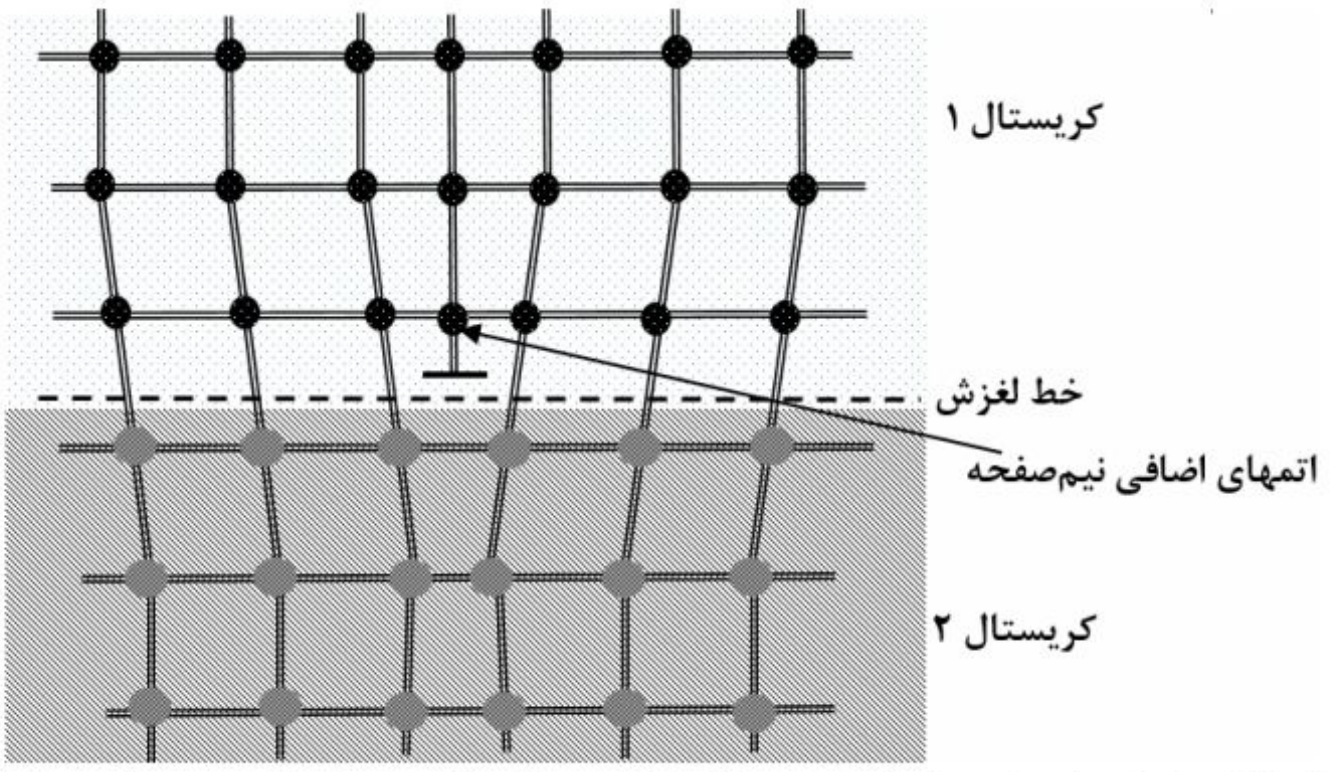
---

[1] Point Defect
[2] Line Defect
[3] Dislocation
[4] Planar Defect
[5] Volume Defect
[6] Self-Interstitial
[7] Vacancy

پیوندها در دو لایهٔ کریستالی گسسته می‌شوند، پس از لغزش، با برقراری پیوند مجدد، یک ردیف از نابه‌جایی‌ها در کریستال برآیند شکل می‌گیرد.



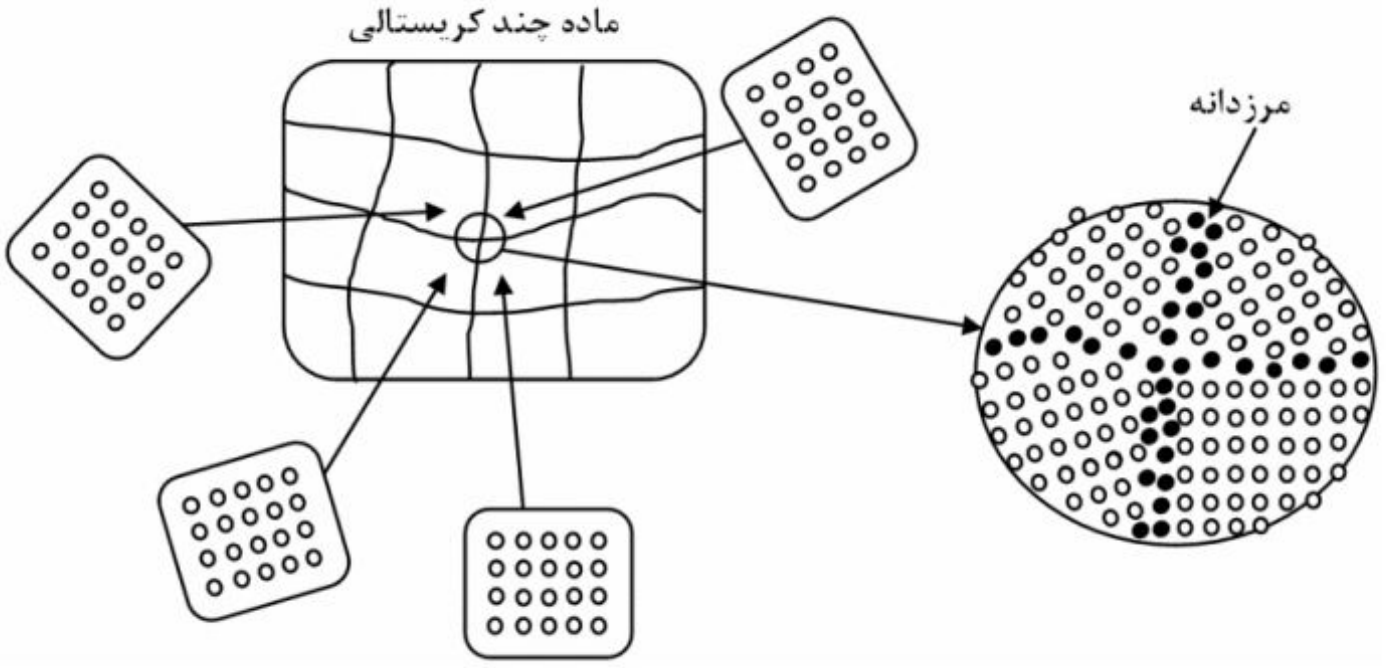
شکل ۴-۱۲: چند نمونه مهم از نقص‌های نقطه‌ای در یک شبکه کریستالی دو بعدی. ناخالصی با دایره‌های توپر نشان داده شده‌اند. اقتباس شده از [۱۴].



شکل ۴-۱۳: نمایشی از نقص نابجایی در ساختار کریستالی. اتم‌های اضافی نیم‌صفحه دارای یک پیوند ناقص هستند. اقتباس شده از [۱۴].

ج) نقص صفحه‌ای: این نوع از نقص‌ها در مواد یک کریستالی حائز اهمیت نیستند و بیشتر در مواد چند کریستالی مورد توجه قرارمی‌گیرند؛ به‌عنوان مثال اگر کریستال سیلیکون بر

بستر شیشه رشد داده شود، یک پلی کریستال سیلیکون حاصل می‌شود. در پلی کریستال سیلیکون، نواحی کوچکی از سیلیکون (در حد چند میکرون) کاملاً کریستالی هستند، اما در مجاورت ریز کریستال‌هایی[1] با سمت‌گیری متفاوت قرار دارند. فصل مشترک این ریزکریستال‌ها مرزدانه[2] نامیده می‌شود. درواقع مرزدانه‌ها کریستال‌های با سمت‌گیری‌های متفاوت را از هم جدا می‌کنند. مرزدانه‌ها را می‌توان آرایه‌ای از نابه‌جایی‌ها تصور کرد. آرایش اتم‌ها در مرزدانه‌ها، کریستالی نیست. اندازهٔ مرزدانه‌ها از $1\ \text{Å}$ تا $1\ mm$ تغییر می‌کند. در شکل ۴-۱۴، مرزدانه‌های ایجادشده در یک مادهٔ چند کریستالی نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۴: مرزدانه ایجاد شده در ماده چند کریستالی.

د) نقص حجمی: نقص حجمی زمانی ایجاد می‌شود که رشد کریستال ضعیف باشد. ممکن است در حین رشد کریستال، نواحی‌ای از ماده بی‌شکل و یا خالی به‌وجود آید. با توجه به فن‌آوری ساخت ادوات الکترونیک نوری مدرن، چنین نقصی در ساختار کریستالی ایجاد نخواهد شد.

۴-۶. ساختارهای ناهمگون تحت تنش[3]

در فرآیند لایه‌نشانی، لایهٔ رشدیافته بر زیرلایه ممکن است دارای ثابت شبکه متفاوت با کریستال زیرلایه باشد. این لایه‌نشانی، لایه‌نشانی تنشی[4] نامیده می‌شود و در حوزهٔ رشد

---

[1] Microcrystallite
[2] Grain Boundary
[3] Strained Heterostructures
[4] Strained Epitaxy

کریستال، یکی از مسائل مهم به شمار می‌رود. در مطالعهٔ لایه‌نشانی تنشی، ملاحظاتی در نظر گرفته می‌شود:

۱. تنش درون‌ساخته[1]: درشرایط عدم انطباق[2] ثابت شبکهٔ نیمه‌هادی و زیرلایه، اگر ضخامت لایهٔ رشدیافته بسیار نازک باشد، در این لایه یک تنش درون‌ساخته ایجاد می‌شود (که در ادامه با جزئیات توضیح داده می‌شود). تنش درون‌ساخته بر خصوصیات الکترونیکی و الکترونیک نوری ماده تأثیرگذار است و عملکرد مطلوب قطعه را تحت‌الشعاع قرارمی‌دهد.

۲. تولید یک زیرلایهٔ مؤثر[3] : در فن‌آوری ساخت ابزار نیمه‌هادی، نیمه‌هادی‌هایی که به‌عنوان زیرلایه استفاده می‌شوند؛ عبارتنداز: *Si*، *GaAs* و *InP*. همچنین در کاربردهای خاص از کوارتز و یاقوت[4] نیز به‌عنوان زیرلایه استفاده می‌شود. بیشتر نیمه‌هادی‌ها، دارای عدم انطباق در ثابت شبکه با زیرلایه‌های نام‌برده هستند. در پاسخ به این پرسش که چگونه امکان رشد نیمه‌هادی در این زیرلایه‌ها وجود دارد باید گفت که عدم انطباق ثابت شبکهٔ لایهٔ رشد-یافته و زیرلایه سبب ایجاد تعداد زیادی نابه‌جایی در لایهٔ رشدیافته می‌شود و درنهایت لایهٔ رشدیافته، زیرلایهٔ خودش را به‌وجود می‌آورد؛ درنتیجه امکان رشد *GaAs* بر *Si* و *CdTe* بر *GaAs* وجود دارد و امکان مجتمع‌سازی فن‌آوری‌های مختلف نیمه‌هادی بر روی یک ویفر فراهم می‌شود.

با فرض اینکه ثابت شبکهٔ لایهٔ رشدیافته و زیرلایه به‌ترتیب a_L و a_S باشند، تنش بین دو ماده تعیین می‌شود [۱۴]:

$$\varepsilon_{strain} = \frac{a_S - a_L}{a_L} \qquad (۹-۴)$$

در ازای مقادیر کوچک از عدم انطباق شبکه[5] ($\varepsilon_{strain} \sim 0.1\% - 0.2\%$)، مطابق شکل ۴-۱۵، درصورتی‌که $a_L > a_S$ و لایهٔ رشدیافته انعطاف‌پذیر باشد، این لایه در صفحهٔ رشد متراکم می‌شود تا بر زیرلایه منطبق شود. نیروهای کشسان سبب می‌شوند تا ساختار در راستای عمود بر فصل مشترک گسترش یابد. این نوع ساختار را ساختار تحت تنش می‌خوانند؛ ازسوی‌دیگر درشرایطی‌که $a_L < a_S$ و لایهٔ رشدیافته انعطاف‌پذیر باشد، لایهٔ رشدیافته در

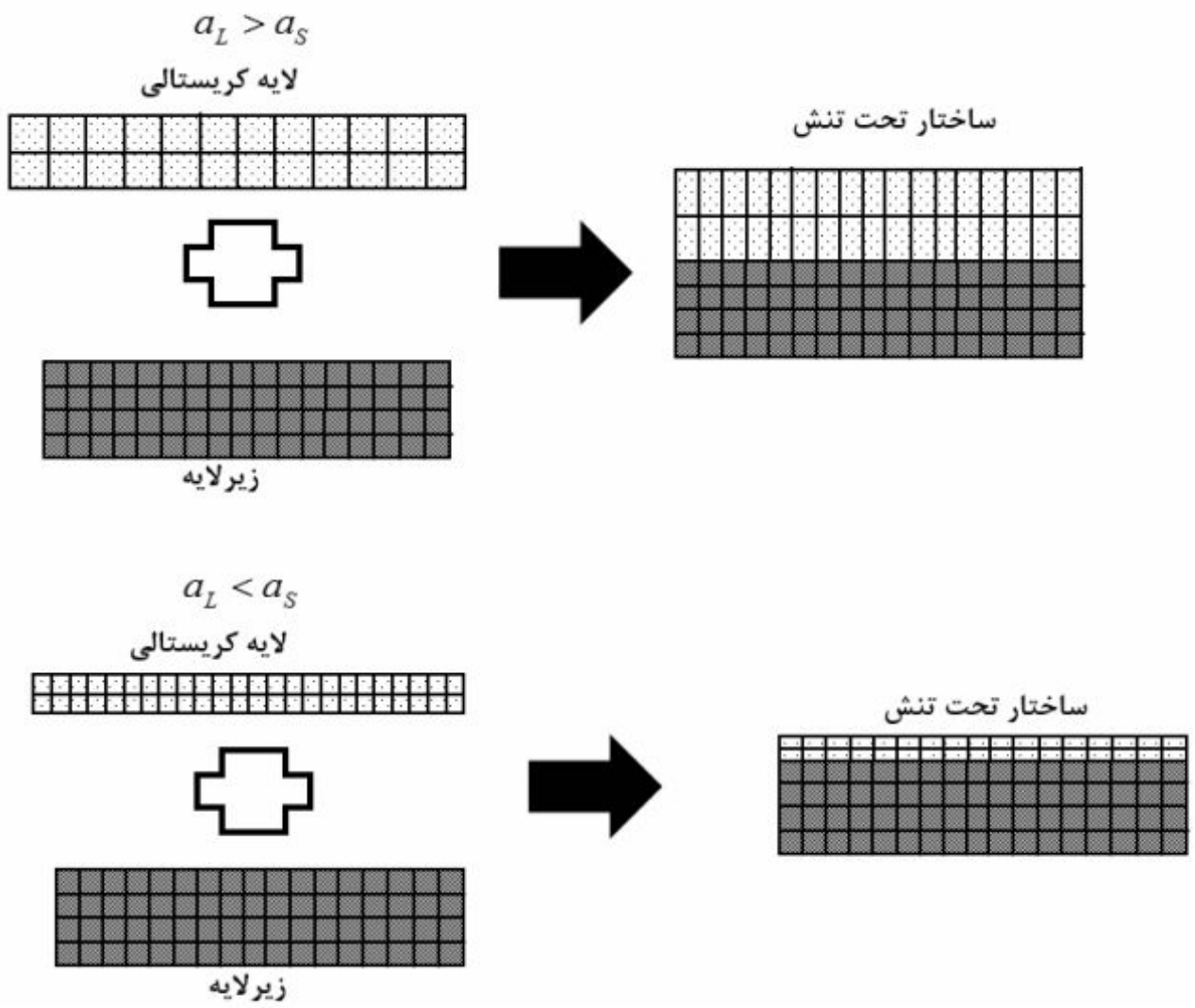
---

[1] Built-in Strain
[2] Mismatched
[3] Effective Substrate
[4] Sapphire (Al_2O_3)
[5] Lattice Mismatch

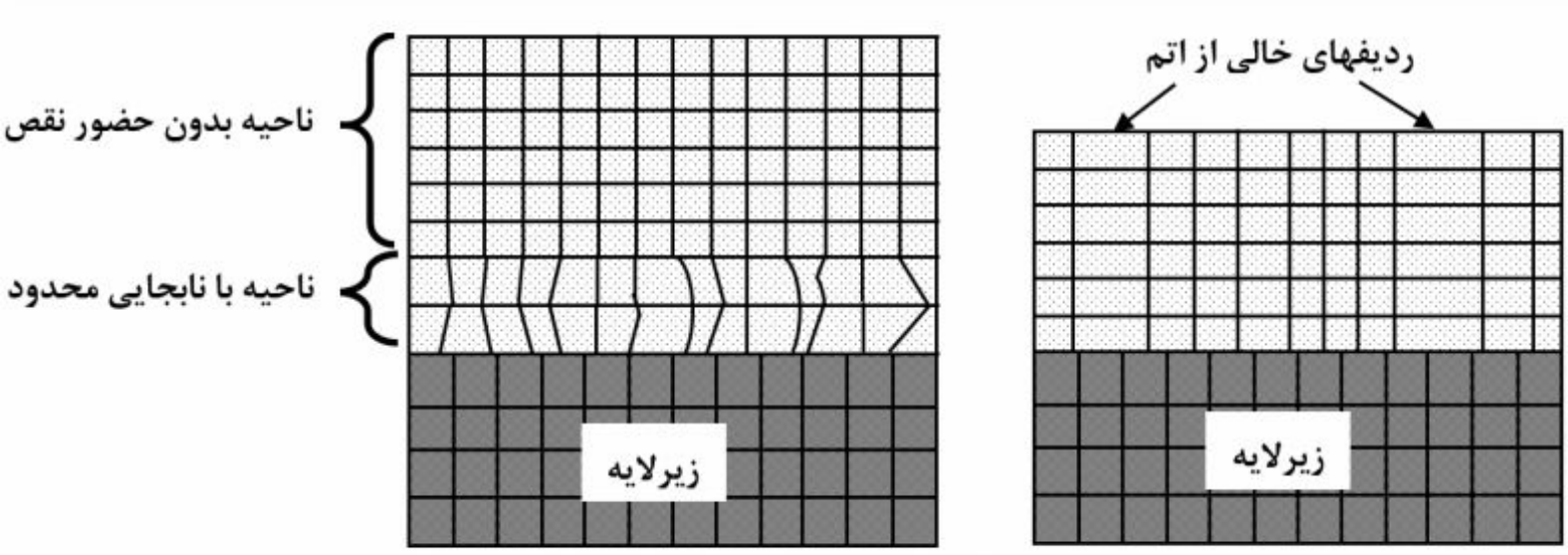
صفحهٔ رشد گسترش می‌یابد و در راستای عمود بر فصل مشترک دو لایه متراکم می‌شود. ایجاد لایهٔ رشدیافتهٔ تحت تنش سبب ایجاد انرژی تنشی سیستم می‌شود. با افزایش ضخامت لایهٔ رشدیافته، تعداد اتم‌های تحت تنش یا پیوندهای اتمی اعوجاج یافته نیز افزایش می‌یابد و درنتیجه بر میزان انرژی تنشی سیستم نیز افزوده می‌شود. درنهایت با بروز نابه‌جایی‌ها در کریستال رشدیافته، انرژی تنشی آزاد می‌شود. این نابه‌جایی‌ها در ضخامت بحرانی d_c، ایجاد می‌شوند که برای ضخامت بحرانی داریم [۱۴]:

$$d_c \cong \frac{a_S}{2|\varepsilon_{strain}|} \qquad (۱۰-۴)$$

درواقع مقدار ضخامت بحرانی لایهٔ رشدیافته، کاملا واضح نیست و به شرایط رشد، شرایط سطح ، سنتیک نابه‌جایی و ... وابسته است؛ باوجوداین هرگاه ضخامت کریستال رشدیافته کمتر از ضخامت بحرانی باشد، لایهٔ رشدیافته تحت تنش قرار می‌گیرد و نابه‌جایی در این لایه وجود نخواهد داشت. نابه‌جایی‌هایی لایهٔ رشدیافته در ازای ضخامت بزرگ‌تر از ضخامت بحرانی لایهٔ رشدیافته ایجاد می‌شود و این لایه پس از نابه‌جایی‌ها، بدون تنش با ثابت شبکه اصلی خود رشد می‌یابد؛ درنتیجه امکان تولید زیرلایهٔ مؤثر جدید به‌منظور رشد مواد جدید در ادوات الکترونیک نوری و الکترونیکی فراهم می‌شود. در این کاربردها، باید از این موضوع اطمینان حاصل کرد که مطابق با آنچه در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است، نابه‌جایی‌های ایجادشده در مرز مشترک لایهٔ رشدیافته و زیرلایه، نباید به داخل لایهٔ رشدیافته نفوذ کرده باشد. در شکل ۴-۱۶ (سمت چپ) نابه‌جایی‌ها در کریستال رشدیافته در نزدیکی فصل مشترک لایهٔ رشدیافته و زیرلایه محدود شده‌اند و از این ساختار می‌توان به‌عنوان زیرلایه استفاده کرد. در شکل سمت راست نابه‌جایی‌ها به داخل کریستال رشدیافته نفوذ کرده است و ساختار برآیند در الکترونیک نوری بدون استفاده خواهد بود.



شکل ۴-۱۵: نمایی دو بعدی از لایه‌نشانی تحت تنش با ضخامت کمتر از ضخامت بحرانی. اقتباس شده از [۱۴].



شکل ۴-۱۶: لایه‌نشانی تحت تنش با ضخامت بزرگ‌تر از ضخامت بحرانی. اقتباس شده از [۱۴].

مثال ۴-۲: در اثر رشد لایه $Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ بر $GaAs$ مقدار ضخامت بحرانی را تعیین کنید.

حل:

با جاگذاری ثابت شبکهٔ ترکیب سه‌گانهٔ $Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ از مثال ۴-۱ و ثابت شبکهٔ زیرلایه از جدول ۴-۲ در رابطهٔ (۴-۹) برای تنش داریم:

$$\varepsilon_{strain} = \frac{5.653\,(A^{\circ}) - 5.6547\,(A^{\circ})}{5.6547\,(A^{\circ})} = -0.03\%$$

مقدار ضخامت بحرانی از رابطهٔ (۴-۱۰) تعیین می‌شود:

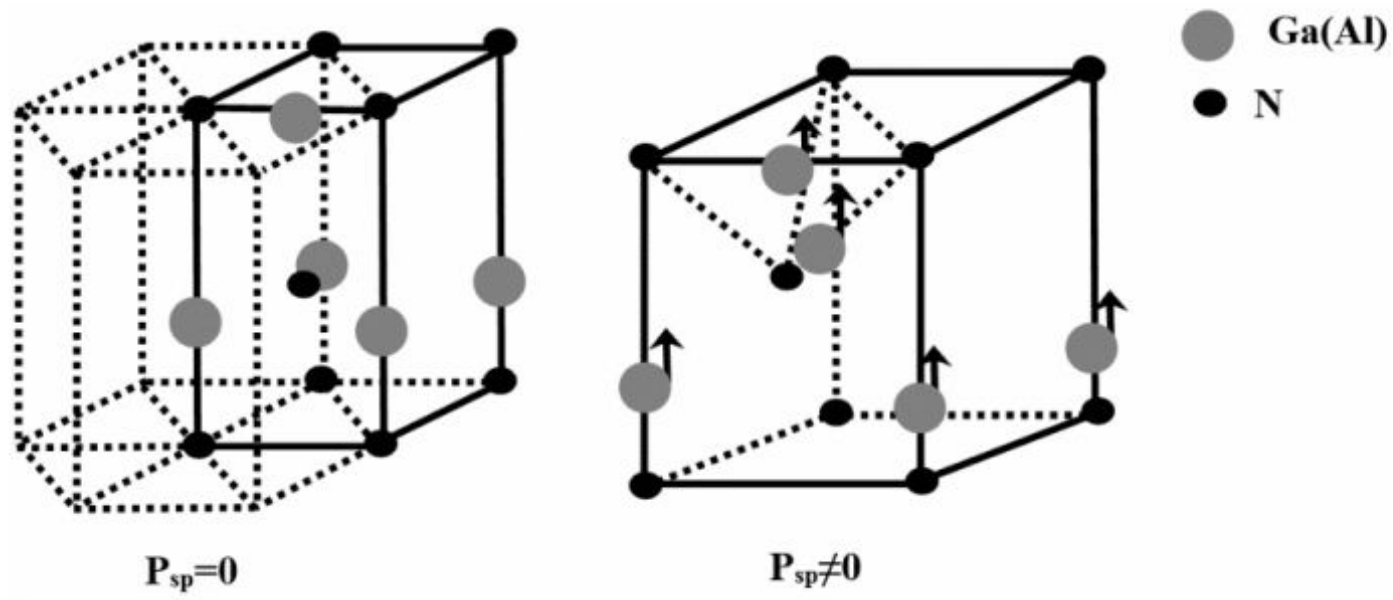
$$d_c \cong \frac{5.653(A^{\circ})}{2\times 0.0003} = 942nm$$

دلیل بزرگ بودن ضخامت بحرانی لایهٔ رشدیافته، عدم انطباق کوچک میان دو ماده است.

۴-۷. مواد قطبی و پلاریزاسیون ماده

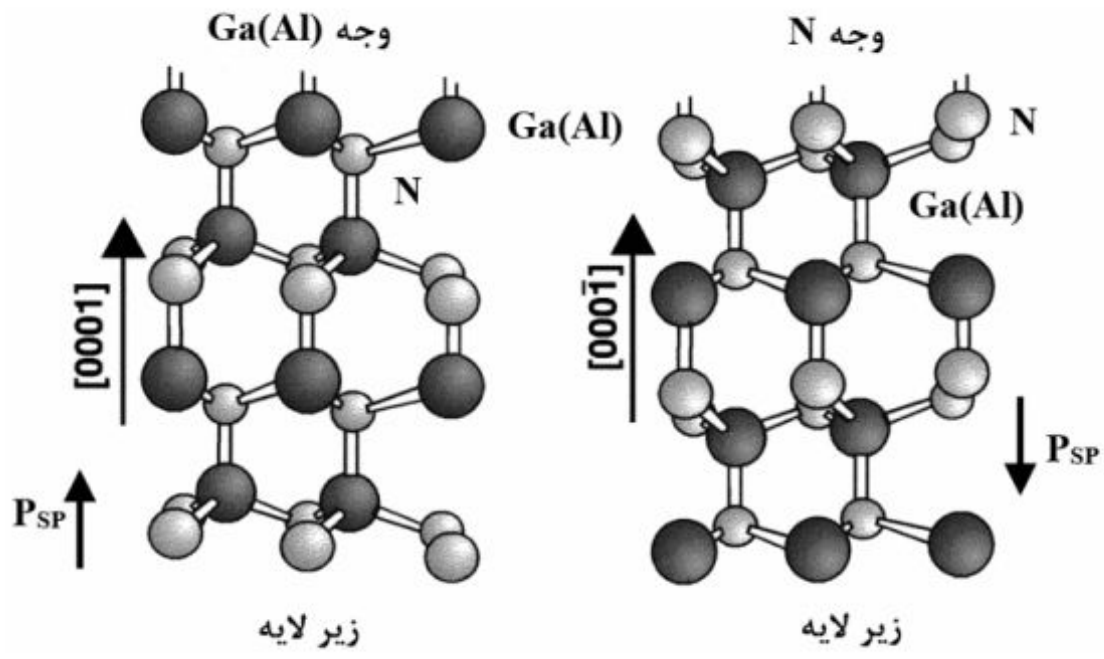
در نیمه‌هادی‌های ترکیبی، جابه‌جایی بار از یک اتم به اتم دیگر سبب تولید کاتیون با بار منفی و آنیون با بار مثبت می‌شود. در شبکه‌های کریستالی *ZB* آنیون‌ها و کاتیون‌های زیرشبکه به گونه‌ای آرایش یافته‌اند که پلاریزاسیون خالص ماده صفر است. در کریستال‌های ورتزیت مانند *InN*، *GaN* و *AlN* آرایش کاتیون و آنیون زیرشبکه‌ها به گونه‌ای است که یک جابه‌جایی نسبی از کریستال ورتزیت ایده‌آل، برای تولید پلاریزاسیون خودبه‌خودی[1] (P_{sp})، وجود دارد. این اثر در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده است.

[1] Spontaneous Polarization



شکل ۴-۱۷: (سمت چپ) ساختار کریستال ورتزیت *Ga(Al)N* ایده‌آل در غیاب جابه‌جایی آنیون و کاتیون در زیرشبکه‌ها. (سمت راست) جابه‌جایی نسبی آنیون و کاتیون‌ها سبب ایجاد پلاریزاسیون خالص می‌شود. اقتباس شده از [۱۴].

لازم به ذکر است که جهت این پلاریزاسیون به‌ترتیبِ قرارگرفتن لایه‌های اتمی وابسته است. در ترکیبات دوگانهٔ ورتزیت *A-B*، ترتیب لایه‌های اتمی متشکل از اتم‌های *A* و *B* در جهت‌های [0001] و [$000\bar{1}$] مطابق شکل ۴-۱۸ عوض می‌شود. طبق شکل ۴-۱۸ در ساختار *Al(Ga)N* با وجه-*Ga(Al)*[1] جهت پلاریزاسیون خودبه‌خودی در جهت [0001] و درصورتی‌که در ساختار با وجه-*N*[2] جهت پلاریزاسیون در جهت [$000\bar{1}$] است.



شکل ۴-۱۸: پلاریزاسیون خودبه‌خودی و پیزوالکتریک در ساختار *Al(Ga)N* با وجه-*Ga(Al)* و وجه-N . اقتباس شده از [۲۱].

[1] Ga(Al)-Face [2] N-Face

برای پلاریزاسیون خودبه‌خودی در آلیاژ $Al_xGa_{1-x}N$ داریم [۲۲]:

$$P_{SP,Al_xGa_{1-x}N} = -0.090\,x - 0.034(1-x) + 0.021\,x(1-x)(C/m^2) \qquad (۱۱-۴)$$

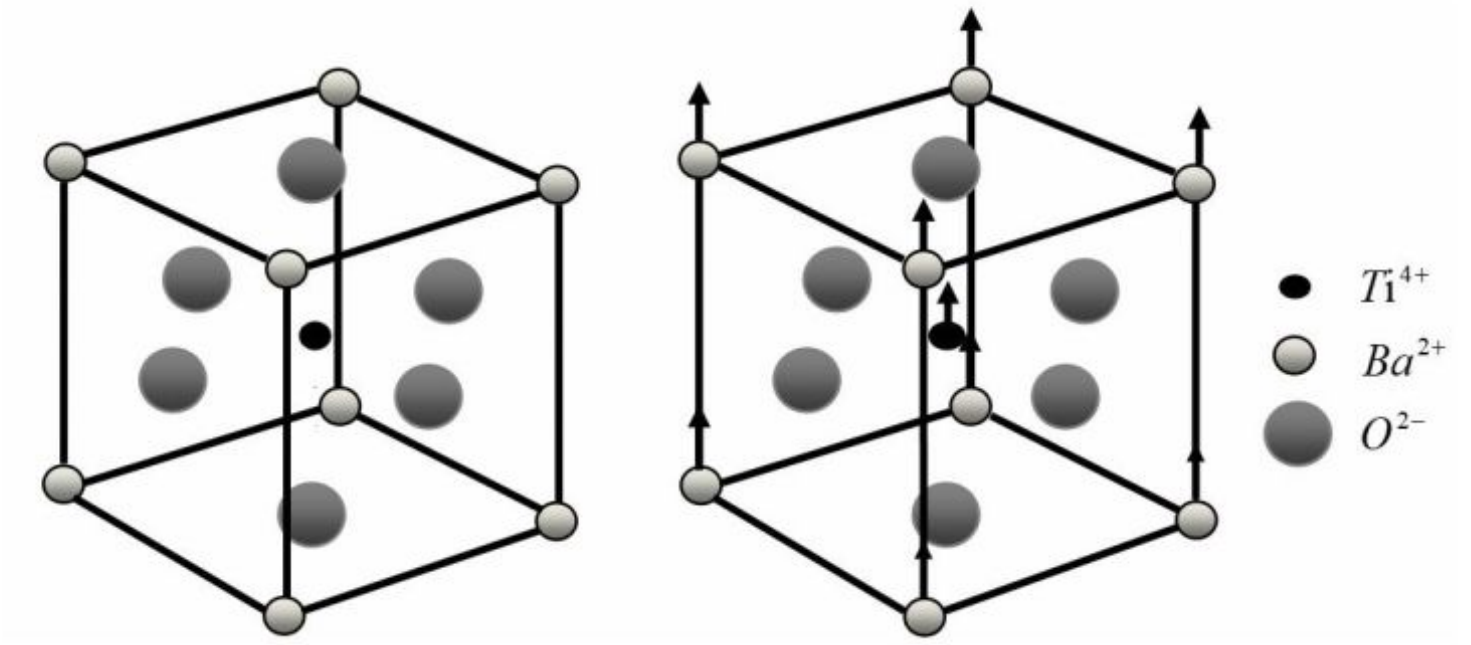
افزون‌بر پلاریزاسیون خودبه‌خودی، دو پدیدهٔ دیگر نیز عامل پلاریزاسیون ماده می‌شوند: نخستین پدیده تنش است که سبب جابه‌جایی نسبی آنیون و کاتیون در زیرشبکه‌ها می‌شود و یک پلاریزاسیون خالص ایجاد می‌کند، این اثر پیزوالکتریک[۱] خوانده می‌شود. پلاریزاسیون پیزوالکتریک (P_{PE}) در ساختار $AlGaN$ با وجه-$Ga(Al)$ خلاف جهت پلاریزاسیون خودبه‌خودی و با وجه-N هم جهت پلاریزاسیون خودبه‌خودی است.

پدیدهٔ دوم در مواد فروالکتریک دیده می‌شود. مواد فروالکتریک به دسته‌ای از مواد اطلاق می‌شود که حتی در غیاب میدان الکتریکی اعمالی، می‌توانند دارای ممان دوقطبی[۲] غیر صفر باشند. در مواد فروالکتریک، اعمال یک میدان الکتریکی، پلاریزاسیون ماده را تحت تأثیر قرارمی‌دهد. پلاریزاسیون در مواد نیتریدی، پس از رشد کریستال دستخوش تغییر نمی‌شود، اما در مواد فروالکتریک، اعمال میدان الکتریکی، کریستال را از لحاظ فیزیکی تغییر می‌دهد و پلاریزاسیون را نیز تحت تأثیر قرارمی‌دهد. کریستال‌های فروالکتریک به دو دستهٔ اختلال نظم[۳] و جابه‌جایی[۴] تقسیم می‌شوند. در نوع اختلال نظم، اثر فروالکتریک با نظم دوقطبی‌های الکتریکی در اثر اعمال میدان الکتریکی همراه است. در نوع جابه‌جایی، یک زیرشبکه درخلاف جهت دیگری جابه‌جا می‌شود و به این دلیل جابه‌جایی خالص در ساختار یک پلاریزاسیون خالص ایجاد می‌شود؛ به‌عنوان مثال در شکل ۴-۱۹، پلاریزاسیون خالص با جابه‌جایی یون‌های مثبت نسبت به یون‌های منفی در کریستال پروسکایت و تحریف شبکهٔ کریستالی به‌وجود می‌آید. در ساختار مکعبی کریستال، اتم‌های Ba^{2+} در گوشه‌های مکعب و اتم‌های O^{2-} در وجه‌های مکعب قراردارند. اتم Ti^{4+} نیز در مرکز مکعب جای گرفته است. در دمای کمتر از دمای کوری[۵] (فروالکتریسیته[۶] یک ماده در بالاتر از دمای کوری از بین می‌رود.)، یون‌های مثبت نسبت به یون‌های منفی جابه‌جا و یک ممان دوقطبی خالص در ساختار ایجاد می‌شود. یون‌های منفی ممکن است به سمت پایین اندکی جابه‌جا شوند.

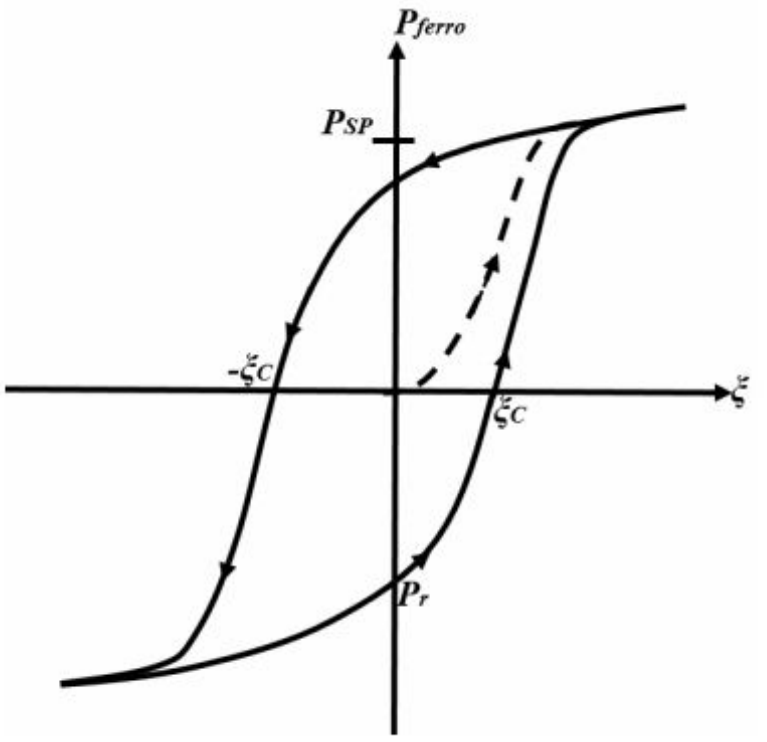
---

[1] Piezoelectric Effect
[2] Dipole Momentum
[3] Order-Distorted
[4] Displacive
[5] Curie
[6] Ferroelectricity

پلاریزاسیون در یک مادهٔ فروالکتریک برحسب میدان الکتریکی در شکل ۴-۲۰ نشان داده شده است. پلاریزاسیون مادهٔ فروالکتریک تنها به میدان اعمالی وابسته نیست، بلکه به پیشینهٔ ماده نیز وابسته است.



شکل ۴-۱۹: پلاریزاسیون خالص ناشی از جابه‌جایی یون‌های مثبت نسبت به یون‌های منفی در کریستال پروسکایت و تحریف شبکهٔ کریستالی. ساختار کریستالی باریم تیتانید بدون جابه‌جایی یون‌های مثبت در ساختار(سمت چپ). اثر فروالکتریک ناشی از جابه‌جایی یون‌های مثبت نسبت به یون‌های منفی (سمت راست). اقتباس شده از [۱۴].



شکل ۴-۲۰: حلقه هسیترزیس پلاریزاسیون مادهٔ فروالکتریک.

همچنانکه در شکل نشان داده شده است، با افزایش میدان الکتریکی از مقادیر منفی بزرگ

به مقادیر مثبت بزرگ (چرخهٔ رفت) پلاریزاسیون از رابطهٔ (۴-۱۲-۱) پیروی می‌کند [۱۴]:

$$P_{ferro}^{+}(\xi) = P_{SP} \tanh\left(\frac{\xi - \xi_c}{2\delta_{ferro}}\right) \qquad (۴-۱۲-۱)$$

که در آن

$$\delta_{ferro} = \xi_c \left[\ln\left(\frac{1+P_r/P_{SP}}{1-P_r/P_{SP}}\right)\right]^{-1} \qquad (۴-۱۲-۲)$$

کمیّت P_{SP} و P_r به‌ترتیب پلاریزاسیون‌های خودبه‌خودی و پسماند[1] خوانده می‌شوند. با قطع میدان الکتریکی، پلاریزاسیون ماده صفر نخواهد بود و یک پلاریزاسیون پسماند در ماده وجود دارد. پلاریزاسیون در میدان الکتریکی ξ_c، تغییر علامت می‌دهد. در حلقهٔ منفی میدان داریم:

$$P_{ferro}^{-}(\xi) = -P_{ferro}^{+}(-\xi) \qquad (۴-۱۳)$$

درصورتی‌که میدان ξ_c بسیار بزرگ باشد، میدان‌های معمولی قادر به تغییر پلاریزاسیون نخواهند بود و پلاریزاسیون در P_{SP} و یا $-P_{SP}$ ثابت می‌ماند. در جدول ۴-۳ مقادیر دمای کوری و پلاریزاسیون خودبه‌خودی مربوط به چند مادهٔ مختلف سیاهه شده است.

[1] Remnant Polarization

جدول ۴-۳- دمای کوری و پلاریزاسیون خودبه‌خودی تعدادی از مواد فروالکتریک [۱۵] .

مواد فروالکتریک		دمای کوری (^{o}K)	پلاریزاسیون خودبه‌خودی (μCcm^{-2})
KDP	KH_2PO_4	123	4.75
	KH_2AsO_4	97	5.0
Provskites	$BaTiO_3$	408	26.0
	$KNbO_3$	708	30.0
	$PbTiO_3$	765	>50
	$LiTaO_3$	938	50
	$LiNbO_3$	1480	71

۴-۸. رابطهٔ انرژی و اندازهٔ حرکت

بنابر مکانیک موجی، انرژی،E، و مقدار اندازهٔ حرکت الکترون ،p، در فضای آزاد با هم در ارتباط هستند:

$$E = p^2 / 2m_0 = \hbar^2 k^2 / 2m_0 \qquad (۱۴-۴)$$

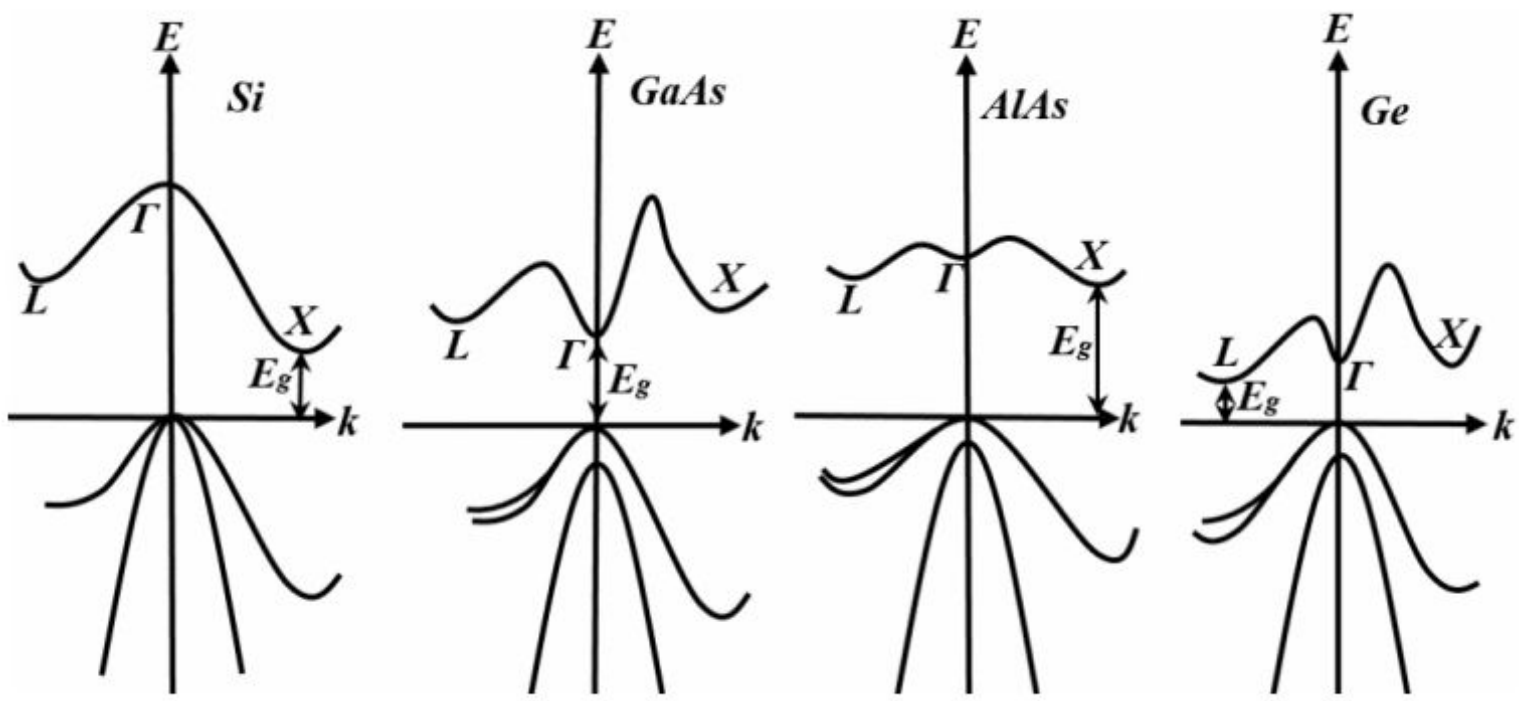
که در آن، عدد موج k اندازهٔ بردار موج ، $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$، و m_0 جرم الکترون است ($m_0=9.11\times10^{-31}\ kg$)؛ بنابراین در فضای آزاد رابطهٔ E-k یک سهمی است. حرکت الکترون در یک نیمه‌هادی با معادلهٔ «شرودینگر» توصیف می‌شود. مقدار پتانسیل در این معادله، پتانسیل ناشی از بارها در شبکهٔ کریستالی متناوب است. حل معادله به نوارهای انرژی منجرمی‌شود، که به‌وسیلهٔ باند ممنوعه از هم جدا شده‌اند. انرژی الکترون‌ها و حفره‌ها در باند هدایت و ظرفیت، به‌صورت دیاگرام E-k، برای چند مادهٔ نیمه‌هادی در جهت‌های متفاوت از کریستال، در شکل ۴-۲۱ نشان داده شده است. انرژی، تابعی متناوب از اندازهٔ بردار موج است. از شکل ۴-۲۱ واضح است که در نزدیکی کف باند هدایت، رابطهٔ E-k با یک سهمی تقریبی این گونه است:

$$E = E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \qquad (۱۵-۴)$$

که در آن، E_C انرژی کف باند هدایت و k از قسمتی که انرژی باند هدایت به کمترین مقدار خود می‌رسد، اندازه‌گیری می‌شود. براساس رابطهٔ داده‌شده، رفتار الکترون در نزدیکی کف باند هدایت، مشابه یک الکترون در فضای آزاد با جرم m_e^* است، که m_e^* جرم مؤثر الکترون خوانده می‌شود. درواقع تأثیر یون‌های شبکه بر حرکت الکترون‌های شبکه در جرم مؤثر m_e^* لحاظ شده است. به‌صورت مشابه برای انرژی در نزدیکی سقف باند ظرفیت می‌توان نوشت:

$$E = E_V - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \qquad (۱۶-۴)$$

که در آن، E_V انرژی سقف باند ظرفیت است و m_h^* جرم مؤثر حفره در شبکهٔ کریستالی است. در نیمه‌هادی با گاف انرژی E_g، $E_V = E_C - E_g$. اثر یون‌ها در شبکهٔ کریستالی بر حرکت حفره در باند ظرفیت در جرم مؤثر حفره لحاظ می‌شود.



شکل ۴-۲۱: دیاگرام E-k، برای چند مادهٔ نیمه‌هادی.

۴-۸-۱. نیمه‌هادی‌های مستقیم و غیرمستقیم

به نیمه‌هادی‌هایی که در آن عدد موج مربوط به کمترین مقدار انرژی باند هدایت و بیشینهٔ مقدار انرژی باند ظرفیت، یکسان است، نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم یا نیمه‌هادی‌های مستقیم می‌گویند. مطابق شکل ۴-۲۱، $GaAs$ یک نیمه‌هادی‌های مستقیم است؛ به بیان دیگر در نیمه‌هادی‌های مستقیم کمترین مقدار انرژی مربوط به دره Γ است. در نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم، اعداد موج مربوط به انرژی کف باند هدایت و سقف باند ظرفیت با هم تفاوت دارند. مطابق شکل ۴-۲۱، نیمه‌هادی‌هایی از قبیل Si، Ge و $AlAs$ نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم هستند و کمترین مقدار انرژی مطابق شکل مربوط به دره X (Si و$AlAs$) و یا L (Ge) است. آلیاژ $Al_xGa_{1-x}As$، که ترکیبی از یک نیمه‌هادی مستقیم ،$GaAs$ و یک نیمه‌هادی غیرمستقیم ،$AlAs$، است، در ازای مقادیر کوچک از x، $0 \le x \le 0.45$، یک نیمه‌هادی مستقیم و برای مقادیر بزرگ‌تر، $0.45 < x \le 1$، یک نیمه‌هادی غیرمستقیم است، درحالیکه ترکیب چهارگانه، $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ در تمام بازه $0 \le y \le 1$ و $x=0.47y$ یک نیمه‌هادی مستقیم است. در شکل ۴-۲۲، لبهٔ باند هدایت آلیاژ $Al_xGa_{1-x}As$ در ازای مقادیر متفاوت از درصد مولی اتم‌های آلومینیوم، نشان داده شده است.

مطابق شکل، در ازای $0 \le x \le 0.45$ یک نیمه‌هادی مستقیم حاصل می‌شود و دره Γ کمترین مقدار انرژی را دارد. انرژی دره L از دره Γ بیشتر است و بیشترین مقدار انرژی مربوط به دره X است. در این شرایط انرژی دره Γ برحسب درصد مولی آلومینیوم برابراست با [۲۳]:

$$E_g^{\Gamma}(x) = 1.424 + 1.247\,x \qquad (۱-۱۷-۴)$$

برای مقادیر بزرگ‌تر از درصد مولی، $0.45 < x \le 1$، نیمه‌هادی با گاف انرژی غیرمستقیم به‌دست می‌آید. همان‌گونه‌که در شکل واضح است، دراین‌حالت درهٔ X کمترین مقدار انرژی و درهٔ Γ بیشترین مقدار انرژی را بین سه دره دارد. دقت شود با افزایش درصد مولی آلومینیوم، گاف انرژی آلیاژ بزرگ‌تر می‌شود. دراین‌شرایط برای انرژی دره Γ برحسب درصد مولی اتم‌های آلومینیوم داریم[۲۳]:

$$E_g^{\Gamma}(x) = 1.424 + 1.247x + 1.147(x - 0.45)^2 \qquad (۲-۱۷-۴)$$

در هر دو حالت (نیمه‌هادی مستقیم و غیرمستقیم) انرژی دره‌های L و X برحسب درصد مولی اتم‌های آلومینیوم محاسبه می‌شوند [۲۳]:

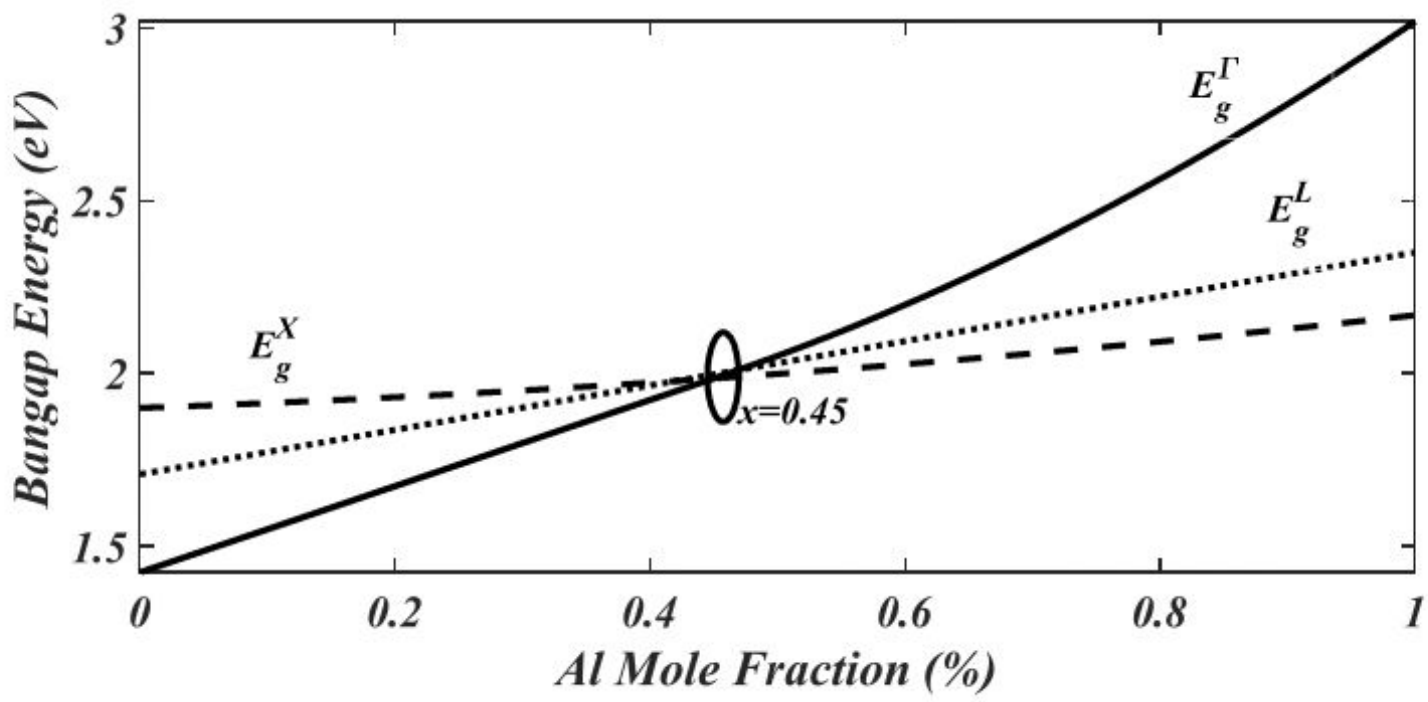
$$E_g^L(x) = 1.708 + 0.642x \quad (۱-۱۸-۴)$$

$$E_g^X(x) = 1.900 + 0.125x + 0.143x^2 \quad (۲-۱۸-۴)$$

گاف انرژی ترکیب نیمه‌هادی سه‌گانه $A_xB_{1-x}C$ از قانون «ویگارد» محاسبه می‌شود [۲۴]:

$$E_g^{ABC} = xE_g^{AC} + (1-x)E_g^{BC} - b_C x(1-x) \quad (۱۹-۴)$$

در رابطهٔ داده‌شده، b_C پارامتر انحنا[1] نامیده می‌شود. گاف انرژی برای تعدادی از مواد نیمه‌هادی کاربردی در الکترونیک نوری در جدول ۴-۴ آمده است.



شکل ۴-۲۲- انرژی لبه باند هدایت آلیاژ $Al_xGa_{1-x}As$ در ازای مقادیر متفاوت از درصد مولی اتم‌های آلومینیوم.

[1] Bowing Parameters

جدول ۴-۴- گاف انرژی برای تعدادی از مواد نیمه‌هادی کاربردی در الکترونیک نوری [۲۰و ۲۵].

نیمه‌هادی	$E_g\,(eV)$	نیمه‌هادی	$E_g\,(eV)$
C	*5.50*	*InAs*	*0.359*
Si	*1.12*	*InP*	*1.35*
Ge	*0.6657*	*GaN*	*3.42*
GaAs	*1.43*	*AlN*	*6.25*
AlAs	*2.15*	*InN*	*0.77*
GaP	*2.261*	*ZnO*	*3.45*
GaSb	*0.72*	*InSb*	*0.17*

مثال ۴-۳: گاف انرژی نیمه‌هادی $Al_{0.5}In_{0.5}N$ برابر با $2.712eV$ است [۲۵]. مقدار پارامتر انحنا گاف انرژی را محاسبه کنید.

حل:

با توجه به گاف انرژی نیمه‌هادی‌های AlN و InN و استفاده از رابطهٔ (۴-۱۹) داریم:

$$E_g^{Al_{0.5}In_{0.5}N} = 0.5\times 6.25(eV) + 0.5\times 0.77(eV) - b_C\times 0.25 = 2.712(eV)$$
$$\Rightarrow b_C = 3.192(eV)$$

در شکل ۴-۲۳ و ۴-۲۴، گاف انرژی و طول موج گاف انرژی برخی از نیمه‌هادی برحسب ثابت شبکه نشان داده شده است. در این شکل‌ها، طول موج گاف انرژی نیمه‌هادی ،λ_g عبارت‌است از طول موج فضای آزاد یک فوتون، که دارای انرژی برابر با گاف انرژی باند ممنوعهٔ نیمه‌هادی است: $\lambda_g=hc/E_g$ خطوط ممتد و خط چین‌ها به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ نیمه‌هادی‌های مستقیم و نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم هستند.

مثال ۴-۴: طول موج گاف انرژی نیمه‌هادی $Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ را تعیین کنید.

حل:

از رابطهٔ داده‌شده (۴-۱۷-۱) برای گاف انرژی نیمه‌هادی در ازای $x=0.25$ داریم:

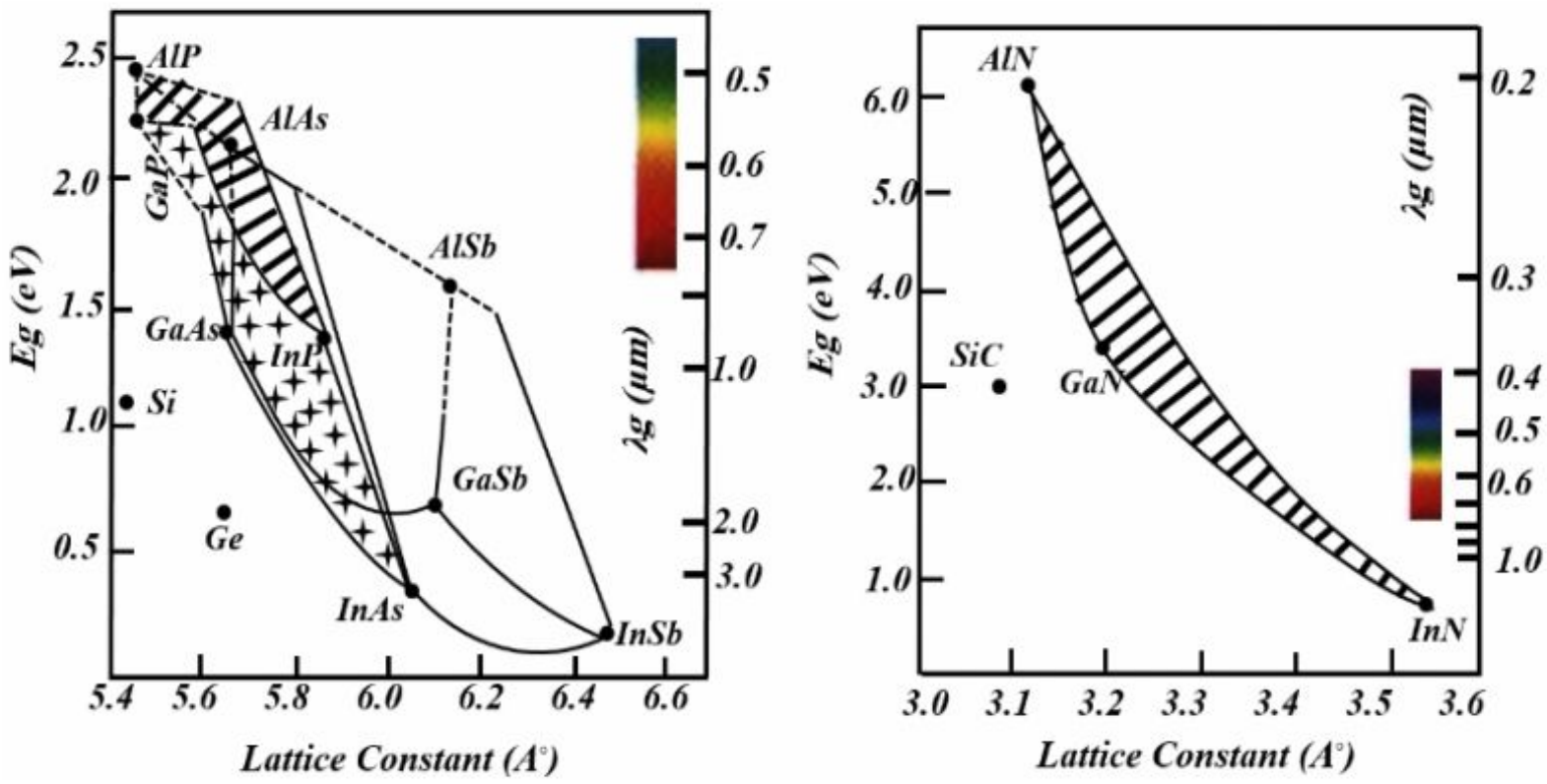
$$E_g = 1.424 + 1.247\times 0.25 = 1.7357\ (eV)$$

طول موج گاف انرژی برابراست با:

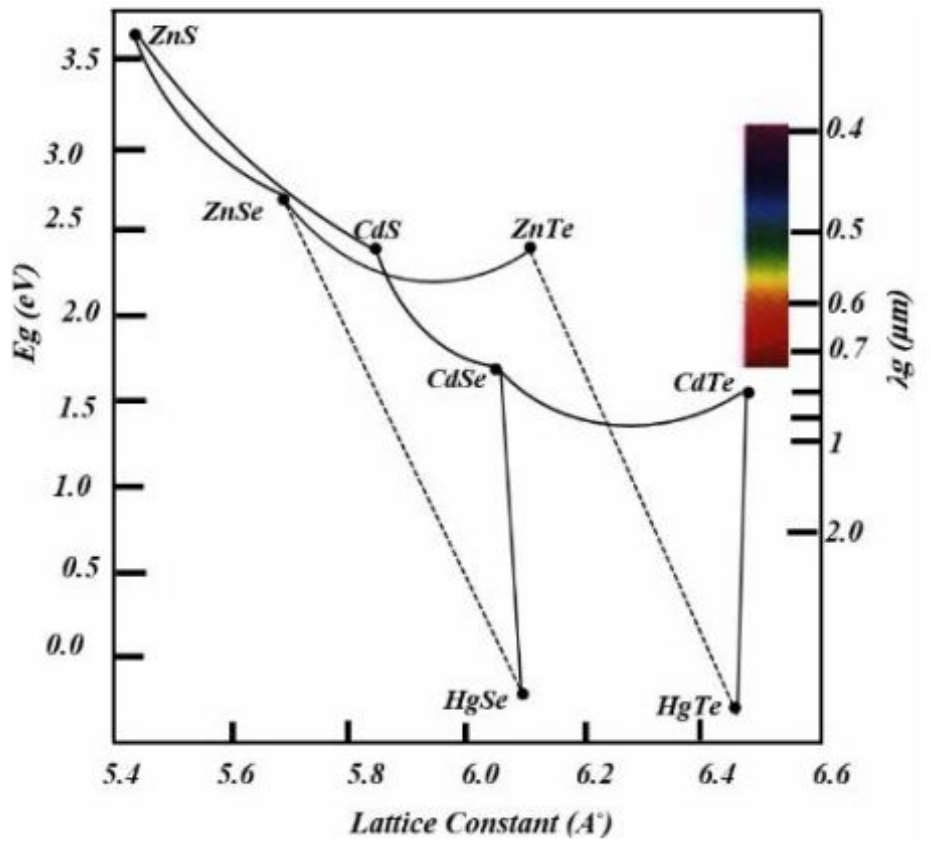
$$\lambda_g = \frac{hc}{E_g} = \frac{1.24\ (eV.\alpha m)}{1.7357\ (eV)} = 714.410\ (nm)$$

گاف انرژی ترکیب چهارگانهٔ $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ برحسب درصدهای مولی بیان می‌شود [۱۹]:

$$E_g(x,y) = 1.35 + 0.668\,x - 1.17\,y + 0.758\,x^2 + 0.18\,y^2 - 0.069\,xy - 0.322\,x^2y + 0.33\,xy^2 \qquad (۲۰-۴)$$



شکل ۴-۲۳- گاف انرژی و طول موج گاف انرژی نیمه‌هادی برحسب ثابت شبکه. خطوط ممتد و خط چین‌ها به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ نیمه‌هادی‌های مستقیم و نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم هستند. اقتباس شده از [۲۴].



شکل ۴-۲۴- گاف انرژی و طول موج گاف انرژی نیمه‌هادی ترکیبی *II-VI* برحسب ثابت شبکه. اقتباس شده از [۲۴].

مثال ۴-۵: طول موج گاف انرژی ترکیب $In_{0.75}Ga_{0.25}As_{0.45}P_{0.55}$ را محاسبه کنید.

حل:

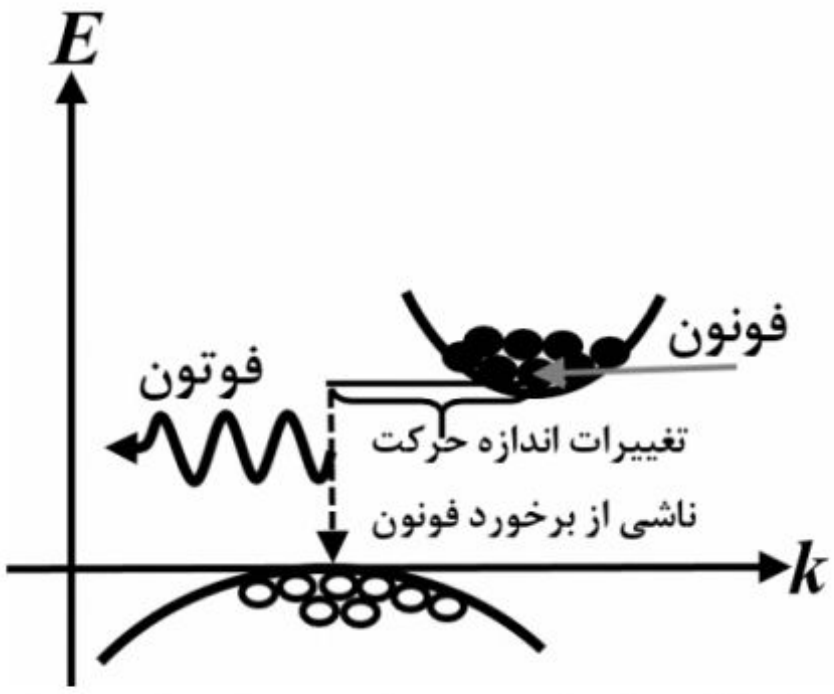
با جاگذاری $x=0.25$ و $y=0.45$ در رابطهٔ (۴-۲۰) مقدار گاف انرژی برابر با $1.074\ eV$ و مقدار طول موج گاف انرژی $1.154\ \mu m$ است.

یک الکترون در نیمه‌هادی مستقیم بدون تغییر یا با اندکی تغییر در عدد موج به نوار ظرفیت گذار می‌کند و این اختلاف، انرژی را به‌صورت فوتون آزاد می‌کند. انرژی فوتون تولیدشده، $E_{ph}=\hbar\omega$، برابراست با:

$$\hbar\omega = E_C - E_V \qquad (۴-۲۱)$$

با توجه به اینکه اندازهٔ حرکت فوتون $p=E_{ph}/c$ کوچک است؛ بنابراین در این گذار، اصل بقای اندازهٔ حرکت نیز برقرار است. مواد نیمه‌هادی مستقیم برای ساخت لیزرها و دیودهای نورگسیل مناسب هستند.

در گذار الکترون از کف باند هدایت به سقف باند ظرفیت در نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم فوتون تولید نمی‌شود و این گذار نیازمند تغییر قابل توجه در مقدار عدد موج است (شکل ۴-۲۱ برای نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم را ببینید). در شکل ۴-۲۵، فرآیند تولید یک فوتون در نیمه‌هادی غیرمستقیم نشان داده شده است. همچنانکه گفته شد، به‌دلیل اینکه فوتون دارای اندازهٔ حرکت کوچک است؛ ازاین‌رو تغییرات اندازهٔ حرکت نمی‌تواند تنها با تولید فوتون همراه باشد؛ زیرا باید اصل بقای اندازهٔ حرکت نیز نقض نشود؛ بدین‌جهت برای تولید فوتون، باید ذره‌ای دیگر به الکترون، مانند شکل ۴-۲۵ برخورد کند تا فوتون ایجاد شود. به ذرهٔ برخوردی فونون[1] می‌گویند. فونون، همان بسته‌های ارتعاشی ساختار شبکه است. در نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم احتمال برخورد فونون به الکترون برای تولید فوتون به صفر میل می‌کند و با احتمال بسیار اندک در گذار الکترون، فونون برخوردی وجود خواهد داشت که به تولید فوتون منجر شود. در گذار الکترون، تغییرات انرژی به‌صورت حرارت به سیستم منتقل می‌شود؛ به همین دلیل است که مواد نیمه‌هادی غیرمستقیم سریع‌تر از مواد نیمه‌هادی مستقیم داغ می‌شود.



شکل ۴-۲۵- تولید فوتون در یک نیمه‌هادی غیرمستقیم.

[1] Phonon

تمرین:

۴-۱. در شبکهٔ شش ضلعی منتظم {0110} بیانگر مجموعه‌ای از کدام صفحات است؟

۴-۲. ثابت شبکهٔ ترکیبات داده‌شده را محاسبه کنید:

$In_{0.45}Ga_{0.55}As$ ،$Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ ،$In_{0.45}Ga_{0.55}N$ و $In_{0.25}Ga_{0.75}As_{0.35}P_{0.65}$

۴-۳. ضخامت بحرانی لایهٔ $Al_{0.15}Ga_{0.85}N$ را بر زیرلایه‌هایی از جنس GaN و AlN تعیین کنید.

۴-۴. طول موج گاف انرژی ترکیبات تمرین ۴-۲ را تعیین کنید.

منابع

[1] H. Chen, M. Galili, P. Verheyen, P. De Heyn, G. Lepage, J. De Coster, S. Balakrishnan, P. Absil, L. Oxenlowe, J. Van Campenhout, G. Roelkens, "100-Gbps RZ Data Reception in 67-GHz Si-Contacted Germanium Waveguide p-i-n Photodetectors," Journal of Lightwave Technology, Vol. 35, Issue: 4, 2017.
[2] G.Z. Mashanovich, C.J. Mitchell, J.S. Penades, A.Z. Khokhar, C.G. Littlejohns, W. Cao, Z. Qu, S. Stankovic, F.Y. Gardes, T.B. Masaud, H.M.H. Chong, V. Mittal, G.S. Murugan, J.S. Wilkinson, A. C. Peacock, M. Nedeljkovic, "Germanium Mid-Infrared Photonic Devices," Journal of Lightwave Technology, Vol. 35 , Issue: 4, 2017.
[3] J. Xing, P. Zhou, Y. Gong, Z. Li, M. Tan, Y. Yu, J. Yu, "Nonblocking4×4Silicon Electro-Optic Switch Matrix With Low Power Consumption," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 27 , Issue: 13, 2015.
[4] L.A. Shiramin, D.V. Thourhout, " Graphene Modulators and Switches Integrated on Silicon and Silicon Nitride Waveguide," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 23 , Issue: 1, 2017.
[5] B. Sensale-Rodriguez, "Graphene-Based Optoelectronics," Journal of Lightwave Technology, Vol. 33, Issue: 5, 2015.
[6] Y. Meng, S.Ye, Y. Shen, Q. Xiao, X. Fu, R. Lu, Y. Liu, M. Gong, "Waveguide Engineering of Graphene Optoelectronics—Modulators and Polarizers," IEEE Photonics Journal, Vol.10 , Issue: 1, 2018.
[7] Y. Xiang, J. Zhu, L. Wu, Q. You, B. Ruan, X. Dai, "Highly Sensitive Terahertz Gas Sensor Based on Surface Plasmon Resonance With Graphene," IEEE Photonics Journal, Vol. 10 , Issue: 1, 2018.
[8] Ehsan Azma, Nassimeh Safavi. Diode Laser Application in Soft Tissue Oral Surgery. J Lasers Med Sci 2013; 4(4):206-11.
[9] Amaral FR, Ferreira MVL, Costa LAP, et al. Use of surgical laser for excision of a neurofibroma associated with neurofibromatosis type-1. *J Lasers Med Sci*. 2018;9(3):219-222.
[10] W. Wang, F. Liu, C.M. Lau, L. Wang, G. Yang, D. Zheng, Z. Li, "Field-effect $BaTiO_3$-Si solar cells," Appl. Phys. Lett. 104, 123901, 2014.
[11] L. Zhang, Y. Shi, S. Peng, J. Liang, Z. Tao, J. Chen, "Dye-sensitized solar cells made from $BaTiO_3$-coated TiO_2 nanoporous electrodes," Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry, Vol. 197, Issues 2–3, 2008.
[12] N. Rajamanickam, K. Jayakumar, K. Ramachandran, "Influence of Mn ion on flower shaped perovskite $BaTiO_3$ nanostructures based dye-sensitized solar cell, Nano-Structures & Nano-Objects, Vol. 9, 2017.
[13] A.U.L.S. Setyadi, Y. Iriani, F. Nurosyid, "Optical Properties and Microstructure of Barium Titanate Thin Film ($BaTiO_3$) for Solar Cell Applications," IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol. 333, Number.1, 2018.
[14] J. Singh, "Electronic and Optoelectronic Properties of Semiconductor Structures," Cambridge University Press, 2003.
[15] C. Kittel, "Introduction to Solid State Physics," 8^{th} ed, Wiley, 2005.

[16] S. M. Sze, and M. K. Lee, "Semiconductor Devices: Physics and Technology," 3rd ed, Wiley, 2013.
[17] M.T. Hoang, J. Yvonnet, A. Mitrushchenkov, and G. Chambaud, "First-principles based multiscale model of piezoelectric nanowires with surface effects," Journal of Applied Physics, 113, 014309, 2013.
[18] R.E. Nahory, M.A. Pollack, W.D. Johnston, and R. L. Barns, "Band gap versus composition and demonstration of Vegard's law for $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ lattice matched to InP," Appl. Phys. Lett. 33, 659, 1978.
[19] G. Keiser, "Optical Fiber Communications," 3rd edition, McGraw Hill, 2000.
[20] S. Adachi, "Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III–V and II–VI Semiconductors," John Wiley & Sons, 2009.
[21] O. Ambacher, J. Smart, J. R. Shealy, N. G. Weimann, K. Chu, M. Murphy,W. J. Schaff, and L. F. Eastman, "Two-dimensional electron gases induced by spontaneous and piezoelectricpolarization charges in N- and Ga-face AlGaN/GaN heterostructures," JOURNAL OF APPLIED PHYSICS, Vol. 85, Number. 6, 1999.
[22] O. Ambacher, J. Majewski, C. Miskys, A. Link, M. Hermann, M. Eickhoff, M. Stutzmann, F. Bernardini, V. Fiorentini, V. Tilak, B. Schaff and L. F. Eastman, "Pyroelectric properties of Al(In)GaN/GaN hetero- and quantum well structures," J. Phys.: Condens. Matter 14, 3399–3434, 2002.
[23] H. C. Casey, Jr., M. B. Panish, "Heterostructure Lasers," Academic Press, 1978.
[24] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, "Fundamentals of Photonics," 2nd edition, Wiley, 2007.
[25] B.T. Liou, S.H. Yen, Y.K. Kuo, "Vegard's law deviation in band gap and bowing parameter of $Al_xIn_{1-x}N$." Appl. Phys. A 81,651-655, 2005.

فصل پنجم
دیود نورگسیل

۵-۱. مقدمه

دیود نورگسیل یک قطعه ساده و درعین‌حال پرکاربرد در الکترونیک نوری است. دیود نورگسیل یک اتصال *p-n* از یک ماده با گاف انرژی مستقیم است که تحت تأثیر بایاس مستقیم قرارمی‌گیرد و نور تولید می‌کند (شرط تولید نور در نیمه‌هادی‌های غیرمستقیم در ادامهٔ مباحث بررسی شده است). دیودهای نورگسیل، که تابش را در باند طول موج مرئی گسیل می‌کنند، به‌صورت گسترده در نمایشگرها مورد استفاده قرارمی‌گیرند. در فن‌آوری نوین، با توجه به اهمیت سیستم‌های مخابرات نوری بی‌سیم مبتنی بر باند طول موج مرئی، دیودهای نورگسیل تابش مرئی در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران قرارگرفته اند. [۱-۳] دیود نورگسیل سفید، با ترکیب تابش نور قرمز، سبز و آبی، به‌واسطهٔ توانایی نوردهی بالا، بازده بزرگ، حجم کوچک و سازگاری خوب با محیط، می‌تواند جایگزینی مناسب برای لامپ‌های فلوئورسانت[1] باشد [۴]. در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری، درشرایطی‌که مسائلی ازجمله توان ورودی بزرگ، سرعت بالا و همدوسی نور ورودی به فیبر اهمیت چندانی ندارد، از دیودهای نورگسیل مادون قرمز به‌دلیل سادگی ساختار نسبت به دیودهای لیزری نیمه‌هادی برای ارسال توان نوری به فیبرهای نوری چندمدی استفاده می‌شود. دیودهای نورگسیل با توان تولید نور فرابنفش در سیستم‌های تصفیهٔ آب و هوا [۵ و ۶]، شناسایی و تشخیص عوامل زیستی و اکسیدها [۷ و ۸]، تجهیزات پزشکی [۹] و سیستم‌های مخابرات نوری فرابنفش

---

[1] Fluorescent Lamps

[۱۰] ادواتی پرکاربرد هستند. امروزه ادوات مبتنی بر دیودهای نورگسیل با تابش طول موج کمتر از *210 nm*، دارای فرکانس مدولاسیون بزرگ، نویز کم و بازده کوانتومی داخلی[1] بالا هستند [۶].

همان‌گونه‌که در فصل دوم اشاره شد، فرآیندهای جذب و گسیل تابش، که نتیجهٔ گذار بین ترازهای انرژی ماده است، با ماهیت ذره‌ای نور توجیه‌پذیر هستند. مکانیزم تولید نور در دیودهای نورگسیل درنتیجهٔ گسیل خودبه‌خودی تابش به‌واسطهٔ بازترکیب زوج الکترون-حفره[2] در اتصال *p-n* است؛ بنابراین در تحلیل دیود نورگسیل، ویژگی ذره‌ای نور مهم است؛ برهمین اساس در ابتدای فصل، فرآیندهای تولید و بازترکیب حامل‌ها و انواع فرآیندهای بازترکیب تابشی و غیرتابشی معرفی شده‌اند. با توجه به مطالب گزارش‌شده در ابتدای فصل، لزوم استفاده از دیودهای نورگسیل، به‌عنوان منبع نوری به‌همراه ساختار داخلی قطعه مورد مطالعه قرارگرفته است. مشخصات نوری و مؤلفه‌های دیود نورگسیل، الگوی تابشی قطعه، طیف گسیل تابش و روش‌هایی که برای بهبود مشخصات قطعه به‌کارگرفته می‌شود، به‌صورت مبسوط تشریح شده‌اند. با توجه به اینکه وجود خازن نفوذی در دیود نورگسیل تحت بایاس مستقیم، نقش مهمی در عملکرد فرکانسی قطعه دارد، پاسخ فرکانسی[3] قطعه نیز مورد تحلیل قرارگرفته است. در پایان فصل، مواد سازندهٔ دیودهای نورگسیل در باندهای طول موجی مختلف به‌همراه کاربردهای مربوط به هر بخش آمده است.

۵-۲. تولید و بازترکیب حامل‌ها

تولید الکترون در باند هدایت و تولید حفره در باند ظرفیت در یک نیمه‌هادی، نتیجهٔ مکانیزم‌هایی از قبیل تحریک گرمایی، تحریک نوری و تزریق جریان است. در شکل ۵-۱ تحریک الکترون از باند ظرفیت به باند هدایت، سبب تولید زوج الکترون- حفره در ساختار می‌شود. همچنین در فرآیندی معکوس به نام بازترکیب، یک الکترون با گذار از باند هدایت به باند ظرفیت، یک حفره را در باند ظرفیت پر می‌کند (شکل ۵-۱ درسمت چپ را ببینید). تعادل حرارتی ایجاب می‌کند که هر تولید با یک بازترکیب همزمان همراه باشد. به‌طورکلی فرآیندهای تولید و بازترکیب به دو دستهٔ تابشی و غیرتابشی تقسیم می‌شوند. گذار تابشی شامل جذب و گسیل فوتون است (شکل ۵-۱، سمت راست). گذارهای غیرتابشی همراه با

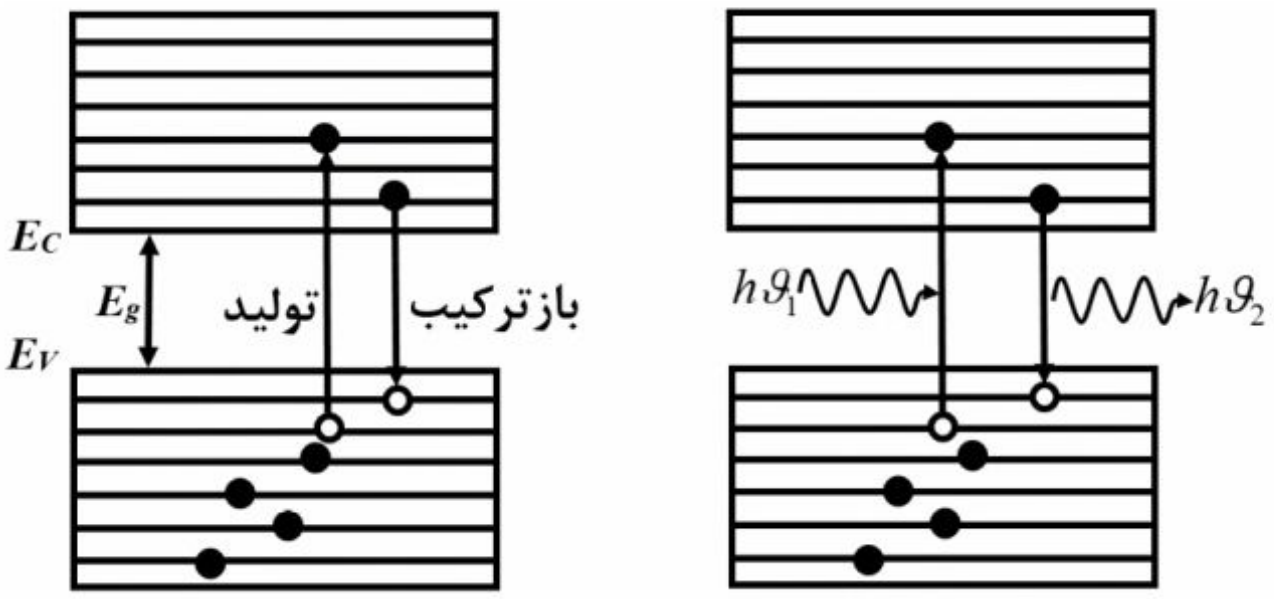
---

[1] Internal Quantum Efficiency

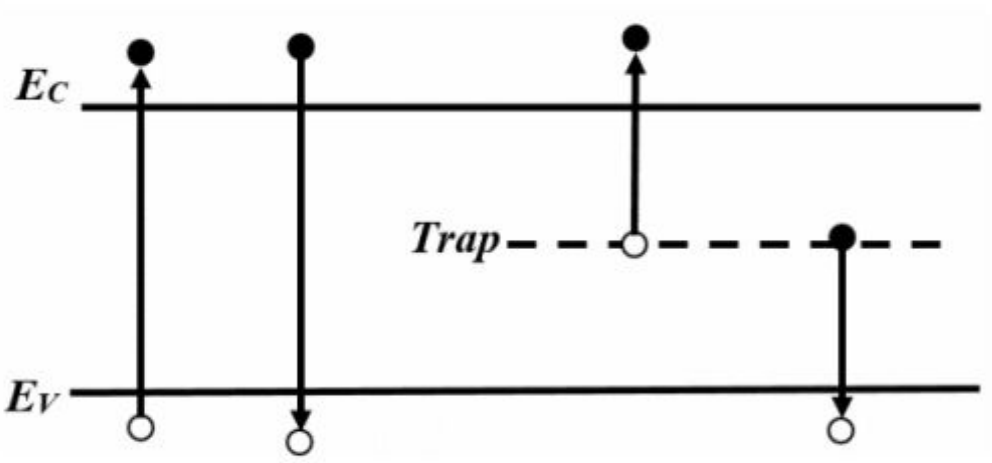
[2] Electron-hole pair

[3] Frequency Response

جذب و گسیل فوتون نیستند. فونون در بازترکیب غیرتابشی تولید می‌شود و یا انرژی تولیدشده از بازترکیب، به الکترون یا حفرهٔ دیگری در ساختار انتقال می‌یابد (فرآیند بازترکیب اوژه[1]). در فرآیند تولید غیرتابشی، زوج الکترون- حفرهٔ تولیدی، نتیجهٔ تحریک گرمایی و یا تزریق جریان است. فرآیندهای تولید- بازترکیب تابشی و غیرتابشی حاصل گذارهای باند به باند (بین باندی[2]) و یا باند به تلهٔ انرژی[3] است. در شکل ۵-۲ این دو گذار نشان داده شده است.



شکل ۵-۱: فرآیندهای تولید و بازترکیب زوج الکترون- حفره (سمت چپ). جذب و گسیل فوتون ناشی از گذارهای تابشی بین باندی (سمت راست).



شکل ۵-۲: تولید و بازترکیب ناشی از گذار بین باندی (دو فرآیند سمت چپ) و گذار باند به تلهٔ انرژی (*Trap*) (دو فرآیند سمت راست).

---

[1] Auger Recombination

[2] Inter-band Transition

[3] Trap

۵-۲-۱. تولید و بازترکیب ناشی از گذار باند به باند

در فرآیند تولید و بازترکیب باند به باند، نرخ بازترکیب الکترون‌ها و حفره‌ها (تعداد الکترون‌ها و حفره‌های بازترکیب‌شده در واحد حجم در واحد زمان) متناسب با غلظت الکترون‌ها و حفره‌های ساختار است [۱۱]:

$$R_n = R_p = Bnp \qquad (۱-۵)$$

که در آن B (cm^3/s)، ضریب بازترکیب دومولکولی[1] و یا ضریب به دام افتادگی[2] خوانده می‌شود و به خصوصیات ماده از قبیل ترکیب، چگالی نقص و دما وابسته است. مقدار این کمیّت برای نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم، از عناصر ترکیبی *III-V* در بازهٔ $10^{-11} - 10^{-9}\ cm^3/s$ متغیر است. همچنین این ضریب تاحدی به میزان ناخالصی در ماده نیز بستگی دارد. با درنظرگرفتن نرخ تولید الکترون‌ها و حفره‌ها (تعداد الکترون‌ها و حفره‌های تولیدی در واحد حجم در واحد زمان) به میزان G می‌توان نوشت:

$$G_n = G_p = G \qquad (۲-۵)$$

بنابراین نرخ خالص بازترکیب برابراست با:

$$R_{rad} = R_n - G_n = R_p - G_p = Bnp - G \qquad (۳-۵)$$

اگر ساختار تحت تأثیر اغتشاش خارجی نظیر تزریق نوری و الکتریکی نباشد؛ درنتیجه در تعادل حرارتی داریم:

$$G = Bn_0 p_0 \qquad (۴-۵)$$

---

[1] Bimolecular Recombination Coefficient

[2] Capture Coefficient

که در آن اندیس صفر بیانگر غلظت حامل‌ها در تعادل حرارتی است و طبق قانون اثر جرم[1] $n_0 p_0 = n_i^2$؛ بنابراین نرخ بازترکیب خالص برابراست با:

$$R_{rad} = Bnp - Bn_0 p_0 \qquad (۵-۵)$$

با فرض اینکه انحراف غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها از حالت تعادل به‌ترتیب برابر با $\varnothing n$ و $\varnothing p$ باشد:

$$n = n_0 + \varnothing n \qquad p = p_0 + \varnothing p \qquad (۶-۵)$$

با توجه به اینکه الکترون‌ها و حفره‌ها به‌صورت زوج تولید و بازترکیب می‌شوند $\varnothing n = \varnothing p$؛ لذا برای نرخ خالص بازترکیب داریم:

$$\begin{aligned} R_{rad} &= B(n_0 + \varnothing n)(p_0 + \varnothing p) - Bn_0 p_0 \\ &= B(n_0 \varnothing n + p_0 \varnothing n + \varnothing n^2) = B\varnothing n(n_0 + p_0 + \varnothing n) \end{aligned} \qquad (۷-۵)$$

با بازنویسی رابطهٔ (۵-۷) :

$$R_{rad} = \frac{\varnothing n}{\tau_{rad}} \qquad (۸-۵)$$

که در آن:

$$\tau_{rad} = \frac{1}{B(n_0 + p_0 + \varnothing n)} \qquad (۹-۵)$$

[1] Law of Mass Action

طول عمر بازترکیب الکترون- حفره تعریف می‌شود [۱۲]. درشرایط تزریق پایین[1]، $\varnothing n << n_0 + p_0$، طول عمر باز ترکیب زوج الکترون- حفره‌های تزریقی برابراست با:

$$\tau_{rad} \oplus \frac{1}{B(n_0 + p_0)} \qquad (۱-۱۰-۵)$$

به‌دلیل اینکه در نیمه‌هادی نوع n، $n_0 >> p_0$، طول عمر بازترکیب با غلظت حامل‌های اکثریت نسبت عکس دارد ($\tau_{rad} \oplus 1/Bn_0$). همچنین برای نیمه‌هادی نوع p، $p_0 >> n_0$ ، طول عمر بازترکیب به‌صورت $\tau_{rad} \oplus 1/Bp_0$، به‌دست می‌آید.

با تزریق بالا[2] از حامل‌های بار ($\varnothing n = \varnothing p >> n_0 + p_0$)، مانند آنچه در لیزرهای نیمه‌هادی در بایاس مستقیم رخ می‌دهد، نرخ خالص بازترکیب عبارت است از:

$$R_{rad} = B\varnothing n(n_0 + p_0 + \varnothing n) \oplus B(\varnothing n^2) \oplus BN^2 \qquad (۲-۱۰-۵)$$

فرآیند بازترکیب حاصل از گذار باند به باند، یک فرآیند تابشی است. همان‌گونه‌که در فصل چهارم توضیح داده شد، در نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم، فرآیند بازترکیب ناشی از گذار باند به باند، به تولید فوتون منجرمی‌شود و در نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی غیرمستقیم، این گذار بیشتر با تولید فونون و گرما همراه است و احتمال گسیل فوتون بسیار کوچک است و به سمت صفر میل می‌کند. در جدول ۵-۱ ضریب بازترکیب دومولکولی تعدادی از نیمه-هادی‌های با گاف انرژی مستقیم و غیرمستقیم در دمای $300\ ^\circ K$ سیاهه شده است. مطابق با جدول، ضریب بازترکیب دومولکولی در نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی غیرمستقیم (Si، Ge و GaP) بسیار کوچک‌تر از ضریب مربوط به نیمه‌هادی‌های مستقیم ($GaAs$، InP و GaN) است. کوچک بودن این ضریب برای نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی غیرمستقیم، نشان‌دهندهٔ کوچک بودن احتمال تولید فوتون در فرآیند بازترکیب حاصل از گذار باند به باند است.

[1] Low Injection
[2] High Injection

جدول ۵-۱: ضریب بازترکیب دومولکولی تعدادی از نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم و غیرمستقیم [۱۳].

نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم	$B\ (cm^3/s)$	نیمه‌هادی با گاف انرژی غیرمستقیم	$B\ (cm^3/s)$
$GaAs$	2×10^{-10}	Si	3.2×10^{-14}
InP	1.2×10^{-10}	Ge	2.8×10^{-13}
GaN	2.2×10^{-10}	GaP	3.9×10^{-13}

۵-۲-۲. تولید و بازترکیب ناشی از گذار باند به تلهٔ انرژی

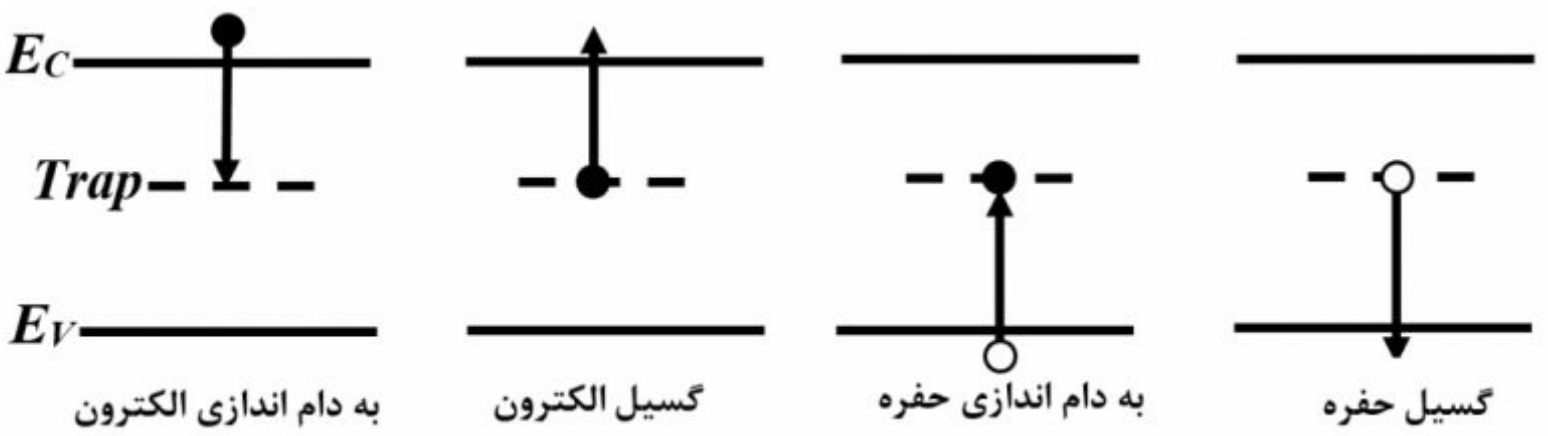
نقص‌های شبکهٔ کریستالی علاوه‌براینکه تناوب ساختار کریستالی را تحت تأثیر قرار می‌دهند، بلکه سبب ایجاد تله‌های انرژی گسسته و حالت‌های پیوسته در باند ممنوعهٔ انرژی ساختار کریستالی نیز می‌شوند. تله‌های انرژی ناشی از ناخالصی و نقص به‌عنوان مراکز بازترکیب عمل می‌کنند که قابلیت به دام انداختن الکترون و حفره را دارند و احتمال بازترکیب حامل‌ها را افزایش می‌دهند. در شکل ۵-۲ بازترکیب الکترون و حفره ازطریق تلهٔ انرژی نشان داده شده است.

۵-۲-۲-۱. فرآیند تولید- بازترکیب شاکلی-رید-هال[1]

به دام اندازی الکترون، به دام اندازی حفره، گسیل الکترون و گسیل حفره چهار فرآیند مربوط به مراکز بازترکیب هستند که در شکل ۵-۳ نشان داده شده‌اند. فرآیند بازترکیب شاکلی-رید-هال از به دام اندازی یک نوع حامل، الکترون یا حفره، توسط مراکز بازترکیب به‌وجود می‌آید. فرآیند تولید شاکلی-رید-هال، نیز مربوط به گسیل الکترون و حفره است. فرآیند بازترکیب شاکلی-رید-هال بسته به نوع تله‌های انرژی در ساختار می‌تواند تابشی و غیرتابشی باشد. در ادامه به محاسبهٔ نرخ تولید و بازترکیب در هر فرآیند می‌پردازیم.

---

[1] Shockley-Read-Hall Generation - Recombination



شکل ۵-۳: فرآیند تولید- بازترکیب شاکلی-رید-هال.

الف) به دام اندازی الکترون: این فرآیند با گذار الکترون از باند هدایت به مرکز بازترکیب همراه است. لازم به ذکر است که تا زمانی‌که مرکز بازترکیب توسط الکترون اشغال نشده باشد، امکان به دام انداختن الکترون در آن وجود دارد. در بیشتر موارد این گذار غیرتابشی است و در مواردی ممکن است حاصل این گذار تولید فوتونی با طول موج متفاوت از طول موج مربوط به گاف انرژی ماده باشد. نرخ بازترکیب الکترون‌ها متناسب با چگالی الکترون‌ها n، چگالی تله‌ها N_t، و احتمال خالی بودن تله، $1-f_t$ (f_t احتمال پر بودن تله انرژی است) است؛ درنتیجه برای نرخ بازترکیب الکترون‌ها داریم [۱۲]:

$$R_n = c_n n N_t (1 - f_t) \qquad (۱۱-۵)$$

که در آن c_n، ضریب به دام اندازی الکترون‌هاست.

ب) گسیل الکترون: در این فرآیند، الکترون با جذب فونون، فوتون و تحریک گرمایی از تلهٔ انرژی به باند هدایت گذار می‌کند. نرخ گسیل الکترون‌ها در اثر این گذار عبارت است از [۱۲]:

$$G_n = e_n N_t f_t \qquad (۱۲-۵)$$

در رابطهٔ داده‌شده e_n ضریب گسیل الکترون و $N_t f_t \equiv n_t$ چگالی تله‌های انرژی است که توسط الکترون‌ها اشغال شده‌اند.

ج) به دام اندازی حفره: این فرآیند، نتیجهٔ گذار حفره از باند ظرفیت به تلهٔ انرژی است. نرخ این بازترکیب متناسب با غلظت حفره‌ها ،p، چگالی ترازها و احتمال پر بودن تلهٔ انرژی است؛ درنتیجه داریم [۱۲]:

$$R_p = c_p p N_t f_t \qquad (۱۳-۵)$$

که در آن c_p، ضریب به دام اندازی حفره است.

د) گسیل حفره: همچنانکه در شکل ۵-۵ نشان داده شده است، در این فرآیند، حفره از تلهٔ انرژی به باند ظرفیت گذار می‌کند. نرخ تولید برابراست با [۱۲]:

$$G_p = e_p N_t (1 - f_t) \qquad (۱۴-۵)$$

e_p ضریب گسیل حفره است.
نرخ خالص بازترکیب الکترون‌ها و حفره‌ها را می‌توان به شکل داده‌شده بیان کرد:

$$R_n - G_n = R_p - G_p = A_e(n - n_0) = A_p(p - p_0) \qquad (۱-۱۵-۵)$$

درنتیجه نرخ خالص بازترکیب شاکلی- رید-هال برابراست با:

$$R_{SRH} = A_e(n - n_0) = A_p(p - p_0)$$
$$= \frac{c_n c_p np - e_n e_p}{c_n n + e_n + c_p p + e_p} N_t = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)} \qquad (۲-۱۵-۵)$$

که در آن، $\tau_p = 1/c_p N_t$ و $\tau_n = 1/c_n N_t$ به‌ترتیب طول عمر حفره و الکترون هستند. همچنین در رابطهٔ (۲-۱۵-۵)، $n_1 = e_n/c_n$، $p_1 = e_p/c_p$ و $n_1 p_1 = n_i^2$ است. درشرایط تزریق پایین برای نرخ خالص بازترکیب حامل‌ها می‌توان نوشت:

$$R_{SRH} = \frac{\Delta n}{\tau_{SRH}} \qquad (۱۶-۵)$$

که در آن طول عمر بازترکیب برابراست با:

$$\tau_{SRH} = \frac{\tau_p(n+n_1)+\tau_n(p+p_1)}{n_0+p_0} \qquad (۱۷-۵)$$

در تعادل گرمایی، نرخ خالص بازترکیب الکترون‌ها و حفره‌ها برابر با صفر است.

$$R_n - G_n = c_n n_0 N_t(1-f_{t0}) - e_n N_t f_{t0} = 0 \qquad (۱-۱۸-۵)$$

$$R_p - G_p = c_p p_0 N_t f_{t0} - e_p N_t(1-f_{t0}) = 0 \qquad (۲-۱۸-۵)$$

با توجه به روابط (۵-۱۸)، می‌توان رابطهٔ میان ضرایب e_n و c_n و e_p و c_p را به‌دست آورد:

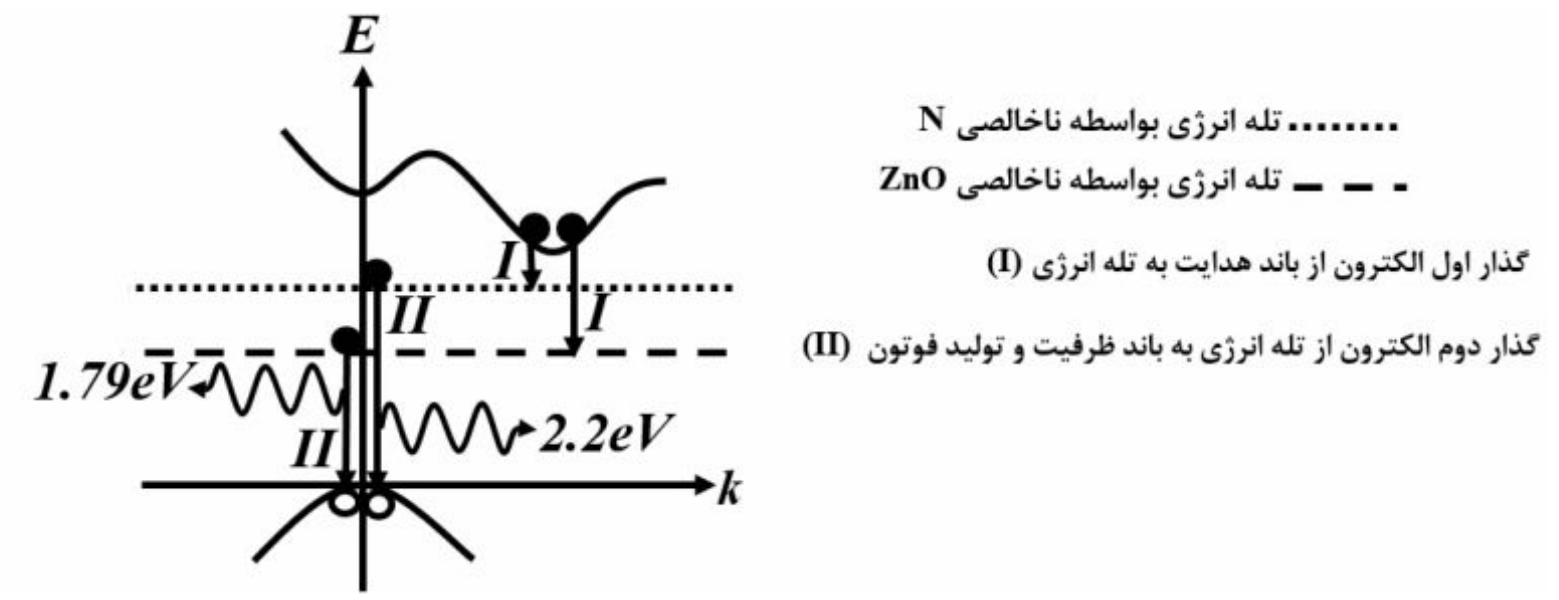
$$e_n = c_n n_0 \frac{1-f_{t0}}{f_{t0}} \qquad (۱-۱۹-۵)$$

$$e_p = c_p p_0 \frac{f_{t0}}{1-f_{t0}} \qquad (۲-۱۹-۵)$$

وجود تله‌های انرژی در ساختار نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی غیرمستقیم، که در آن‌ها احتمال بازترکیب تابشی باند به باند بسیار کوچک است، می‌تواند به تولید فوتون منجر شود. ناخالصی اضافی در ساختار در واقع خنثی است و به ایجاد سطح پتانسیل محلی منجرمی‌شود، که می‌تواند یک الکترون یا حفره را به دام بیندازد. بنابر اصل عدم قطعیت،[1] اندازهٔ حرکت الکترون یا حفرهٔ به دام افتادهٔ محلی بسیار گسترده است و گذار الکترون از باند هدایت به باند ظرفیت با برقراری اصل بقای اندازهٔ حرکت، به تولید فوتون در ساختار منجرمی‌شود؛ برای نمونه اضافه شدن ناخالصی نیتروژن (N) و اکسید روی (ZnO) به نیمه‌هادی GaP مطابق با شکل ۵-۴،

[1] Uncertainty Principle

به‌ترتیب به تولید فوتون‌های سبز و قرمز در دمای اتاق منجرمی‌شود. انرژی فوتون‌های تولیدی به سبب وجود مراکز بازترکیب *N* و *ZnO*، به‌ترتیب برابر با *2.2 eV* و *1.79 eV* است.



شکل ۵-۴: اضافه شدن ناخالصی نیتروژن (*N*) و اکسید روی (*ZnO*) به نیمه‌هادی *GaP* ، به‌ترتیب به تولید فوتون‌های سبز و قرمز در دمای اتاق منجرمی‌شود. برای وضوح بیشتر، دو گذار مجزا برای تولید فوتون در شکل آمده است.

۵-۲-۳. فرآیند تولید و بازترکیب اوژه

فرآیند تولید و بازترکیب اوژه یک فرآیند سه ذره‌ای است که همزمان سه حامل در فرآیند شرکت می‌کنند. این فرآیند نیز حاصل گذار حامل‌ها از باند به باند و گذار باند به تلهٔ انرژی است. همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، فرآیند بازترکیب اوژه، یک فرآیند غیرتابشی است. در ادامه به توصیف این دو دسته از فرآیندهای تولید و بازترکیب اوژه می‌پردازیم:

۵-۲-۳-۱. گذار باند به تلهٔ انرژی

الف) به دام اندازی الکترون: انرژی آزادشده از به دام اندازی الکترون باند هدایت در مرکز بازترکیب، به الکترون دیگری در باند هدایت و یا حفره‌ای در باند ظرفیت داده می‌شود (شکل ۵-۵ را ببینید). نرخ این بازترکیب برابراست با [۱۲]:

$$R_n = (c_n^n n + c_n^p p) n N_t (1 - f_t) \qquad (۲۰-۵)$$

در رابطهٔ داده‌شده عبارت $c_n^n n + c_n^p p$ جایگزین ضریب c_n در نرخ بازترکیب شاکلی-رید-هال شده است؛ زیرا با به دام اندازی الکترون در مرکز بازترکیب، امکان رخداد دو فرآیند مطابق با شکل ۵-۵ وجود دارد؛ درنتیجه نرخ بازترکیب، متناسب با غلظت الکترون و حفره‌هایی است که انرژی آزادشده از به دام اندازی الکترون را جذب می‌کند.

ب) گسیل الکترون: با گذار الکترون از ترازهای بالا به ترازهای انرژی پایین در نوار هدایت، انرژی لازم برای گذار الکترون از تلهٔ انرژی به باند هدایت فراهم می‌شود. همچنین گذار حفره از ترازهای انرژی پایین به تراز انرژی بالاتر در نوار ظرفیت، انرژی لازم برای گذار الکترون از مرکز بازترکیب به باند هدایت را فراهم می‌سازد. فرآیند گسیل الکترون در شکل ۵-۵ نشان داده شده است. نرخ تولید در این فرآیند برابراست با [۱۲]:

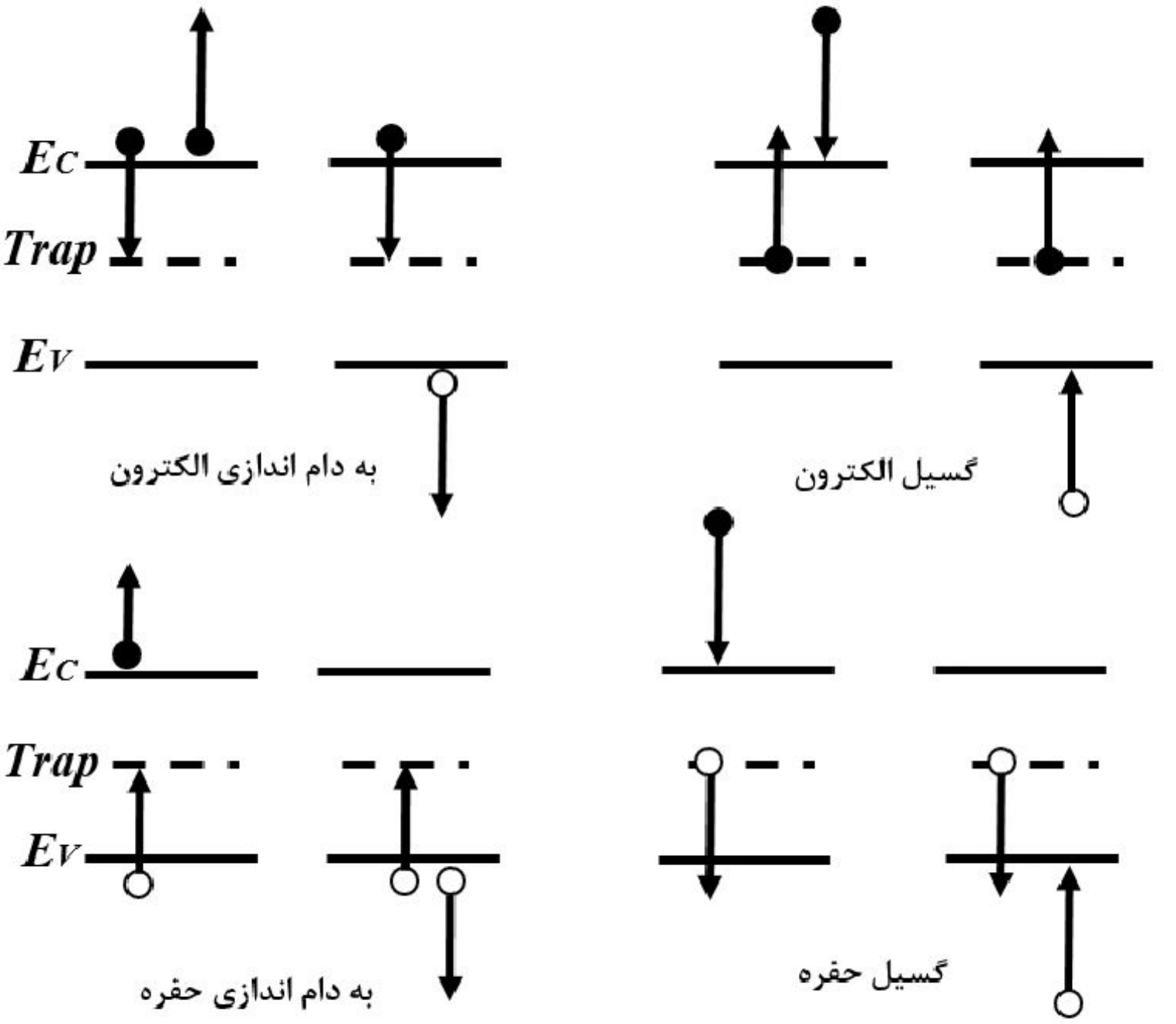
$$G_n = (e_n^n n + e_n^p p) N_t f_t \qquad (۲۱-۵)$$

ج) به دام اندازی حفره: انرژی آزادشده از گذار حفره از باند ظرفیت به تلهٔ انرژی، به یک الکترون در باند هدایت انتقال می‌یابد. در فرآیندی دیگر، انرژی حاصل از این گذار، به حفره در باند ظرفیت داده می‌شود و سبب گذار حفره از ترازهای پایین به ترازهای بالاتر در باند ظرفیت خواهد شد (به شکل ۵-۵ مراجعه شود). نرخ این بازترکیب عبارت است از [۱۲]:

$$R_p = (c_p^n n + c_p^p p) p N_t f_t \qquad (۲۲-۵)$$

د) گسیل حفره: انرژی تولیدشده از گذار الکترون از ترازهای بالا به ترازهای انرژی پایین در نوار هدایت، به حفره در تلهٔ انرژی داده می‌شود و سبب گذار حفره از تلهٔ انرژی به باند ظرفیت می‌شود. انرژی لازم برای گذار حفره از تلهٔ انرژی به باند ظرفیت ازطریق گذار حفره از ترازهای انرژی پایین به تراز انرژی بالاتر در نوار ظرفیت تأمین می‌شود. فرآیند گسیل حفره در شکل ۵-۵ نشان داده شده است. برای نرخ تولید داریم [۱۲]:

$$G_p = (e_p^n n + e_p^p p) N_t (1 - f_t) \qquad (۲۳-۵)$$



شکل ۵-۵: تولید و بازترکیب اوژه حاصل از گذار باند به تلهٔ انرژی.

۵-۲-۳-۲. گذار بین باندی

الف) به دام اندازی الکترون: در این فرآیند، مطابق شکل ۵-۶، یک الکترون از باند هدایت با یک حفره از باند ظرفیت بازترکیب می‌شود و انرژی آزادشده از این فرآیند به یک الکترون دیگر در باند هدایت داده می‌شود. نرخ بازترکیب برابراست با [۱۲]:

$$R_n = c_n^{AU} n^2 p \qquad (۲۴-۵)$$

فرآیند به دام اندازی الکترون ($CHCC$) در فضای اندازهٔ حرکت در شکل ۵-۷ (a) نشان داده شده است. در این فرآیند، یک الکترون (1) در باند هدایت (C) به‌واسطهٔ اندرکنش کولنی با الکترون دیگر (2) در باند هدایت (C)، با یک حفرهٔ سنگین ($1'$) در باند ظرفیت (H) بازترکیب می‌شود و انرژی حاصل از بازترکیب، به الکترون (2) در باند هدایت (C) انتقال می‌یابد و سبب گذار الکترون به ترازهای انرژی بالاتر در باند هدایت می‌شود ($2'$). در این شرایط می‌باید در رابطهٔ (۵-۲۴)، چگالی الکترون در باند هدایت و چگالی حفره در باند حفرهٔ سنگین درنظرگرفته شود.

ب) گسیل الکترون: گذار یک الکترون از ترازهای بالا به ترازهای پایین در باند هدایت، سبب گذار الکترونی از باند ظرفیت به باند هدایت و تولید یک زوج الکترون- حفره می‌شود. فرآیند تولید زوج الکترون- حفره در شکل ۵-۶ نشان داده شده است. نرخ تولید این فرآیند برابراست با [۱۲]:

$$G_n = e_n^{AU} n \qquad (۲۵-۵)$$

ج) به دام اندازی حفره: یک الکترون از باند هدایت با یک حفره از باند ظرفیت بازترکیب می‌شود و انرژی آزادشده از این فرآیند به یک حفره انتقال می‌یابد. این فرآیند در شکل ۵-۶ نشان داده شده است. نرخ این فرآیند برابراست با [۱۲]:

$$R_p = c_p^{AU} p^2 n \qquad (۲۶-۵)$$

سه فرآیند مهم در به دام اندازی حفره در فضای اندازهٔ حرکت $CHSH$ و $CHLH$ به‌ترتیب در شکل ۵-۷ (b) و ۵-۷ (c) نشان داده شده است. در فرآیند $CHSH$، یک الکترون در باند هدایت (C) با یک حفرهٔ سنگین در باند ظرفیت (H) بازترکیب می‌شود و انرژی حاصل از بازترکیب، به یک حفرهٔ سنگین در باند ظرفیت (H) انتقال می‌یابد و سبب گذار آن به باند جدا (S) می‌شود. در فرآیند $CHLH$، یک الکترون در باند هدایت (C) با یک حفرهٔ سنگین در باند ظرفیت (H) بازترکیب می‌شود و انرژی حاصل از بازترکیب به یک حفرهٔ سنگین در باند ظرفیت (H) داده می‌شود و سبب گذار آن به باند حفرهٔ سبک (L) می‌گردد. در فرآیند

سوم ($CHHH$) انرژی تولیدشده از بازترکیب یک الکترون در باند هدایت (C) و یک حفرهٔ سنگین در باند ظرفیت (H)، توسط یک حفرهٔ سنگین دیگر (H) جذب می‌شود و سبب گذار آن در باند حفرهٔ سنگین (H) می‌شود.

د) گسیل حفره: انرژی مورد نیاز برای گذار الکترون از باند ظرفیت به باند هدایت، نتیجهٔ گذار یک حفره از ترازهای پایین به ترازهای بالاتر در باند ظرفیت است (شکل ۵-۶). نرخ تولید با رابطهٔ (۵-۲۷) بیان می‌شود [۱۲]:

$$G_p = e_p^{AU}\, p \qquad (۵-۲۷)$$

در تعادل حرارتی، نرخ خالص تولید و بازترکیب برابر با صفر است و فرآیندهای ۱ و ۲ و فرآیندهای ۳ و ۴، که معکوس یکدیگر هستند، به توازن می‌رسند؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$R_{n0} - G_{n0} = c_n^{AU}\, n_0^2\, p_0 - e_n^{AU}\, n_0 = 0 \qquad (۵-۲۸)$$

یا

$$e_n^{AU} = c_n^{AU}\, n_0\, p_0 = c_n^{AU}\, n_i^2 \qquad (۵-۲۹)$$

و به‌صورت مشابه داریم:

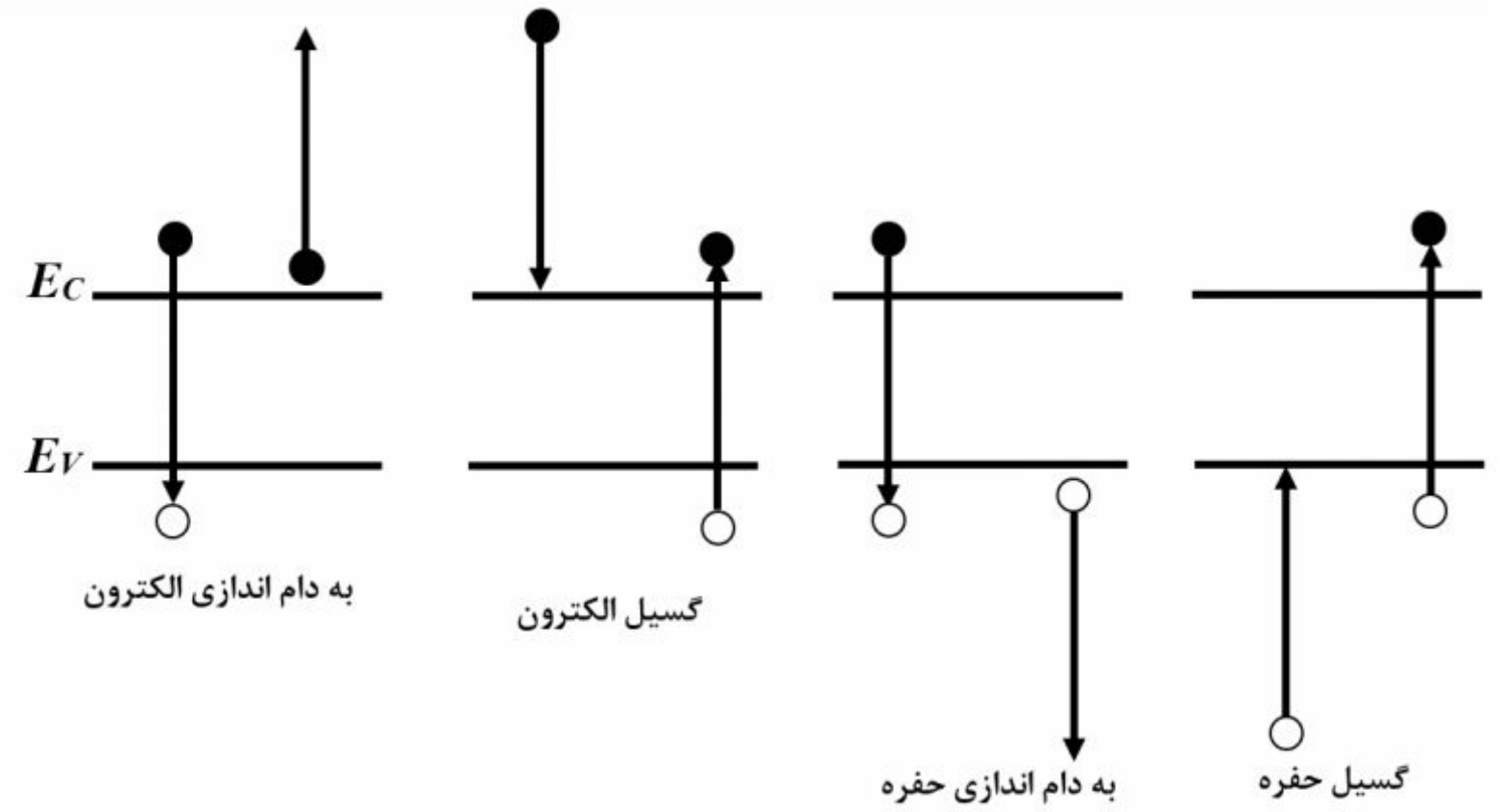
$$e_p^{AU} = c_p^{AU}\, n_i^2 \qquad (۵-۳۰)$$

نرخ خالص بازترکیب اوژه، مجموع نرخ‌های خالص بازترکیب الکترون و حفره است؛ زیرا در هر فرآیند، یک زوج الکترون- حفره از بین می‌رود و یا تولید می‌شود:

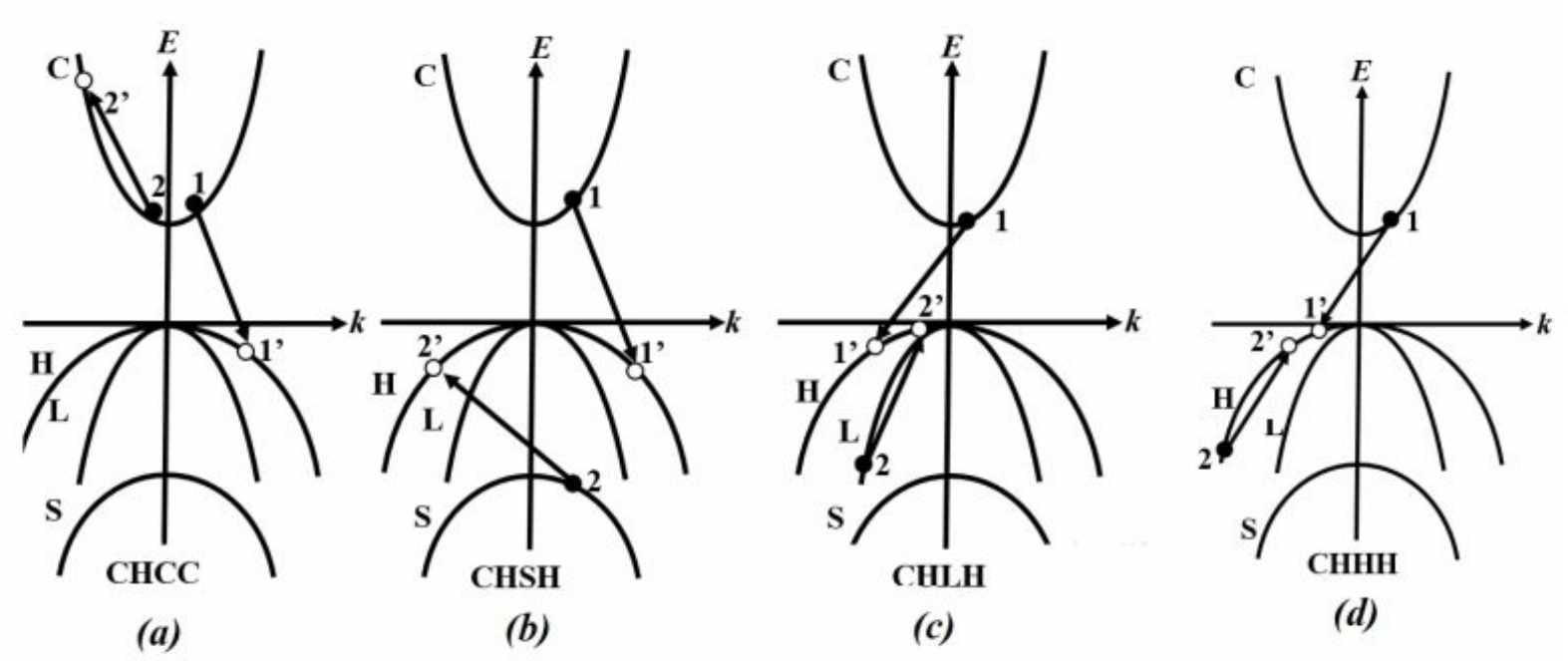
$$R_{AU} = R_n - G_n + R_p - G_p = (c_n^{AU}\, n + c_p^{AU}\, p)(np - n_i^2) \qquad (۵-۳۱)$$

درشرایط تزریق بالا ،$n=p>>n_i$ برای نرخ خالص بازترکیب اوژه در رابطهٔ (۵-۳۱) می‌توان نوشت [۱۲]:

$$R_{AU} = C^{AU} n^3 ; C^{AU} = c_n^{AU} + c_p^{AU} \qquad (۵-۳۲)$$



شکل ۵-۶: تولید و بازترکیب اوژه حاصل از گذار بین باندی.



شکل ۵-۷: به دام اندازی الکترون (a) و حفره (b-d) مربوط به فرآیند بازترکیب اوژه در فضای اندازهٔ حرکت.

مثال ۵-۱: ضرایب بازترکیب برای یک نیمه‌هادی نوع n با چگالی ذاتی $n_i=2.33\times10^{12}\ m^{-3}$ و چگالی ناخالصی $N_D=5\times10^{18}\ m^{-3}$، که تحت تحریک نوری قرار دارد، داده شده است:

$$c_n^{AU} = c_p^{AU} = C = 2.5\times10^{-30}\ cm^6 s^{-1} = 2.5\times10^{-42}\ m^6 s^{-1}$$ ،

$B=8\times10^{-11}\ cm^3 s^{-1}=8\times10^{-17}\ m^3 s^{-1}$ و $A_e=A_p=A_{SRH}=5\times10^5\ s^{-1}$. با درنظرگرفتن انحراف حامل‌ها از مقادیر اولیهٔ آن‌ها به‌صورت $n-n_0=p-p_0=N$

الف) مقادیری از N را که در ازای آن هر یک از فرایندهای بازترکیب غالب هستند، تعیین کنید.

ب) با درنظرگرفتن مقادیر N از $10^{18}\ m^{-3}$ تا $10^{26}\ m^{-3}$، طول عمر حامل‌ها را برحسب تابعی از N ترسیم کنید.

از بازترکیب اوژه مربوط به گذار باند به باند صرف‌نظر شود.

حل:

برای غلظت حامل‌های اقلیت در نیمه‌هادی می‌توان نوشت:

$$n_0 \oplus 5\times10^{18}\ m^{-3} \Rightarrow p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 1.1\times10^6\ m^{-3}$$

الف) برای نرخ باز ترکیب فرآیند دو مولکولی، شاکلی-رید-هال و اوژه به‌ترتیب از روابط (۵-۵)، (۵-۱۵-۲) و (۵-۳۱) برحسب N داریم:

$$R_{rad} = Bnp - Bn_0 p_0 = BN(N + n_0 + p_0)$$

$$R_{SRH} = A_e N = A_p N = A_{SRH} N$$

$$R_{AU} = c_n^{AU}(n+p)(np - n_i^2) = CN[2N^2 + 3N(n_0 + p_0) + (n_0 + p_0)^2]$$

برای نرخ بازترکیب کل می‌توان نوشت:

$$R_{rec} = R_{rad} + R_{SRH} + R_{AU}$$
$$= A_{SRH} N + BN(N + n_0 + p_0) + CN[2N^2 + 3N(n_0 + p_0) + (n_0 + p_0)^2]$$

معکوس طول عمر بازترکیب عبارت است از:

$$\frac{1}{\tau_{rec}} = \frac{R_{rec}}{N} = A_{SRH} + B(N + n_0 + p_0) + C[2N^2 + 3N(n_0 + p_0) + (n_0 + p_0)^2]$$

با توجه به اینکه مقادیر A_{SRH}، B و C از مرتبه‌های متفاوت هستند؛ لذا هر یک از فرآیندهای بازترکیب، در یک محدودهٔ خاص از N، غالب هستند. برای یافتن این بازه‌ها، تنها دو عبارت نزدیک به‌هم را درنظرمی‌گیریم. نرخ بازترکیب شاکلی-رید-هال درشرایطی غالب است که $A_{SRH} > B(N+n_0+p_0)$؛ درنتیجه:

$$N < \frac{A_{SRH}}{B} - n_0 - p_0 = 6.25 \times 10^{21}\ m^{-3}$$

بازترکیب اوژه نیز درشرایط داده‌شده غالب است:

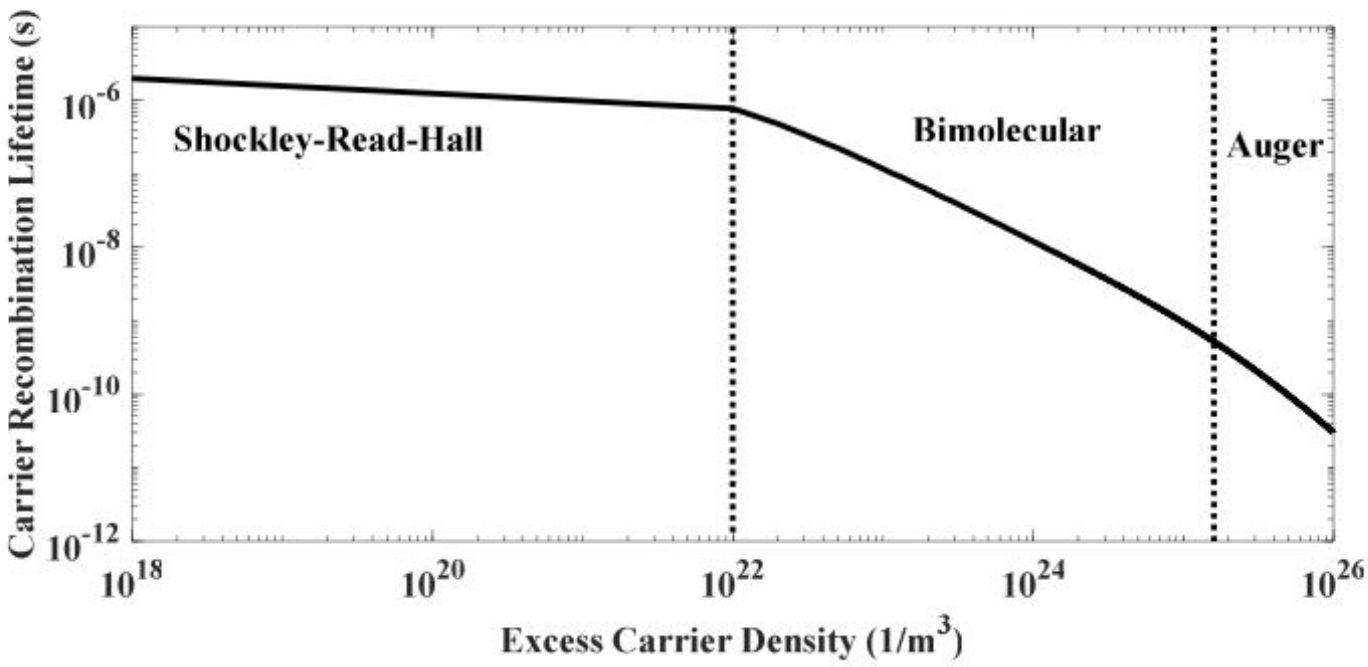
$$C[2N^2 + 3N(n_0 + p_0) + (n_0 + p_0)^2] > B(N + n_0 + p_0)$$

با توجه به اینکه $N >> n_0, p_0$ رابطه ساده می‌شود:

$$N > \frac{B}{2C} = 1.6 \times 10^{25}\ m^{-3}$$

برای $6.25\times10^{21}\ m^{-3} < N < 1.6\times10^{25}\ m^{-3}$، بازترکیب دومولکولی غالب است.

ب) مطابق شکل در ازای $N < 6.25\times10^{21}\ m^{-3}$ بازترکیب شاکلی-رید-هال فرآیند غالب است و طول عمر بازترکیب تقریباً ثابت است. برای $6.25\times10^{21}\ m^{-3} < N < 1.6\times10^{25}\ m^{-3}$ بازترکیب دو مولکولی غالب است و طول عمر بازترکیب با افزایش غلظت حامل‌های اضافی کاهش می‌یابد. فرآیند اوژه در بازهٔ $N > 1.6\times10^{25}\ m^{-3}$ غالب است و طول عمر بازترکیب با افزایش غلطت حامل‌های اضافی با سرعت بیشتری کاهش می‌یابد.



شکل مثال ۵-۱: طول عمر بازترکیب (ثانیه) برحسب غلظت حامل‌های اضافی در نیمه‌هادی.

۵-۳. بازده تابشی یا بازده کوانتومی داخلی

نرخ بازترکیب خالص حامل‌های اضافی در یک نیمه‌هادی، به‌صورت حاصل‌جمع نرخ‌های بازترکیب تابشی و غیرتابشی طبق مثال ۵-۱ بیان می‌شود [۱۴]:

$$R_{rec} = R_{rad} + R_{nonrad} \qquad (۳۳-۵)$$

طول عمر زوج الکترون- حفره‌های اضافی مربوط به بازترکیب تابشی، طول عمر تابشی حامل τ_{rad}، است. طول عمر زوج الکترون- حفره‌های اضافی بازترکیب غیرتابشی، طول عمر غیرتابشی حامل τ_{nonrad}، خوانده می‌شود. طول عمر تابشی زوج الکترون- حفره در فرآیند بازترکیب حاصل از گذار باند به باند درشرایط تزریق پایین، از رابطهٔ (۵-۱۰-۱) محاسبه می‌شود. برای طول عمر بازترکیب حامل داریم [۱۴]:

$$\frac{1}{\tau_{rec}} = \frac{1}{\tau_{rad}} + \frac{1}{\tau_{nonrad}} \qquad (۳۴-۵)$$

بازده کوانتومی داخلی به‌صورت نسبت نرخ بازترکیب تابشی زوج الکترون- حفره به نرخ بازترکیب خالص کل، تعریف می‌شود [۱۴]:

$$\eta_{IQE} = \frac{R_{rad}}{R_{rec}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{nonrad}} \qquad (۳۵-۵)$$

درواقع بازده کوانتومی داخلی بیانگر آن است که چند درصد از حامل‌های اضافی، در بازترکیب تابشی شرکت می‌کنند. با توجه به اینکه طول عمر بازترکیب حامل متناسب با عکس نرخ بازترکیب حامل است (در رابطهٔ ۵-۸)؛ لذا می‌توان بازده کوانتومی داخلی را برحسب طول عمر تابشی و غیرتابشی حامل‌ها بیان کرد:

$$\eta_{IQE} = \frac{\tau_{rec}}{\tau_{rad}} = \frac{\tau_{nonrad}}{\tau_{rad} + \tau_{nonrad}} \qquad (۳۶-۵)$$

در جدول ۵-۲، مقادیر تقریبی طول عمرحامل‌ها و بازده کوانتومی داخلی برای سه نیمه‌هادی نوع n از جنس Si ، $GaAs$ و GaN در دمای $300\ °K$ آمده است. میزان ناخالصی در نیمه‌هادی‌ها، برابربا $10^{17}\ cm^{-3}$ و مقدار چگالی مراکز نقص با $10^{15}\ cm^{-3}$ برابراست.

جدول ۵-۲: مقادیر تقریبی طول عمر حامل‌ها و بازده کوانتومی داخلی برای سه نیمه-هادی *Si*، *GaAs* و *GaN* [۱۴].

نیمه‌هادی	τ_{rad}	τ_{nonrad}	τ_{rec}	η_{IQE}
Si	*10 ms*	*100 ns*	*100 ns*	10^{-5}
GaAs	*100 ns*	*100 ns*	*50 ns*	*0.5*
GaN	*20 ns*	*0.1 ns*	*0.1 ns*	*0.005*

مطابق جدول ۵-۲، طول عمر تابشی در Si به مراتب بزرگ‌تر از طول عمر بازترکیب حامل است و به تبع آن مقدار بازده کوانتومی داخلی مربوط نیز بسیار کوچک است. دلیل این

موضوع آن است که این ماده یک نیمه‌هادی با گاف انرژی غیرمستقیم است. در مورد $GaAs$ و GaN، که نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم هستند، طول عمر بازترکیب تابشی بسیار کوچک و درنتیجه بازده کوانتومی داخلی بزرگ است؛ به همین دلیل از $GaAs$ و GaN می‌توان برای ساخت دیودهای نورگسیل استفاده کرد، اما از مواد نیمه‌هادی با گاف انرژی غیرمستقیم نظیر Si نمی‌توان بهره برد.

مثال ۵-۲: در مثال ۵-۱، اگر فرآیند بازترکیب دو مولکولی تابشی باشد و فرآیندهای بازترکیب شاکلی-رید-هال و اوژه غیرتابشی باشند.

الف) طول عمر بازترکیب تابشی حامل‌های اضافی و بازده کوانتومی داخلی را در ازای غلظت حامل‌های اضافی به میزان $N=2.2\times10^{24}\,m^{-3}$ تعیین کنید.

ب) بیشینهٔ بازده کوانتومی داخلی در چه بازه‌ای از غلظت حامل‌های اضافی حاصل می‌شود؟

حل:

الف) با توجه به اینکه بازترکیب دومولکولی تابشی است؛ بنابراین برای طول عمر بازترکیب تابشی از روابط (۵-۸) و (۵-۹) می‌توان نوشت:

$$\tau_{rad}=\frac{N}{R_{rad}}=\frac{1}{B(N+n_0+p_0)}=5.681ns$$

و با توجه به اینکه دو فرآیند بازترکیب دیگر غیرتابشی هستند؛ درنتیجه طول عمر بازترکیب غیرتابشی به کمک روابط بازترکیب غیرتابشی در مثال ۵-۱ تعیین می‌شود:

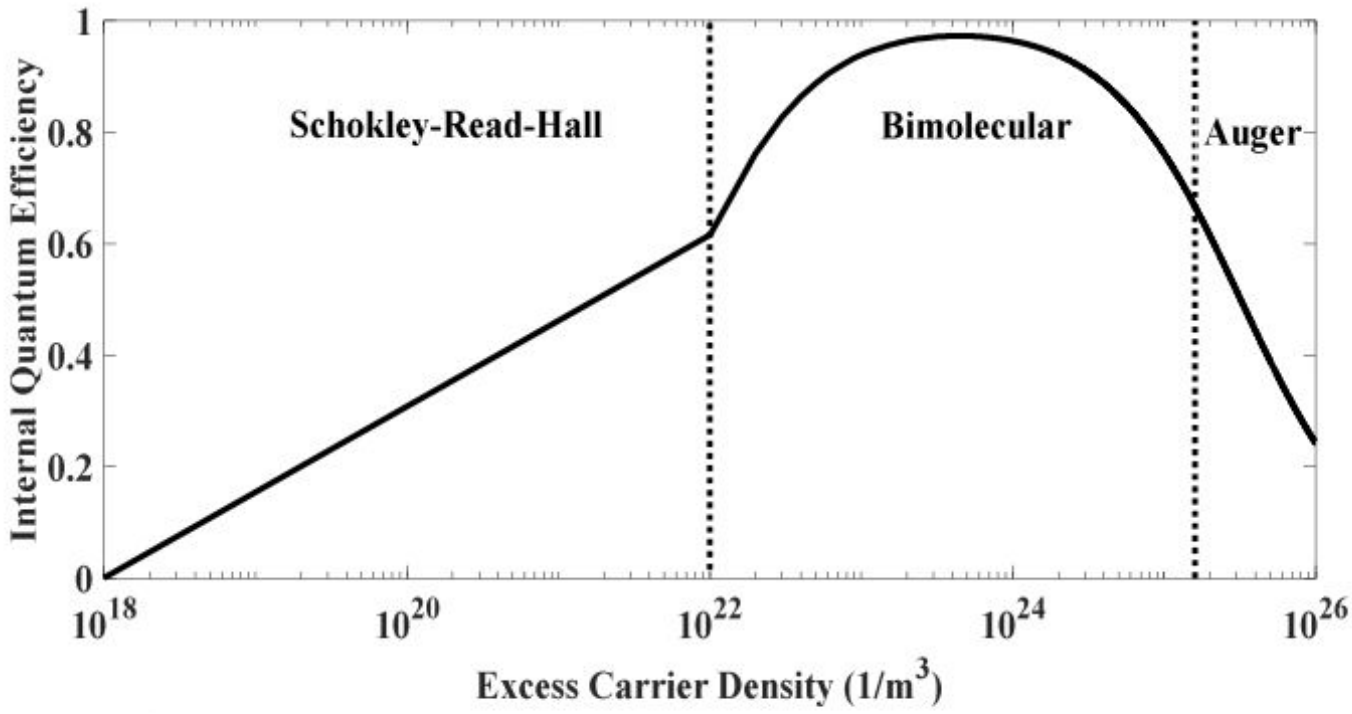
$$\tau_{nonrad}=\frac{N}{R_{SRH}+R_{AU}}=$$

$$\frac{1}{A_{SRH}+C[2N^2+3N(n_0+p_0)+(n_0+p_0)^2]}=40.485\ ns$$

از رابطهٔ (۵-۳۵) بازده کوانتومی داخلی برابراست با:

$$\eta_{IQE}=\frac{\tau_{nonrad}}{\tau_{nonrad}+\tau_{rad}}=\frac{40.485\ (ns)}{40.485\ (ns)+5.681\ (ns)}=87.69\%$$

ب) بازده کوانتومی داخلی برحسب غلظت حامل‌های اضافی در شکل نشان داده شده است. طبق شکل در بازه‌ای که فرآیند بازترکیب دومولکولی غالب است، بازده کوانتومی داخلی دارای بیشترین مقدار است.



شکل مثال ۵-۲: بازده کوانتومی داخلی برحسب غلظت حامل‌های اضافی.

۵-۴. اندرکنش نور و ماده

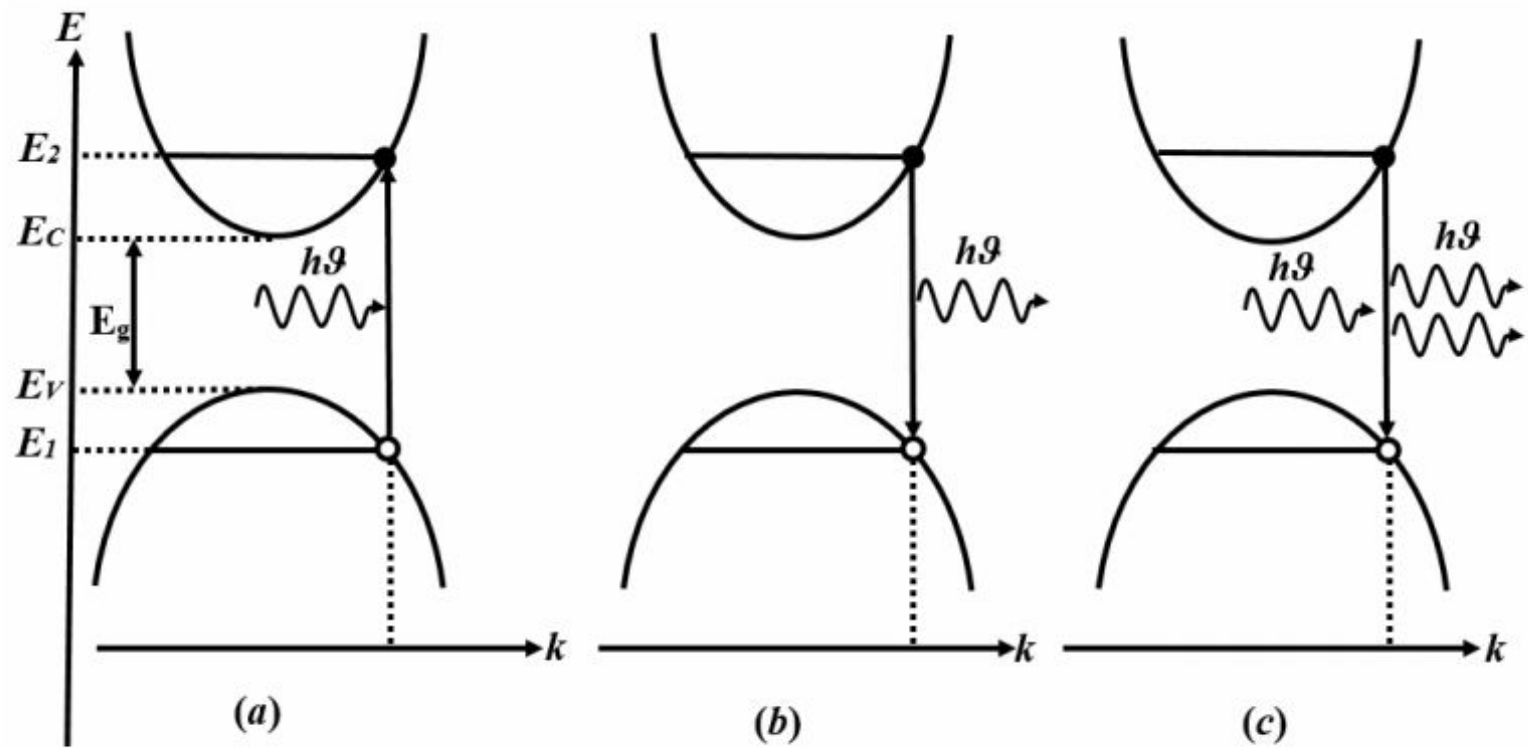
صورت‌های بسیاری برای اندرکنش نور و ماده وجود دارد. در این بخش تنها به معرفی جذب نوری[۱]، گسیل خودبه‌خودی[۲] و گسیل برانگیخته[۳] می‌پردازیم و معادلات حاکم بر این سه صورت از اندرکنش نور و ماده را مورد مطالعه قرارمی‌دهیم.

---

[1] Optical Absorption

[2] Spontaneous Emission

[3] Stimulated Emission



شکل ۵-۸: جذب نوری (a)، گسیل خودبه‌خودی(b) و گسیل برانگیخته (c).

۵-۴-۱. جذب نوری

به‌واسطهٔ جذب یک فوتون به میزان انرژی مناسب توسط ماده ($h\vartheta > E_g$)، الکترون از باند ظرفیت به باند هدایت تحریک می‌شود. فوتون‌های با انرژی کمتر از گاف انرژی ماده توسط ماده جذب نمی‌شوند و بدین دلیل است که برخی از مواد در گستره‌ای معین از باند طول موجی شفاف هستند. الکترون از باند ظرفیت با سطح انرژی E_1 با جذب فوتون با فرکانس ϑ به سطح انرژی خالی E_2 در باند هدایت مطابق با شکل ۵-۸ (a) گذار می‌کند. بنابر اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2 - E_1 = h\vartheta \qquad (۳۷-۵)$$

با جذب فوتون، غلظت حامل‌ها در ساختار ماده و به تبع آن رسانندگی ماده افزایش می‌یابد. این فرآیند اساس عملکرد آشکارسازهای نوری است که در فصل هفتم به‌صورت مفصل مورد بحث قرارمی‌گیرد.

۵-۴-۲. گسیل خودبه‌خودی

فوتون توسط یک مادهٔ نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم با گذار الکترون از تراز انرژی E_2 در باند هدایت به تراز انرژی خالی E_1 در باند ظرفیت تولید می‌شود (شکل ۵-۸ (b)) . فرآیند گسیل خودبه‌خودی اساس عملکرد دیودهای نورگسیل است که در بخش‌های بعدی این فصل مورد مطالعه قرارمی‌گیرد. با توجه به شکل ۵-۸ برای ترازهای انرژی E_1 و E_2 در ماده می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_V - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \qquad (۱-۳۸-۵)$$

$$E_2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} + E_C \qquad (۲-۳۸-۵)$$

با توجه به E_C-E_V=E_g و مجموعه روابط (۵-۳۸) داریم:

$$E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} + E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} = h\vartheta \qquad (۳۹-۵)$$

همچنین از رابطهٔ (۵-۳۹) داریم:

$$k^2 = \frac{2m_r}{\hbar^2}(h\vartheta - E_g) \qquad (۴۰-۵)$$

که در آن

$$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \qquad (۴۱-۵)$$

پارامتر m_r، جرم مؤثر کاهش‌یافته[1] نامیده می‌شود. با جاگذاری رابطهٔ (۵-۴۰) در مجموعه روابط (۵-۳۸) و استفاده از رابطهٔ (۵-۴۱) داریم:

$$E_1 = E_V - \frac{m_r}{m_h^*}(h\vartheta - E_g) \qquad (۱-۴۲-۵)$$

$$E_2 = E_C + \frac{m_r}{m_e^*}(h\vartheta - E_g) \qquad (۲-۴۲-۵)$$

چگالی حالت‌های نوری[2]، $\rho(\vartheta)$، که به‌صورت تعداد زوج حالت‌های با اختلاف انرژی $h\vartheta$ با مقدار k یکسان، در واحد حجم در واحد فرکانس تعریف می‌شود، از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید (به پیوست ۵-۱ مراجعه شود) [۱۴]:

$$\rho(\vartheta) = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\pi\hbar^2}\sqrt{h\vartheta - E_g} \qquad (۴۳-۵)$$

توزیع الکترون‌ها در جامدات از توزیع آماری فرمی-دیراک[3] پیروی می‌کند. نتیجهٔ این مباحث آماری آن است که احتمال اشغال انرژی‌های مجاز درشرایط تعادل گرمایی از رابطهٔ (۵-۴۴) به‌دست می‌آید [۱۵]:

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{KT}}} \qquad (۴۴-۵)$$

در رابطهٔ داده‌شدهٔ $F(E)$ احتمال اشغال یک انرژی قابل دسترس توسط الکترون در دمای T و E_F انرژی فرمی است. همان‌گونه‌که در ابتدا نیز اشاره شد، شرایط رخداد گذار خودبه‌خودی آن است که تراز E_2 توسط الکترون اشغال شده باشد و تراز E_1 خالی از الکترون باشد؛ بنابراین احتمال گسیل یک فوتون با انرژی $h\vartheta$، $F_e(\vartheta)$، برابر است با حاصل‌ضرب احتمال پر بودن تراز انرژی بالاتر در احتمال خالی بودن تراز انرژی پایین‌تر:

---

[1] Reduced Density of State

[2] Optical Density State

[3] Fermi-Dirac Distribution

$$F_e(\vartheta) = F_C(E_2)[1 - F_V(E_1)] \qquad (۴۵-۵)$$

اندیس‌های e، C و V به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ گسیل، نوار هدایت و نوار ظرفیت هستند. $F_C(E_2)$ بیانگر آن است که تراز انرژی مجاز E_2، در باند هدایت با چه احتمالی توسط الکترون پر شده است و $1-F_V(E_1)$ نشان‌دهندهٔ احتمال خالی بودن تراز انرژی E_1 در باند ظرفیت است.
نرخ گسیل خودبه‌خودی ،$R_{sp}(\vartheta)$، که بیانگر تعداد فوتون‌های تولیدی در واحد زمان در واحد فرکانس در واحد حجم است، از رابطهٔ (۵-۴۶) به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$R_{sp}(\vartheta) = \frac{1}{\tau_{rad}} \rho(\vartheta) F_e(\vartheta) \qquad (۴۶-۵)$$

برای شار فوتون[1] تولیدی (تعداد فوتون تولیدی در واحد زمان) در اثر گسیل خودبه‌خودی داریم [۱۴]:

$$\Phi = V_D \int_0^{\infty} R_{sp}(\vartheta) d\vartheta \qquad (۴۷-۵)$$

که در آن V_D حجم قطعهٔ موردنظر است.

۵-۴-۳. گسیل برانگیخته

در این فرآیند مطابق با آنچه در شکل ۵-۸ (c) نشان داده شده است، در اثر تابش فوتون با انرژی $h\vartheta$ ، جذب صورت نمی‌گیرد، بلکه یک فوتون دیگر با انرژی $h\vartheta$ در اثر گذار یک الکترون از تراز انرژی E_2 در باند هدایت به تراز انرژی خالی E_1 در باند ظرفیت تولید می‌شود؛ درنتیجه تابش یک فوتون به ساختار، سبب تولید دو فوتون هم فاز، هم فرکانس، هم‌سو و با پلاریزاسیون یکسان می‌شود. گسیل برانگیخته اساس عملکرد لیزر است که در فصل ششم معرفی می‌شود.

---

[1] Photon Flux

مثال ۵-۳: میزان گسیل خودبه‌خودی در نیمه‌هادی ذاتی *GaN* در دمای *300 °K* و طول موج $\lambda=340\ nm$ را تعیین کنید.

جرم مؤثر الکترون و حفره به‌ترتیب $0.16m_0$ و $1.45m_0$ است.

حل:

از رابطهٔ (۵-۴۱) جرم کاهش‌یافتهٔ نیمه‌هادی چنین محاسبه می‌شود:

$$m_r = \frac{0.16 \times 1.45}{0.16 + 1.45} m_0 = 0.144\, m_0$$

انرژی فوتون‌های تولیدی عبارت است از:

$$h\vartheta = h\frac{c}{\lambda} = 6.63 \times 10^{-34}\ (J.s) \times \frac{3 \times 10^{8}\ (m/s)}{340\ (nm)} = 3.65\ eV$$

گاف انرژی *GaN* در $300\ °K$ ، $E_g=3.42\ eV$ است و انرژی ترازها در ماده از روابط (۵-۴۲-۱) و (۵-۴۲-۲) به‌دست می‌آید:

$$E_1 = E_V - \frac{0.144}{1.45}(3.65 - 3.42)(eV) = E_V - 22.84\, meV$$
$$E_2 = E_C + \frac{0.144}{0.16}(3.65 - 3.42)(eV) = E_C + 207\, meV$$

انرژی ترازهای مربوط به گذار نوری[1] مستقیم باند به باند مطابق شکل، به اندازهٔ *207 meV* از انرژی کف باند هدایت بالاتر و به مقدار *22.84 meV* از سقف باند ظرفیت پایین‌تر است.

از رابطهٔ (۵-۴۳) برای چگالی حالات نوری داریم:

$$\rho(\vartheta) = \frac{4 \times \neq \times (2 \times 0.144 m_0)^{3/2}}{(6.63 \times 10^{-34}\ (J.s))^2} \sqrt{(3.65 - 3.42)\ eV} = 7.37 \times 10^{11}\ (m^{-3} Hz^{-1})$$

[1] Optical Transition

با توجه به اینکه نیمه‌هادی ذاتی مدنظر است، تراز فرمی ذاتی تقریباً در مرکز گاف انرژی قرار دارد و فاصلهٔ آن از باند هدایت و ظرفیت $1.71\ eV$ است و فاصلهٔ ترازهای انرژی در باند هدایت و ظرفیت نیز از تراز فرمی ذاتی بسیار بزرگ‌تر از انرژی حرارتی به میزان KT است. ($E_2-E_F >> KT$ و $E_F-E_1 >> KT$)؛ درنتیجه احتمال پر بودن تراز انرژی E_2 و خالی بودن تراز انرژی E_1 از (۵-۴۴) تقریب زده می‌شود:

$$1-F_V(E_1) \oplus e^{\frac{E_1-E_F}{KT}}$$

و

$$F_C(E_2) \oplus e^{\frac{E_F-E_2}{KT}}$$

احتمال گسیل فوتون با انرژی $h\vartheta$ تقریب زده می‌شود:

$$F_e(\vartheta) = F_C(E_2)[1-F_V(E_1)] \oplus e^{\frac{E_F-E_2}{KT}} \times e^{\frac{E_1-E_F}{KT}} = e^{\frac{E_1-E_2}{KT}} = e^{-\frac{h\vartheta}{KT}}$$

احتمال گسیل فوتون با طول موج $340\ nm$ محاسبه می‌گردد:

$$F_e(\vartheta) \oplus e^{-\frac{3.65\ eV}{26\ meV}} = 1.076 \times 10^{-61}$$

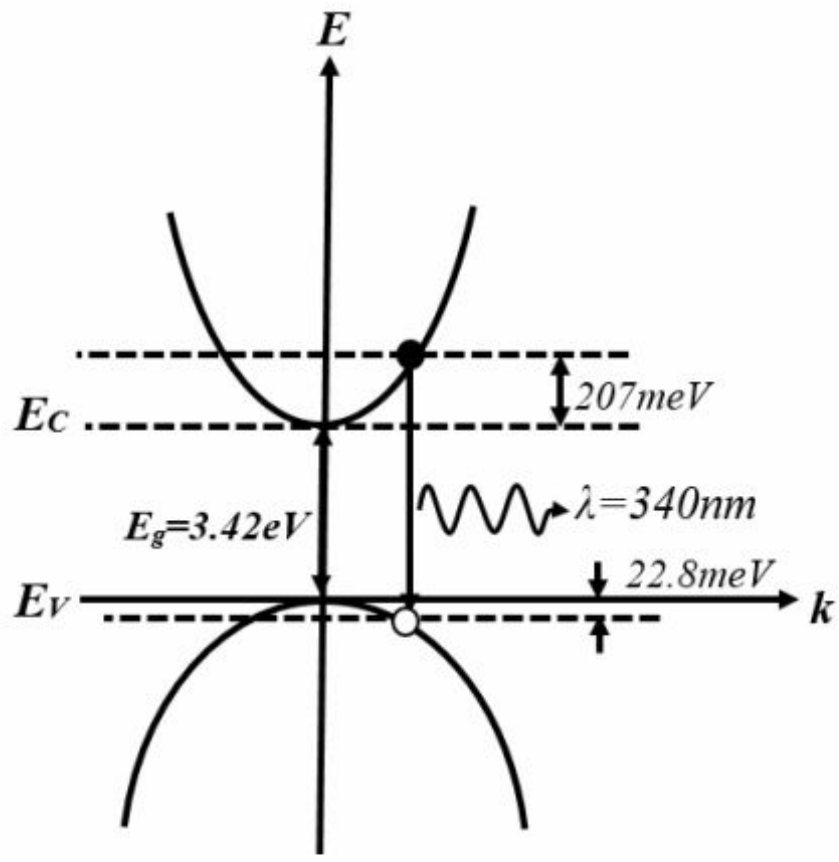
با توجه به مقادیر به‌دست آمده، $\tau_{rad}=20\ ns$ و رابطهٔ (۵-۴۶)، نرخ گسیل خودبه‌خودی به‌دست می‌آید:

$$R_{SP} = \frac{1}{\tau_{rad}} F_e(\vartheta)\rho(\vartheta)$$

$$= \frac{1}{20\ (ns)} \times 1.076 \times 10^{-61} \times 7.37 \times 10^{11}\ (m^{-3}Hz^{-1}) = 3.965 \times 10^{-42}\ m^{-3}$$

نرخ گسیل خودبه‌خودی در GaN ذاتی به‌دلیل وجود گاف انرژی بزرگ، بسیار کوچک است.

در مواد نیمه‌هادی با گاف انرژی کوچک‌تر نظیر *GaAs*، این نرخ به مراتب بزرگ خواهد بود (به مسئلهٔ ۵-۲ مراجعه شود).



شکل مثال ۵-۳: گذار نوری مستقیم باند به باند در دمای *300 °K* برای *GaN*.

۵-۵. دیود نورگسیل

چنانکه در ابتدای فصل اشاره شد، بازترکیب تابشی زوج الکترون- حفره در نیمه‌هادی، منجر به تولید نور می‌شود. در دمای اتاق، غلظت حامل‌ها با تحریک گرمایی بسیار کوچک است؛ درنتیجه شار فوتونی تولیدی نیز بسیار کوچک می‌شود. نرخ بازترکیب تابشی در تعادل گرمایی طبق رابطهٔ (۵-۱) به‌دست می‌آید:

$$R_{rad0} = Bn_0 p_0 \qquad (۴۸-۵)$$

با توجه به اینکه طبق قانون اثر جرم، حاصل‌ضرب n_0p_0، ثابت و برابر با n_i^2 است؛ درنتیجه نرخ بازترکیب تنها وابسته به B است. به‌دلیل اینکه پارامتر B به مقدار ناخالصی ساختار وابسته است؛ لذا نرخ بازترکیب نیز تنها ازطریق B به مقدار ناخالصی وابسته است؛ بنابراین در تعادل گرمایی با تغییر ناخالصی در ساختار نیمه‌هادی، شدت تابش نور دچار تغییرات چشمگیری

نخواهد شد، بلکه به‌منظور افزایش نرخ بازترکیب و تولید شار فوتونی بزرگ، می‌باید غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها در ساختار بزرگ باشد. بااین گفته می‌توان به این نتیجه‌گیری کلی دست یافت که نمی‌توان تنها با نیمه‌هادی نوع n و یا نوع p که غلظت یک نوع حامل (الکترون در نوع n و حفره در نوع p) در ساختار بزرگ است، منبع نور ساخت. همچنین به‌منظور تولید نور و افزایش نرخ بازترکیب تابشی، باید در ماده، زوج الکترون- حفرهٔ اضافی را افزایش داد؛ به‌عنوان مثال می‌توان با قراردادن ماده تحت تابش نور، این امر را محقق کرد. در عمل تولید نور به‌واسطهٔ قراردادن یک پیوند p-n در بایاس مستقیم انجام می‌شود. به‌منظور دست‌یابی به رسانندگی بالا در قطعه، نواحی p و n به شدت ناخالص می‌شوند.

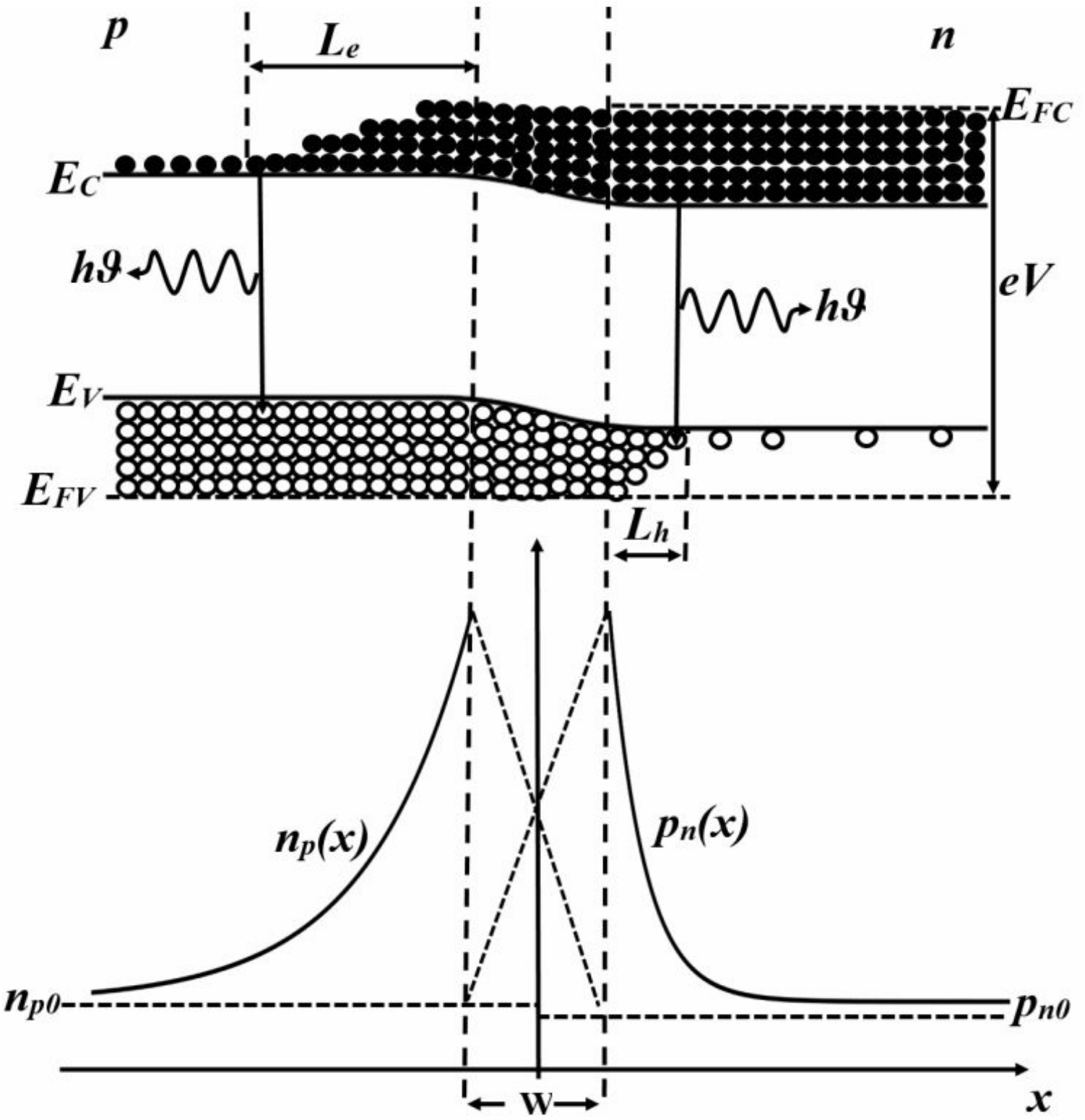
در شکل ۵-۹ پیوند تحت بایاس مستقیم به‌همراه مکانیزم تولید فوتون و غلظت حامل‌های اقلیت در هر سمت پیوند نشان داده شده است. ابتدا برای درک بهتر مفاهیم، یک ساختار همگون[1] را مورد مطالعه قرارمی‌دهیم و در ادامهٔ فصل به توصیف دیودهای نورگسیل مبتنی بر ساختار ناهمگون می‌پردازیم. در پیوند تحت بایاس مستقیم، حفره‌ها از نیمه‌هادی نوع p به سمت نیمه‌هادی نوع n نفوذ می‌کنند و درنتیجهٔ این نفوذ، حامل‌های اقلیت (حفره‌ها) به اندازهٔ طول نفوذ حفره‌ها L_h، در سمت n توزیع می‌شوند (شکل ۵-۹). مشابه همین وضعیت برای نفوذ الکترون‌ها از نوع n به نیمه‌هادی نوع p پیش می‌آید و حامل‌های اقلیت (الکترون‌ها) در سمت p طبق شکل ۵-۹ به میزان طول نفوذ الکترون‌ها L_e، توزیع می‌شوند. به‌دلیل اینکه قابلیت تحرک الکترون‌ها از قابلیت تحرک حفره‌ها بزرگ‌تر است، ثابت نفوذ الکترون‌ها در سمت p بسیار بزرگ‌تر از ثابت نفوذ حفره‌ها در سمت n پیوند است ($D_e >> D_h$). اگر طول عمر حامل‌های اقلیت در هر سمت پیوند با هم قابل مقایسه باشند، طول نفوذ الکترون‌ها در سمت p پیوند، بسیار بزرگ‌تر از طول نفوذ حفره‌ها در سمت n پیوند است ($L_e >> L_h$). درنتیجه تعداد الکترون‌ها در سمت p پیوند بسیار بزرگ‌تر از تعداد حفره‌ها در سمت n پیوند است و اگر میزان ناخالصی نیمه‌هادی نوع p ، بسیار بزرگ‌تر از میزان ناخالصی در نیمه‌هادی نوع n نباشد، جریان الکترون‌ها در قطعه غالب خواهد بود (به روابط پ۵-۲ مراجعه شود). همان‌گونه‌که در شکل نشان داده شده است، در ساختار مورد نظر غالباً حامل‌های اقلیت اضافی در نیمه‌هادی نوع p در طول نفوذ از محل اتصال توزیع می‌شوند. در دیود نورگسیل این ناحیه، که ناحیهٔ فعال[2] نامیده می‌شود، در آن بازترکیب تابشی الکترون‌ها و حفره‌ها برای

---

[1] Homostructure

[2] Active Region

تولید فوتون اتفاق می‌افتد. به‌منظور بازده کوانتومی داخلی بالا، مادهٔ نیمه‌هادی سازندهٔ دیود نورگسیل معمولاً یک نیمه‌هادی مستقیم است که در بخش مواد سازندهٔ دیود نورگسیل، نحوهٔ تولید نور با دیودهای مبتنی بر مواد نیمه‌هادی غیرمستقیم بررسی می‌شود.



شکل ۵-۹: دیود نورگسیل تحت بایاس مستقیم و غلظت حامل‌های اقلیت در هر سمت پیوند. طول نفوذ الکترون‌ها بزرگ‌تر از طول نفوذ حفره‌هاست.

۵-۵-۱. مشخصات نوری دیود نورگسیل

۵-۵-۱-۱. پارامترهای عملکرد دیود نورگسیل

۵-۵-۱-۱-۱. بازده کوانتومی داخلی

در یک دیود نورگسیل، شار فوتونی داخلی (تعداد فوتون‌های تولیدشده بر واحد زمان) Φ، در حجم V_D، متناسب با میزان تزریق زوج الکترون- حفره (تعداد زوج الکترون- حفره بر واحد حجم بر واحد زمان) R_{inj}، است. با اعمال بایاس مستقیم به دیود نورگسیل و به تبع آن ایجاد جریان تزریقی I_D در پیوند، غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها در ناحیهٔ فعال از حالت تعادل به میزان $\Delta n=\Delta p$ انحراف می‌یابد، که خود به بازترکیب تابشی در ناحیهٔ فعال منجرمی‌شود. در حالت ماندگار، نرخ بازترکیب و تزریق حامل‌ها با هم مساوی است. با توجه به رابطهٔ (۵-۸) می‌توان نوشت:

$$R_{inj} = \frac{\mathcal{O}n}{\tau_{rec}} \qquad (۴۹-۵)$$

تنها کسری از بازترکیب‌ها به تولید فوتون منجرمی‌شود، همچنانکه پیشتر نیز اشاره شد، این کسر برابر با بازده کوانتومی داخلی، $\eta_{IQE}=\tau_{rec}/\tau_{rad}$، است؛ درنتیجه تنها کسری از زوج حامل‌های تزریقی بر واحد زمان، $\eta_{IQE}R_{inj}V_D$، فوتون تولید می‌کنند و شار فوتونی داخلی را می‌توان به‌دست آورد:

$$\Phi = \eta_{IQE} R_{inj} V_D = \eta_{IQE} \frac{V_D \mathcal{O}n}{\tau_{rec}} = \frac{V_D \mathcal{O}n}{\tau_{rad}} \qquad (۵۰-۵)$$

با توجه به اینکه در ساختار جریان I_D برقرار است؛ لذا تعداد حامل‌های عبوری از پیوند در واحد زمان برابر با I_D/e است، که در آن e بار الکترون است؛ درنتیجه نرخ تزریق حامل‌ها برابراست با:

$$R_{inj} = \frac{I_D / e}{V_D} \qquad (۵۱-۵)$$

و برای شار فوتونی داخلی داریم:

$$\Phi = \eta_{IQE} \frac{I_D}{\epsilon} \qquad (۵۲-۵)$$

درنتیجه بازده کوانتومی داخلی بیانگر نسبت شار فوتون تولیدی به شار الکترونی تزریقی است. روش‌های افزایش شار فوتونی داخلی در بخش‌های بعد گزارش می‌شود.

مثال ۵-۴: نرخ تزریق حامل‌های اضافی در یک دیود نورگسیل برابر با R_{inj} است. اگر در زمان $t=t_0$ تزریق جریان قطع شود، تغییرات غلظت حامل‌های اضافی را برحسب زمان تعیین کنید.

غلظت حامل‌های تزریقی در دیود توسط معادلهٔ نرخ[1] مدیریت می‌شود. درشرایطی‌که نرخ تزریق برابر با R_{inj} باشد، معادلهٔ نرخ عبارت است از:

$$\frac{d(\varnothing n)}{dt} = R_{inj} - \frac{\varnothing n}{\tau_{rec}}$$

علامت مثبت بیانگر افزایش حامل‌ها در اثر تزریق و علامت منفی بیانگر کاهش حامل‌ها به سبب بازترکیب است.

درشرایط ماندگار، معادلهٔ بالا به رابطهٔ (۵-۴۹) ساده می‌شود. با قطع جریان تزریقی در ساختار در زمان $t=t_0$ و فرض تزریق پایین، برای غلظت حامل‌های تزریقی از حل معادلهٔ نرخ با درنظرگرفتن $R_{inj}=0$ ، داریم:

$$\varnothing n = \varnothing n(t_0) \exp(-\frac{t - t_0}{\tau_{rec}})$$

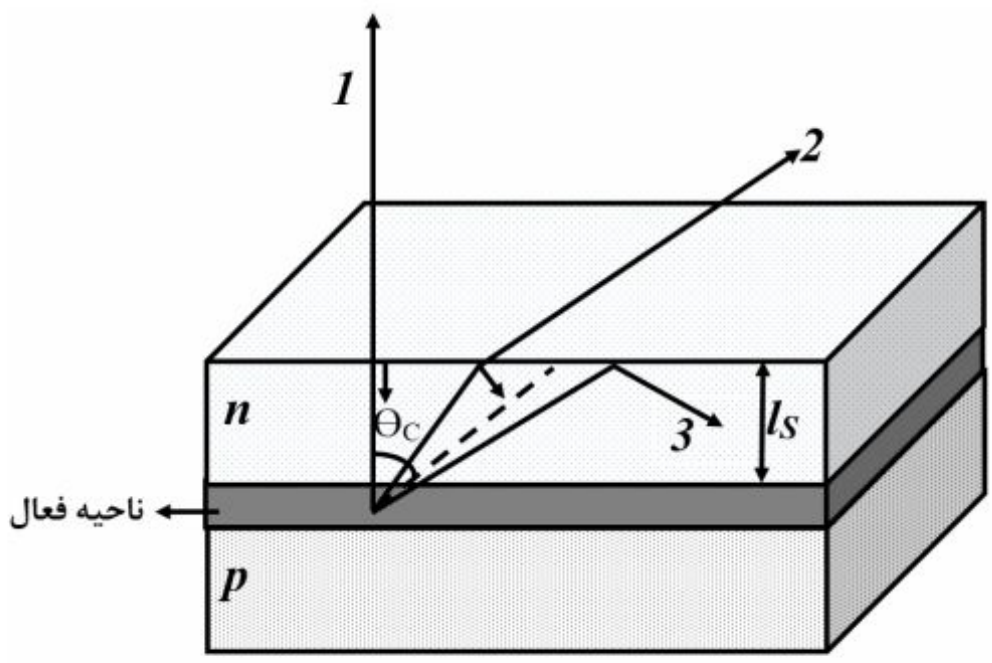
---

[1] Rate Equation

درشرایط تزریق بالا، طول عمر حامل‌ها نیز تابعی از غلظت حامل‌های تزریقی است؛ درنتیجه معادلهٔ نرخ یک معادلهٔ خطی نیست و غلظت حامل‌های تزریقی با گذر زمان به‌صورت یک تابع نمایی کاهش نمی‌یابد (به مسئلهٔ ۵-۳ مراجعه شود).

۵-۵-۱-۱-۲. بازده استخراج[1]

شار فوتون داخلی تولیدشده در پیوند، به‌صورت یکنواخت در تمام جهات تابیده می‌شود، درحالیکه شار فوتونی خارج‌شده از قطعه به جهت گسیل وابسته است. به‌منظور درک بهتر این موضوع، یک دیود نورگسیل تخت را مطابق شکل ۵-۱۰ درنظرمی‌گیریم. در شکل جهت سه پرتو *1*،*2* و *3* نشان داده شده‌اند. تمامی پرتوهای تولیدی در ناحیهٔ فعال به خارج از دیود گسیل نمی‌شوند. کسری از پرتو *1* به داخل دیود بازتاب می‌شود. پرتو *2* با زاویهٔ کوچک‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا تابیده می‌شود و تنها کسر کوچکی از پرتو به داخل دیود بازتاب می‌شود. پرتو *3* با زاویهٔ تابش بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا برخورد می‌کند و بخش بزرگی از آن به داخل دیود نورگسیل بازتاب می‌شود.



شکل ۵-۱۰: تمامی پرتوهای تولیدی در ناحیهٔ فعال به خارج از دیود گسیل نمی‌شوند. کسری از پرتو *1* به داخل دیود بازتاب می‌شود. تنها کسر کوچکی از پرتو *2* به داخل دیود انعکاس می‌یابد. بخش بزرگی از پرتو *3* به داخل دیود نورگسیل در اثر بازتاب بازمی‌گردد.

[1] Extraction Efficiency

با توجه به جهت پرتوها این ملاحظات را داریم:

۱. شار فوتونی در جهت پرتو *1* با فاکتور داده‌شده تضعیف می‌شود:

$$\eta_1' = \exp(-\alpha_S l_S) \qquad (۵۳-۵)$$

که در آن α_S ضریب تضعیف نیمه‌هادی نوع n است و l_S فاصلهٔ مرز ناحیهٔ فعال تا سطح قطعه است. همچنین در برخورد نرمال یک پرتو به فصل مشترک محیط نیمه‌هادی- هوا، تنها کسری از نور برخوردی از فصل مشترک دو محیط عبور می‌کند. با فرض اینکه ضریب شکست مادهٔ نیمه‌هادی برابر با n باشد، کسر نور عبوری از مرز مشترک محیط نیمه‌هادی-هوا طبق رابطهٔ (۲-۱۴۱) برابراست با:

$$\eta_2' = 1 - \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} = \frac{4n}{(n+1)^2} \qquad (۵۴-۵)$$

بنابراین عبور کل برای شار فوتونی در جهت پرتو *1* برابراست با:

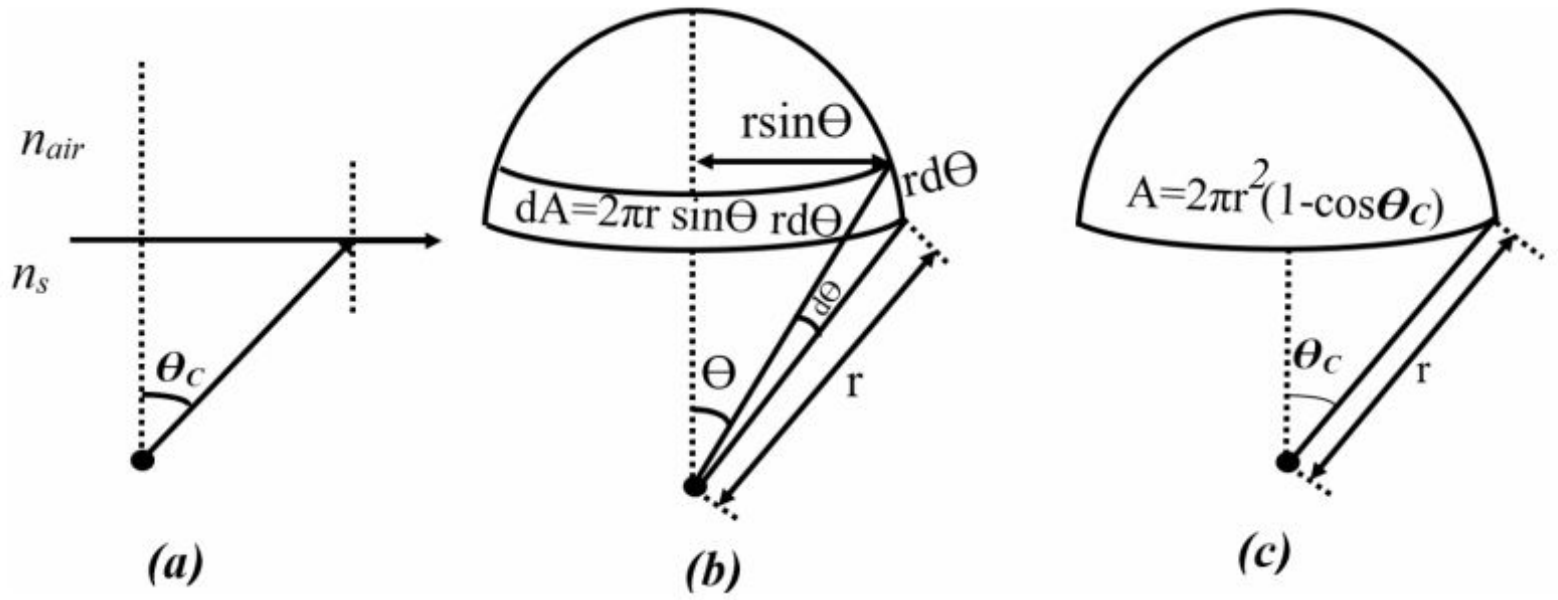
$$\eta_1 = \eta_1'\eta_2' \qquad (۵۵-۵)$$

۲. پرتو *2*، مسیر بیشتری را در داخل نیمه‌هادی طی می‌کند؛ درنتیجه شار فوتونی مربوط به آن بیشتر از شار فوتونی در جهت پرتو*1* تضعیف می‌شود. همچنین پرتو *2* دارای تلفات بازتاب بزرگ‌تری است (به رابطهٔ (۲-۵۷) فصل دوم مراجعه شود)؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$\eta_2 < \eta_1 \qquad (۵۶-۵)$$

۳. نور تولیدی در داخل یک نیمه‌هادی در صورت بازتاب داخلی کلی در مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا، به خارج از نیمه‌هادی راه نمی‌یابد. در این ساختار، تنها پرتوهایی که در داخل مخروط با زاویهٔ کانونی $\theta_C=sin^{-1}(n_{air}/n_S)=sin^{-1}(1/n_S)$، قراردارند، به خارج از

ساختار شکسته می‌شوند (شکل ۵-۱۱را ببینید). برهمین اساس شار فوتونی در جهت پرتو 3، به داخل نیمه‌هادی بازتاب می‌شود.



شکل ۵-۱۱: پرتو تابشی از نیمه‌هادی با زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا برخورد می‌کند (a). نحوهٔ محاسبهٔ نسبت نور خارج‌شده از قطعه (یک کلاهک کروی، که روی مخروط با زاویهٔ کانونی θ_C قرار دارد)(b و c).

به‌منظور محاسبهٔ نسبت نور خارج‌شده از قطعه به کل نور تولیدشده در قطعه، یک کلاهک کروی را، که روی مخروط با زاویهٔ کانونی θ_C قراردارد، مطابق با شکل ۵-۱۱ (c) درنظرمی‌گیریم. مساحت سطح این کلاهک کروی، که جزیی از یک کره به شعاع r است برابراست با:

$$A = \int dA = \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_C} 2\pi r^2 \sin\theta \, d\theta = 2\pi r^2 (1 - \cos\theta_C) \qquad (۵۷-۵)$$

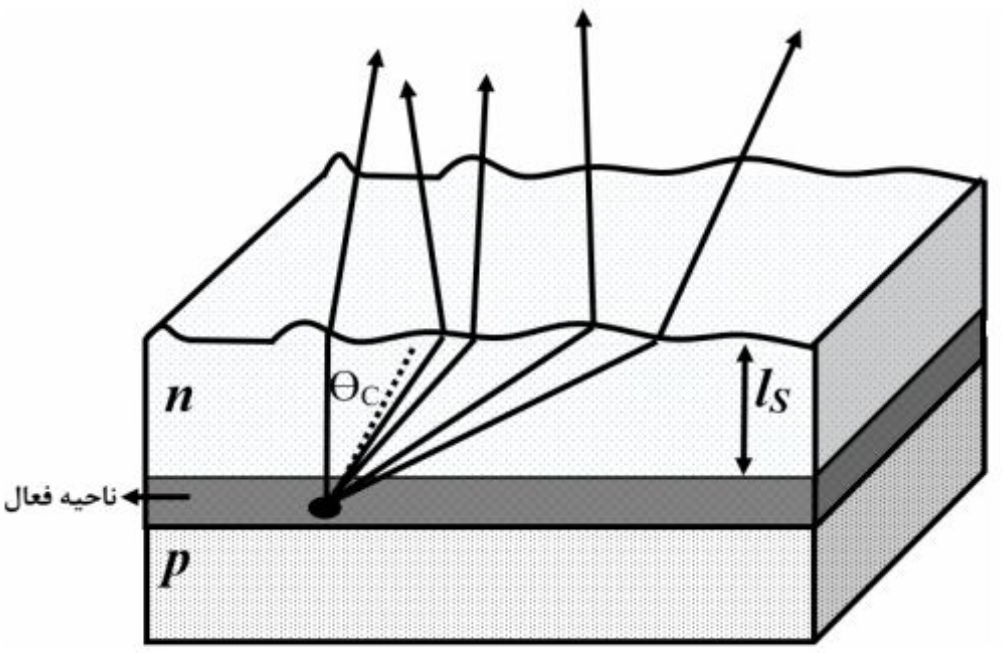
و سطح کل کره برابر با $4\pi r^2$ است؛ درنتیجه کسر نور ساطع‌شده از قطعه برابراست با:

$$\eta_3 = \frac{2\pi r^2 (1 - \cos\theta_C)}{4\pi r^2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta_C) \qquad (۵۸-۵)$$

نتیجه اینکه بازده استخراج بیانگر آن است که چه کسری از فوتون‌های تولیدی در دیود نورگسیل به خارج از قطعه ساطع می‌شوند و برای بازده استخراج داریم:

$$\eta_{EE} = \eta_1'\eta_2'\eta_3 = \exp(-\alpha_S l_S)\frac{2n(1-\cos\theta_C)}{(n+1)^2} \qquad (۵۹-۵)$$

روش‌های متعددی برای افزایش بازده استخراج وجود دارد؛ به‌عنوان نمونه، ایجاد ناهمواری بر سطح ساختار نشان داده‌شده در شکل ۵-۱۰، سبب می‌شود تا پرتوهای تولیدی، که با زاویه‌ای بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا برخورد می‌کنند نیز به خارج از ساختار راه یابند و از این طریق بازده استخراج افزایش یابد (شکل ۵-۱۲).



شکل ۵-۱۲: در ساختار دیود نورگسیل تخت با سطح ناهموار، پرتوهای تولیدی که با زاویه‌ای بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا برخورد می‌کنند نیز به خارج از ساختار راه می‌یابند.

مثال ۵-۵: برای یک دیود نورگسیل تخت مانند شکل ۵-۱۰، مبتنی بر *GaAs* با ضریب شکست *n=3.6*:

الف) بازده استخراج نور از نیمه‌هادی به هوا را محاسبه کنید.

ب) اگر برروی سطح نیمه‌هادی، مادهٔ شفاف با ضریب شکست $n_1=1.5$ قرارگیرد، بازده استخراج را محاسبه کنید.

از جذب فوتون‌های تولیدی در ماده صرف‌نظر کنید.

حل:

الف) از رابطهٔ (۵-۵۴) کسر نور عبوری از مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا و نسبت نور خارج‌شده از قطعه به کل نور تولیدشده در قطعه از رابطهٔ (۵-۵۹) تعیین می‌شود؛ درنتیجه برای بازده استخراج صرف‌نظر از جذب فوتون در ماده می‌توان نوشت:

$$\eta_{EE} = \frac{2n}{(n+1)^2}(1-\cos\theta_c)$$

برای مقدار زاویهٔ بحرانی برای مرز مشترک نیمه‌هادی- هوا داریم:

$$\theta_C = \sin^{-1}\frac{1}{3.6} = 16.12^\circ$$

و مقدار بازده استخراج به‌صورت داده‌شده به‌دست می‌آید:

$$\eta_{EE} = \frac{2\times 3.6}{(3.6+1)^2}\times(1-\cos(16.12^\circ)) = 1.34\%$$

ب) ضریب عبور از نیمه‌هادی به محیط شفاف از رابطهٔ (۲-۱۴۱) تعیین می‌شود؛ بنابراین بازده استخراج این گونه به‌دست می‌آید:

$$\eta_e = \frac{2n_1 n}{(n_1+n)^2}(1-\cos\theta_c)$$

مقدار زاویهٔ بحرانی برای خروج نور از نیمه‌هادی برابراست با:

$$\theta_C = \sin^{-1}\frac{1.5}{3.6} = 24.62^\circ$$

برای مقدار بازده استخراج در این حالت داریم:

$$\eta_{EE} = \frac{2 \times 1.5 \times 3.6}{(1.5 + 3.6)^2}(1 - \cos 24.62^\circ) = 3.776\,\%$$

زاویهٔ بحرانی در قسمت (ب) نسبت به قسمت (الف) افزایش یافته است؛ درنتیجه مخروط نشان داده‌شده در شکل ۵-۱۱، بزرگ‌تر است و به تبع آن کسر نور خروجی از نیمه‌هادی نیز نسبت به حالت قبل افزایش داشته است. مقدار بازده استخراج در این حالت تقریباً 3 برابر شده است. استفاده از محیط شفاف با ضریب شکست مناسب، سبب افزایش بیشتر بازده استخراج می‌گردد.

حل مقدار بازده استخراج براساس ضریب عبور در برخورد عمود بر فصل مشترک، تقریب زده شده است.

۵-۵-۱-۱-۳. بازده خارجی[1] و شار فوتون خروجی

شار فوتون خروجی به شار فوتون داخلی وابسته است:

$$\Phi_{out} = \eta_{ex}\Phi \qquad (۶۰-۵)$$

آن‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، بازده کوانتومی داخلی η_{IQE}، شار فوتونی داخلی را به شار الکترونی تزریقی مرتبط می‌کند و بازده استخراج η_{EE}، نیز تعیین‌کنندهٔ آن است که چه مقدار از شار فوتون داخلی به خارج از ساختار انتقال یافته است. بازده کوانتومی که این دو بازده را در خود جای داده است، بازده خارجی نامیده می‌شود و برابراست با:

$$\eta_{ex} = \eta_{IQE}\eta_{EE} \qquad (۶۱-۵)$$

ازاین‌رو برای شار فوتون خروجی می‌توان نوشت:

$$\Phi_{out} = \eta_{ex}\frac{I_D}{\epsilon} \qquad (۶۲-۵)$$

[1] External Efficiency

با توجه به رابطهٔ (۵-۶۲)، بازده خارجی نسبت شار فوتون خارجی به شار الکترون تزریقی است. با توجه به اینکه انرژی هر فوتون تولیدی برابر با $h\vartheta$ است؛ درنتیجه توان خروجی دیود نورگسیل با شار فوتون خارجی در ارتباط است:

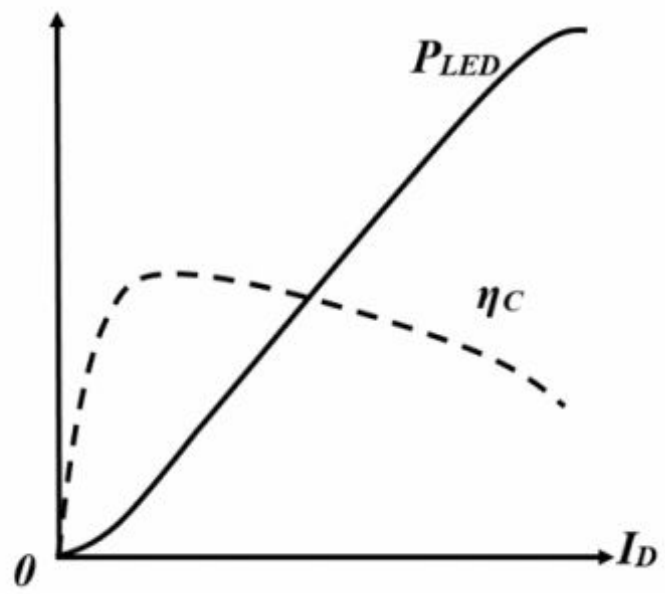
$$P_{LED} = h\vartheta\Phi_{out} = \eta_{ex} h\vartheta \frac{I_D}{e} \qquad (۵-۶۳)$$

بازده کوانتومی داخلی یک دیود نورگسیل بین 50 تا 100% متغیر است و بازده استخراج ساختار نیز با طراحی مناسب به میزان 50% می‌رسد؛ بنابراین در یک دیود نورگسیل همواره بازده خارجی کمتر از 50% خواهد بود. بنابر رابطهٔ (۵-۶۳) توان خروجی به‌صورت خطی با جریان تزریقی افزایش می‌یابد. نمودار توان خروجی برحسب جریان تزریقی در شکل ۵-۱۳ نشان داده شده است. با توجه به مشخصهٔ توان- جریان، جریان تزریقی آستانه وجود ندارد؛ بدین معنا که به محض آنکه دیود نورگسیل، تحت تأثیر بایاس مستقیم قرار می‌گیرد، دیود روشن و نور از آن ساطع می‌شود. در جریان‌های متوسط، مشخصه خطی است. غیرخطی بودن مشخصه مربوط به جریان‌های بسیار پایین و بسیار بالاست. به‌دلیل همین غیرخطی بودن است که بازده دیود نورگسیل نیز تابعی از جریان تزریقی است. بازده خارجی دیود نورگسیل در جریان‌های کوچک از مقادیر کوچک شروع می‌شود و در جریان‌های متوسط به‌صورت سریع تغییر می‌کند. بازده خارجی قطعه در جریان‌های بالا به اشباع می‌رسد و یا کاهش می‌یابد.

نسبت توان نوری ساطع‌شده از دیود نورگسیل، به توان الکتریکی اعمالی را به‌صورت بازده تبدیل توان[1] ،η_C، تعریف می‌کنند. برای بازده تبدیل توان داریم:

$$\eta_C = \frac{P_{out}}{I_D V} = \eta_{ex} \frac{h\vartheta}{eV} \qquad (۵-۶۴)$$

[1] Power-Conversion Efficiency



شکل ۵-۱۳: توان خروجی دیود نورگسیل (منحنی خط ممتد) و بازده تبدیل دیود نورگسیل برحسب جریان تزریقی (منحنی خط چین). اقتباس شده از [۱۱].

۵-۵-۱-۱-۴. پاسخ‌پذیری[1]

در یک دیود نورگسیل، پاسخ‌پذیری ،$\Re_{LED}$، به‌صورت نسبت توان نوری ساطع‌شده به جریان تزریق‌شده به‌دست می‌آید:

$$\Re_{LED} = \frac{P_{LED}}{I_D} = \frac{h\vartheta\Phi_{out}}{I_D} = \eta_{ex}\frac{h\vartheta}{e} \qquad (W/A) \qquad (۶۵-۵)$$

مثال ۵-۶: یک دیود نورگسیل مبتنی بر *AlGaInP/GaP*، در طول موج *636 nm* کار می‌کند. این قطعه زمانی‌که تحت تأثیر بایاس مستقیم با ولتاژ *2.02 V* قرار دارد و جریان عبوری از آن *20 mA* است، دارای بازده خارجی *23.7%* است. توان خروجی، بازده تبدیل توان و پاسخ‌پذیری قطعه را محاسبه کنید.

حل:

مقدار انرژی فوتون‌های گسیل‌شده از دیود برابراست با:

$$h\frac{c}{\lambda} = 6.63\times10^{-34}\ (J.s)\times\frac{3\times10^{8}\ (m/s)}{636\ (nm)} = 1.954\ eV$$

---

[1] Responsivity

توان خروجی دیود از رابطهٔ (۵-۶۳) تعیین می‌شود:

$$P_{LED} = 0.237 \times 1.954\,(V) \times 20\,mA = 9.262\,mW$$

بازده تبدیل توان، که نسبت توان خروجی به توان ورودی قطع است، از رابطهٔ (۵-۶۴) محاسبه می‌شود:

$$\eta_C = \frac{9.262\ mW}{2.02\ (V) \times 20\ (mA)} = 22.93\,\%$$

درنهایت برای پاسخ‌پذیری از رابطهٔ (۵-۶۵) داریم:

$$\Re_{LED} = \frac{9.262\ (mW)}{20\ (mA)} = 0.463\ (W\ /\ A)$$

۵-۵-۲. الگوی تابشی دیود نورگسیل

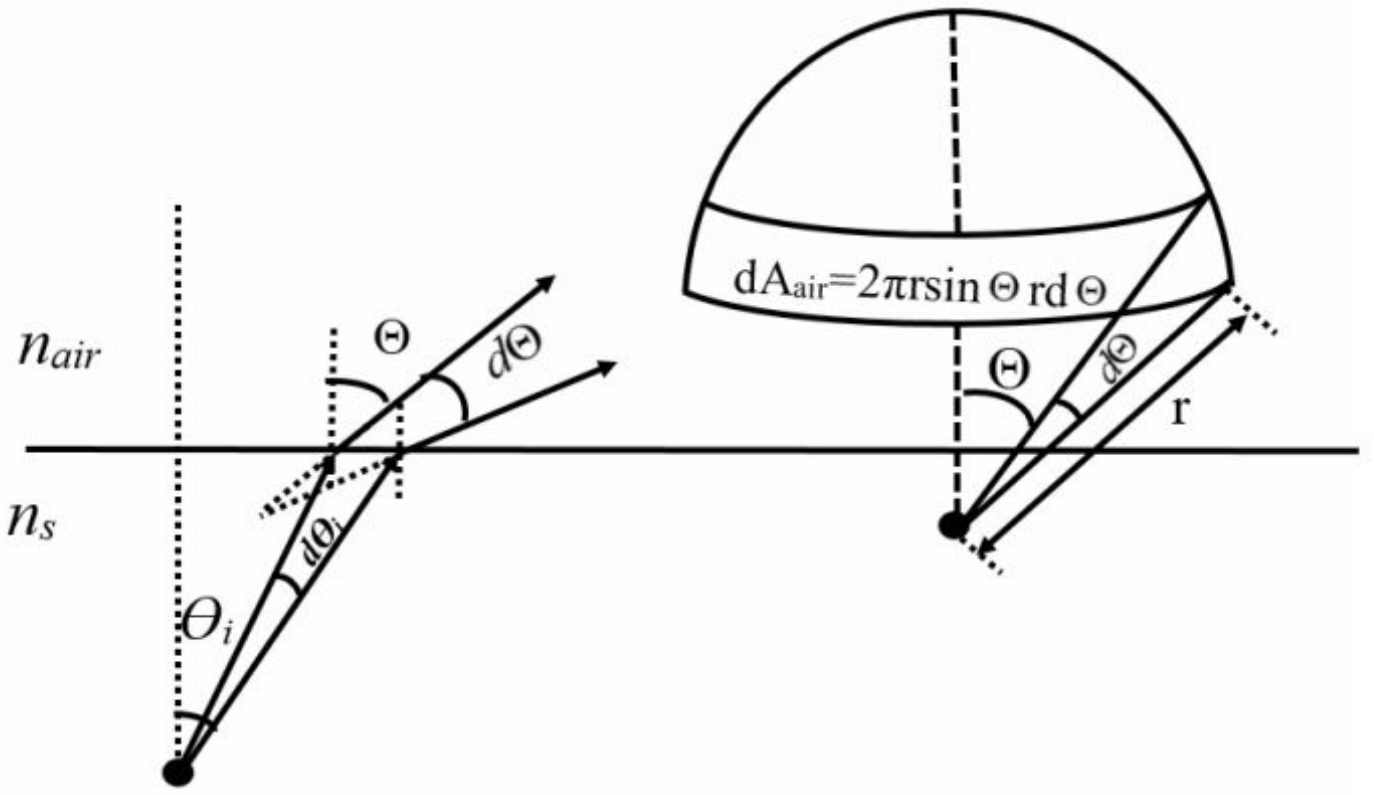
تمامی دیودهای نورگسیل دارای یک الگوی تابشی یا یک الگوی میدان دور[1] مشخص هستند. شدت نورگسیلی از یک دیود نورگسیل، مبتنی بر یک نیمه‌هادی با ضریب شکست بزرگ یک الگوی لامبرتی[2] است. به‌منظور به‌دست آوردن الگوی تابشی دیود نورگسیل، یک پرتو نوری ساطع‌شده از یک منبع نور در یک نیمه‌هادی را درنظرمی‌گیریم، که به فصل مشترک نیمه‌هادی- هوا برخورد می‌کند و به داخل هوا شکسته می‌شود. اگر زاویهٔ تابش پرتو نوری θ_i باشد و پرتو نوری شکسته‌شده با خط عمود بر فصل مشترک دو محیط، زاویهٔ Θ بسازد، بنابر قانون اسنل و فرض کوچک بودن زاویهٔ تابش داریم:

$$n_S\theta_i = n_{air}\sin\Theta \qquad (۶۶-۵)$$

[1] Far-Field Pattern

[2] Lambertian Pattern

در ازای تغییر زاویهٔ تابش نور ساطع‌شده از منبع داخل نیمه‌هادی به میزان $d\theta_i$، زاویهٔ شکست پرتو شکست در هوا به میزان $d\Theta$ تغییر می‌کند.



شکل ۵-۱۴: در ازای تغییر زاویهٔ تابش نور ساطع‌شده از منبع داخل نیمه‌هادی به میزان $d\theta_i$، زاویهٔ شکست پرتو شکست در هوا به میزان $d\Theta$ تغییر می‌کند (سمت چپ). المان سطح در تابش داخل هوا (سمت راست).

با دیفرانسیل‌گیری از طرفین رابطهٔ (۵-۶۶) داریم:

$$d\Theta = \frac{n_S}{n_{air}} \frac{1}{\cos\Theta} d\theta_i \qquad (۶۷-۵)$$

پایستگی توان ایجاب می‌کند که توان نوری ساطع‌شده در محدودهٔ زاویه‌ای $d\theta_i$ در داخل نیمه‌هادی برابر با توان نوری ساطع‌شده در محدودهٔ زاویه‌ای $d\Theta$ در هوا باشد:

$$I_S dA_S = I_{air} dA_{air} \qquad (۶۸-۵)$$

که در آن، I_S و I_{air} به‌ترتیب شدت نور در نیمه‌هادی و هوا هستند. المان سطح در تابش داخل هوا، نشان داده‌شده در (۵-۱۴) برابراست با:

$$dA_{air} = 2\pi r \sin\Theta r d\Theta \qquad (۶۹-۵)$$

با استفاده از روابط (۵-۶۷) و (۵-۶۸) داریم:

$$dA_{air} = 2\pi r^2 \frac{n_S^2}{n_{air}^2} \frac{1}{\cos\Theta} \theta_i d\theta_i \qquad (۷۰-۵)$$

به‌صورت مشابه، المان سطحی داخل نیمه‌هادی برابراست با:

$$dA_S = 2\pi r \sin\theta_i r d\theta_i \approx 2\pi r^2 \theta_i d\theta_i \qquad (۷۱-۵)$$

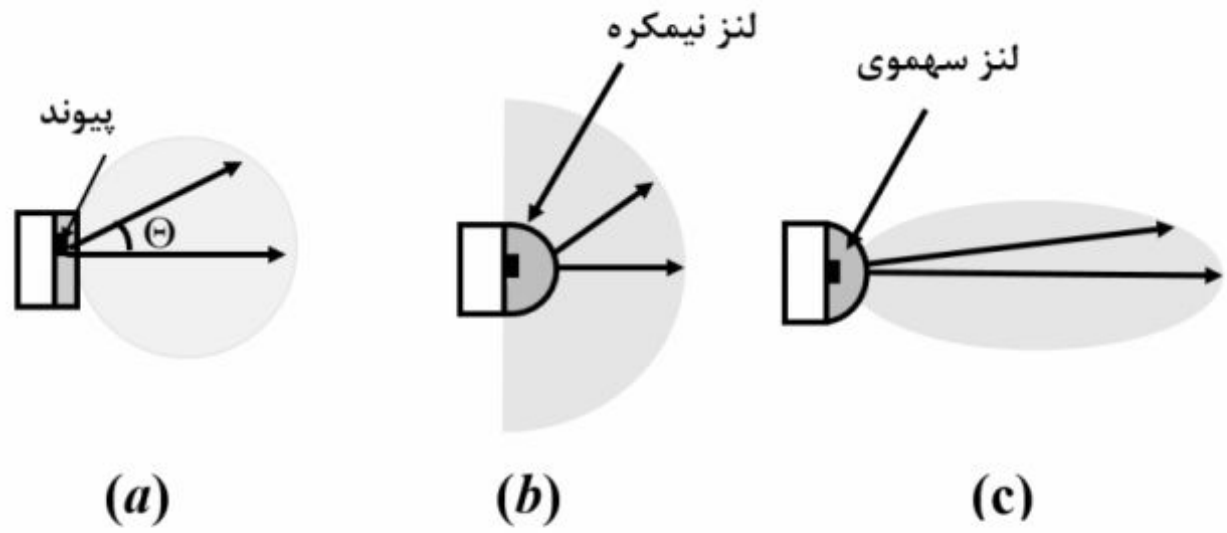
شدت تابش در داخل نیمه‌هادی در فاصلهٔ r از منبع نور برابر است با توان کل منبع نور، P_{Source}، بر سطح کره به شعاع r:

$$I_S = \frac{P_{Source}}{4\pi r^2} \qquad (۷۲-۵)$$

به کمک روابط (۵-۶۸) تا (۵-۷۱) الگوی تابشی لامبرتی به‌دست می‌آید:

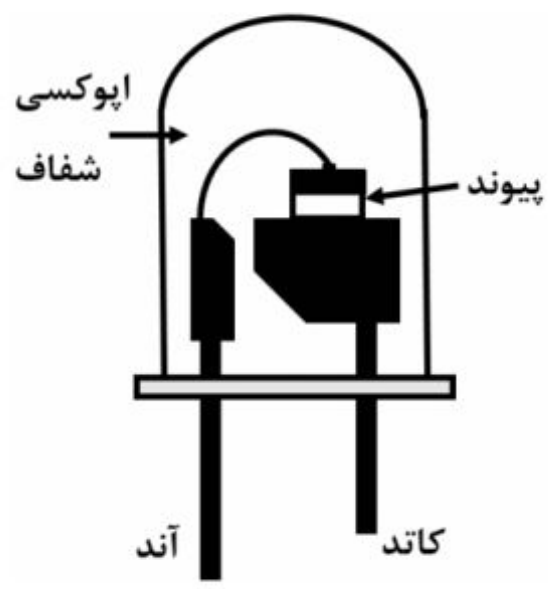
$$I_{air} = \frac{P_{Source}}{4\pi r^2} \frac{n_{air}^2}{n_S^2} \cos\Theta \qquad (۷۳-۵)$$

در تابش نرمال بر سطح نیمه‌هادی، $\Theta=0^\circ$، شدت تابش بیشینه است. در زاویهٔ $\Theta=60^\circ$ شدت تابش به نصف بیشینهٔ تابش می‌رسد. الگوی تابشی لامبرتی در شکل ۵-۱۵ (a) نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۵: الگوی تابشی دیود نورگسیل تخت (a) الگوی لامبرتی بدون حضور لنز بر ساختار با حضور لنز (b) و (c). اقتباس شده از [۱۴].

دیودهای نورگسیل غالباً در داخل لنزهای اپوکسی[1] شفاف قرارمی‌گیرند (شکل ۵-۱۶). الگوی تابشی قطعه بسته به شکل لنز، نیمکره و سهموی به‌ترتیب مطابق شکل ۵-۱۵ (b) و (c) تغییر می‌کند؛ علاوه‌براین لنزهای اپوکسی سبب افزایش بازده استخراج می‌شوند (در مثال ۵-۵ برای یک دیود نورگسیل تخت اثبات شد). استخراج نور از نیمه‌هادی به اپوکسی با انتخاب لنز با ضریب شکست نزدیک به ضریب شکست نیمه‌هادی بهینه می‌شود. همچنین بیشینهٔ استخراج نور از مرز مشترک اپوکسی- هوا با شکل مناسب از لنز اپوکسی به‌دست می‌آید. در عمل اپوکسی ساخته‌شده از مواد با ضریب شکست به مقدار متوسط از مقادیر ضریب شکست نیمه‌هادی و هوا، بازده خروجی را 2 تا 3 برابر می‌کند.



شکل ۵-۱۶: دیود نورگسیل قرارگرفته در محفظهٔ پلاستیکی.

[1] Epoxy

۵-۵-۳. طیف گسیل[1]

درشرایط تزریق پایین، ترازهای فرمی در هر دو سمت پیوند به اندازهٔ چندین KT از لبه‌های باند هدایت و ظرفیت فاصله دارند ($E_C - E_{FC} >> KT$ و $E_{FV} - E_V >> KT$). درنتیجه احتمال اشغال تراز E_2 توسط الکترون با تقریب تابع توزیع فرمی- دیراک (۵-۴۴) برابراست با:

$$F(E_2) \cong \exp\left(\frac{E_{FC} - E_2}{KT}\right) \qquad (۷۴-۵)$$

به‌صورت مشابه احتمال خالی بودن تراز E_1 از الکترون برابراست با:

$$1 - F(E_1) \cong \exp\left(\frac{E_1 - E_{FV}}{KT}\right) \qquad (۷۵-۵)$$

بنابراین برای نرخ گسیل خودبه‌خودی با جاگذاری روابط (۵-۷۴) و (۵-۷۵) در رابطهٔ (۵-۴۶) داریم:

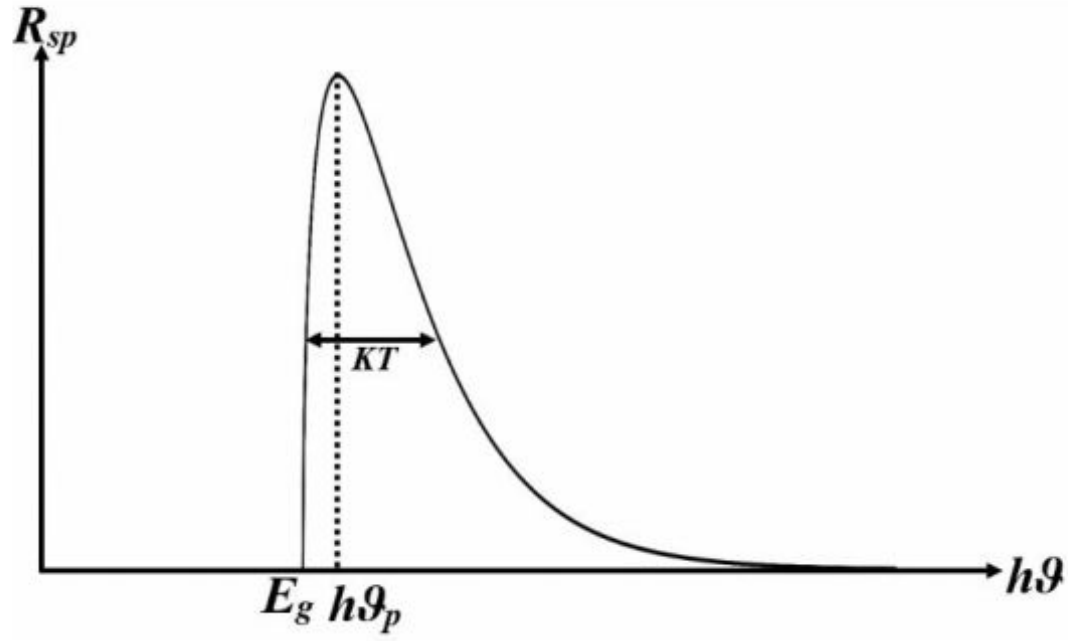
$$R_{SP}(\vartheta) = \frac{1}{\tau_{rad}} \frac{(2m_r)^{3/2}}{\neq \hbar^2} \sqrt{h\vartheta - E_g} \qquad (۷۶-۵))$$
$$\times \exp\left(\frac{E_{FC} - E_{FV} - E_g}{KT}\right) \exp\left(-\frac{h\vartheta - E_g}{KT}\right)$$

نرخ گسیل خودبه‌خودی برحسب انرژی فوتون تولیدی در شکل ۵-۱۷ نشان داده شده است. شدت تابش خودبه‌خودی متناسب با نرخ گسیل خودبه‌خودی است. بیشینهٔ مقدار نرخ در فرکانس ϑ_p رخ می‌دهد:

$$h\vartheta_p = E_g + \frac{1}{2}KT \qquad (۷۷-۵)$$

---

[1] Spectral Emission



شکل ۵-۱۷: پهنای طیف گسیلی دیود نورگسیل برحسب انرژی فوتون‌های تولیدی.

پهنای طیف در نصف مقدار بیشینه[1] برابراست با:

$$\Delta\vartheta \approx 1.8KT/h \qquad (۷۸-۵)$$

پهنای طیف برحسب طول موج به‌دست می‌آید:

$$\Delta\lambda \approx 1.45\lambda_p^2 KT(\mu m) \qquad (۷۹-۵)$$

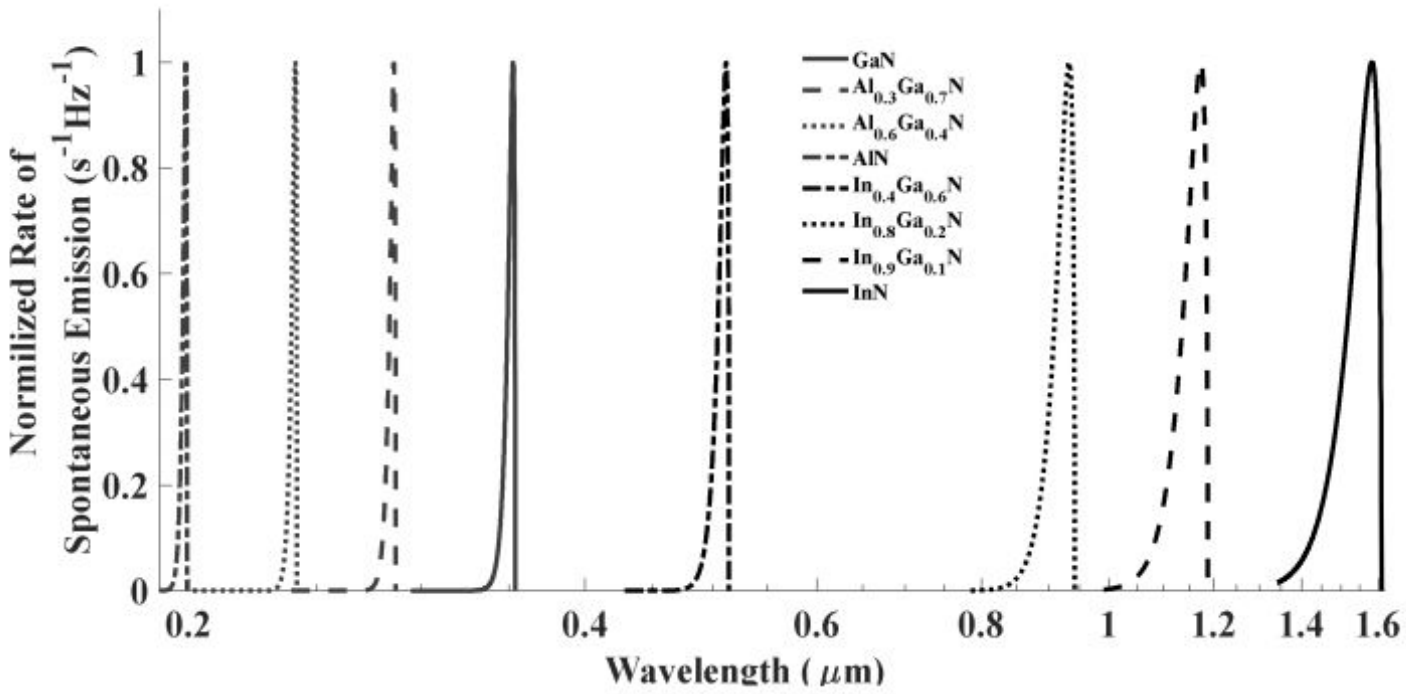
که در آن λ_p برحسب μm و KT برحسب eV بیان می‌شود.
شار فوتون تولیدی نیز برابراست با:

$$\Phi = V_D \int_0^\infty R_{SP}(\vartheta)d\vartheta = \frac{V_D(m_r)^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^{3/2}\hbar^3\tau_{rad}}(KT)^{3/2}\exp(\frac{E_{FC}-E_{FV}-E_g}{KT}) \qquad (۸۰-۵)$$

با افزایش نرخ تزریق حامل‌ها، احتمال اشغال تراز انرژی E_2 از الکترون و احتمال خالی بودن تراز انرژی E_1 از الکترون (پر شده توسط حفره) افزایش می‌یابد و به تبع آن نرخ گسیل

[1] Full Width at Half Maximum (FWHM)

خودبه‌خودی و شار فوتون تولیدی نیز افزایش می‌یابد. طیف شدت تابش برحسب طول موج برای دیودهای نورگسیل، که در باند طول موجی فرابنفش، مرئی و مادون قرمز کار می‌کنند، در شکل ۵-۱۸ نشان داده شده است. طبق شکل، دیودهای نورگسیل مبتنی بر ترکیبات نیتریدی و عناصر گروه سوم به فرم $Al_xGa_{1-x}N$ به‌دلیل گاف انرژی بزرگ، توانایی انتشار نور در بازه طول موجی فرابنفش ($x=1$) تا مرئی ($x=0$) را دارند. با استفاده از AlN با گاف انرژی بزرگ ($6.25\ eV$) امکان تولید نور با طول موج $198\ nm$ وجود دارد؛ ازسوی‌دیگر دیود نورگسیل مبتنی بر GaN با گاف انرژی ($3.42\ eV$) نور با طول موج $363\ nm$ را از خود گسیل می‌دهد. دیودهای مبتنی بر $In_xGa_{1-x}N$ توان انتشار نور در نواحی طول موج مرئی و مادون قرمز را طبق شکل ۵-۱۸ دارند.



شکل ۵-۱۸: طیف شدت تابش برحسب طول موج برای دیودهای نورگسیل در باند طول موجی فرابنفش، مرئی و مادون قرمز.

مثال ۵-۷: برای یک دیود نورگسیل مبتنی بر $GaAs$ در دمای $300\ °K$:

الف) بیشینهٔ نرخ گسیل خودبه‌خودی مربوط به چه فرکانسی است؟

ب) پهنای طیفی نرخ گسیل را محاسبه کنید.

حل:

الف) گاف انرژی $GaAs$ در دمای $300\ ^\circ K$ ، $E_g=1.43\ eV$ وجود دارد؛ درنتیجه فرکانسی که در آن بیشینهٔ گسیل رخ می‌دهد، از رابطهٔ (۵-۷۷) محاسبه می‌شود:

$$\vartheta_p = (1.43 + 0.013)\,(eV)/(6.63\times10^{-34}\ (J.s)) = 348.235\ THz$$

که متناظر با طول موج $\lambda_p=859.3\ nm$ است.

ب) برای پهنای طیفی میزان گسیل از رابطهٔ (۵-۷۹) داریم:

$$\Delta\lambda = 1.45\times(0.8593\ (\mu m))^2\times0.026\ (eV) = 27.83\ nm$$

۵-۵-۴. پاسخ فرکانسی

توان نوری خروجی با اعمال سیگنال مدوله‌شده به جریان تزریقی، مدوله می‌شود. در عملکرد فرکانس بالا، دست‌یابی به پهنای باند مدولاسیون بسیار بزرگ مطلوب است. با توجه به اینکه دیود نورگسیل تحت بایاس مستقیم قراردارد، خازن نفوذی عامل مهمی در تعیین پهنای باند مدولاسیون قطعه است. ازآنجاکه مقدار خازن نفوذی به بارهای تزریقی به نواحی نفوذ در دیود وابسته است؛ لذا خازن نفوذی تابعی از طول عمر حامل‌های اقلیت در نواحی نفوذ قطعه است و درنهایت پهنای باند مدولاسیون قطعه به طول عمر حامل‌ها وابسته است. در یک دیود نورگسیل، اگر جریان تزریقی یک سیگنال مدولاسیون با شاخص مدولاسیون m_{mod}، دامنهٔ I_{D0} و فرکانس ϑ باشد:

$$I_D(t) = I_{D0}(1 + m_{\mathrm{mod}}\cos 2\pi\vartheta t) \qquad (۵-۸۱)$$

در رژیم خطی ($m_{mod} << 1$) توان خروجی قطعه به‌صورت مستقیم با جریان تزریقی تغییر می‌کند و برای توان خروجی دیود نورگسیل در پاسخ به این سیگنال داریم:

$$P_{LED}(t) = P_{LED0}(1 + m' \cos(2\pi\vartheta t + \varphi_{P_{LED}})) \quad (۸۲-۵)$$

که در آن، P_{LED0} توان خروجی تحت جریان تزریقی I_0، m' تعیین‌کنندهٔ دامنهٔ پاسخ به سیگنال متناوب و $\varphi_{P_{LED}}$ تأخیر فاز در پاسخ به سیگنال مدولاسیون است. پاسخ فرکانسی (به پیوست ۵-۳ مراجعه شود) عبارت است از:

$$\Re_{LED}(\vartheta) = \frac{\Re_{LED\,0}}{1 + i2\pi\vartheta\tau_{rec}} \quad (۸۳-۵)$$

که مشابه با پاسخ فرکانسی یک مدار RC است. طبق رابطهٔ پاسخ فرکانسی، زمان صعود پاسخ همان طول عمر بازترکیب است و برای فرکانس قطع $3dB$- داریم:

$$\vartheta_{-3\,dB} = \frac{1}{2\pi\tau_{rec}} \quad (۸۴-۵)$$

پهنای باند بزرگ با کاهش طول عمر بازترکیب، که طبق رابطهٔ (۵-۳۴) با طول عمر بازترکیب تابشی τ_{rad} و طول عمر بازترکیب غیرتابشی τ_{nonrad} در ارتباط است، قابل تحقق است؛ ازطرفی طبق رابطهٔ (۵-۳۶)، کاهش τ_{nonrad} سبب کاهش بازده کوانتومی داخلی ساختار می‌شود؛ بنابراین مطلوب است که حاصل‌ضرب پهنای باند BW، در بازده کوانتومی داخلی، $\eta_{IQE}BW=1/2\pi\tau_{rad}$، برای ساختار به بیشینهٔ مقدار برسد تا اینکه پهنای باند تنها بزرگ باشد؛ لذا بدون کاهش τ_{nonrad} و تنها با کاهش τ_{rad} با انتخاب مناسب نیمه‌هادی و تنظیم مقدار ناخالصی، می‌توان به $\eta_{IQE}BW$ بزرگ دست یافت. معمولاً زمان صعود برای دیود نورگسیل 1 تا $50\ ns$ است و پهنای باند قطعه به چند صد مگاهرتز می‌رسد. در شکل ۵-۱۹ پاسخ فرکانسی قطعه مبتنی بر $GaAs$ آمده است.

پاسخِ زمانی دیود نورگسیل، از تأخیر زمانی میان اعمال جریان به دیود و گسیل نور از قطعه ناشی می‌شود و از پاسخ فرکانسی قطعه تعیین می‌شود و این میزان تأخیر، تعیین‌کنندهٔ پهنای باند مدولاسیون ساختار است.

مثال ۵-۸: در دیود نورگسیل مبتنی بر *GaAs* و *GaN*، پهنای باند مدولاسیون *3 dB-* را تعیین کنید.

حل:

طول عمر بازترکیب ،τ_{rec} برای *GaAs* و *GaN* طبق جدول ۵-۲، به‌ترتیب *50 ns* و *0.1 ns* است؛ در نتیجه پهنای باند مدولاسیون برای دو قطعه از رابطهٔ (۵-۸۴) تعیین می‌شود:

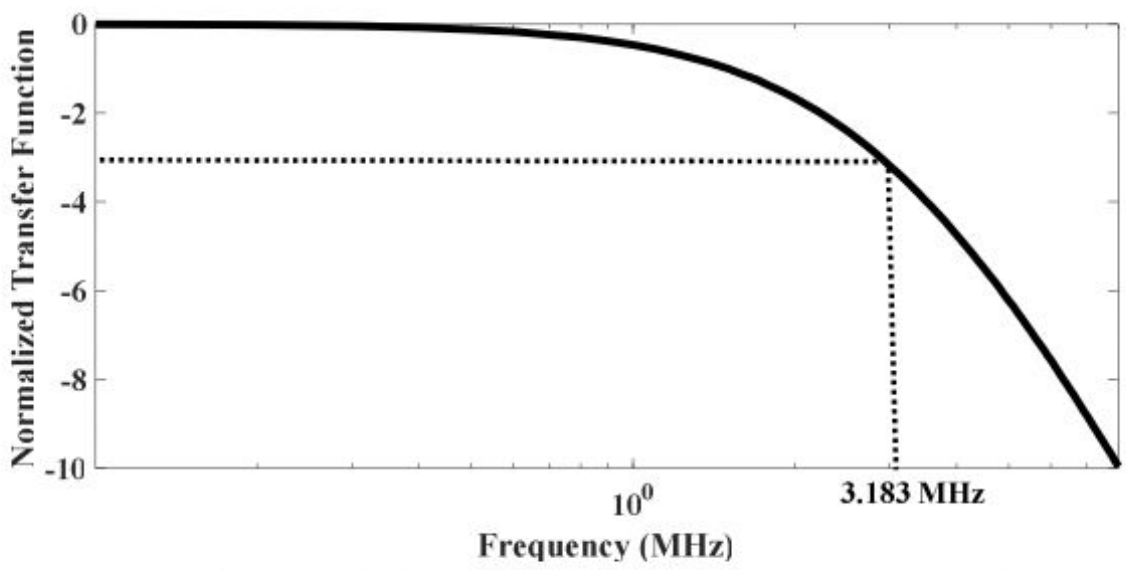
$$\vartheta_{-3\,dB|GaAs} = \frac{1}{2\pi \times 50\,(ns)} = 3.183\,MHz$$

$$\vartheta_{-3\,dB|GaN} = \frac{1}{2\pi \times 0.1\,(ns)} = 1.59\,GHz$$

پهنای باند مدولاسیون *3 dB-*، در دیود نورگسیل مبتنی بر *GaN*، به‌دلیل کوچک بودن طول عمر بازترکیب، بزرگ‌تر از قطعه برپایهٔ *GaAs* است. این در حالیست که بازده کوانتومی داخلی دیودهای نورگسیل برپایهٔ *GaAs* و به تبع آن توان خروجی آن‌ها، بزرگ‌تر از قطعه مبتنی بر *GaN* است. برای مقدار حاصل‌ضرب پهنای باند در بازده کوانتومی داخلی برای دیود نورگسیل مبتنی بر *GaAs* و *GaN* طبق مقادیر جدول ۵-۲ داریم:

$$\eta_{IQE} BW\,|_{GaAs} = 1/(2\pi \times 100\,(ns)) = 1.591\,MHz$$

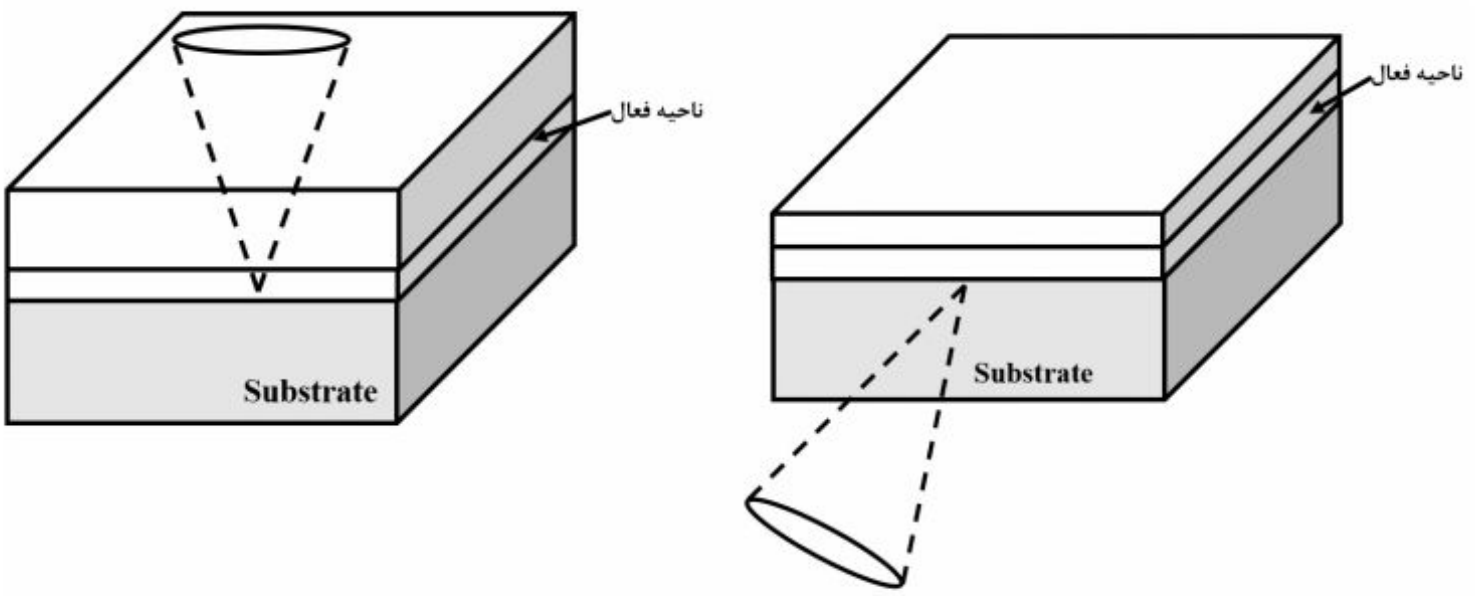
$$\eta_{IQE} BW\,|_{GaN} = 1/(2\pi \times 20\,(ns)) = 7.957\,MHz$$



شکل ۵-۱۹:پاسخ فرکانسی نرمالیزه، $\Re_{LED}(\vartheta)/\Re_{LED}(0)$ (dB)، دیود نورگسیل.

۵-۶. ساختارها و مواد سازندهٔ دیود نورگسیل

دیودهای نورگسیل براساس دست‌یابی به بیشینهٔ بازده استخراج طراحی می‌شوند. در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری، ساختار دیودهای نورگسیل (که در بازه طول موجی مادون قرمز کار می‌کنند) به‌گونه‌ای است که علاوه‌بر بازده کوانتومی خارجی، بازده کوپلینگ دیود و فیبر نوری نیز بهینه است؛ لذا بازده کوپلینگ به فیبر، عامل مهمی برای منابع نوری است که در سیستم‌های مخابرات نوری به‌کارگرفته می‌شوند. دیودهای نورگسیل در دو آرایش انتشاردهندهٔ سطحی[1] و انتشاردهندهٔ لبه‌ای[2] مطابق شکل ۵-۲۰ ساخته می‌شوند. در دیود انتشاردهندهٔ سطحی، تابش نور از یک وجه ساختار، که عمود بر ناحیهٔ فعال است، به بیرون گسیل می‌شود و دیود انتشاردهندهٔ لبه‌ای نور را از لبهٔ ناحیهٔ فعال ساطع می‌کند.



شکل ۵-۲۰: دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی (چپ) و انتشاردهندهٔ لبه‌ای (راست).

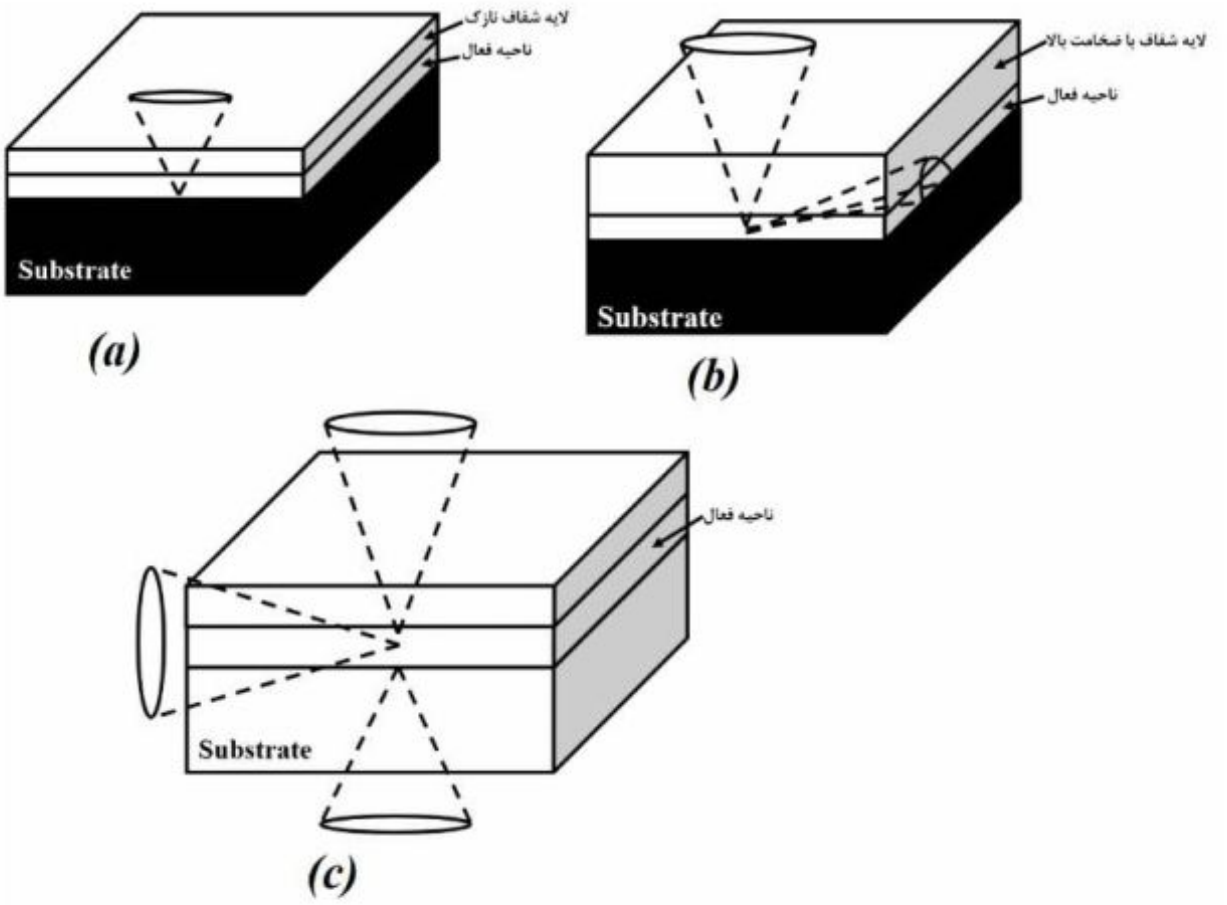
در ساختار دیود انتشاردهندهٔ سطحی یک لایهٔ شفاف در ناحیهٔ فعال مطابق شکل ۵-۲۰ رشد داده می‌شود و این سبب می‌شود تا نور تولیدی از سطح بالایی به خارج از ساختار گسیل شود. در این قطعه زیرلایه می‌تواند یک مادهٔ جاذب نور، مانند دیودهای نورگسیل از جنس *AlGaN* بر زیرلایه *GaN*، یا یک مادهٔ شفاف، نظیر دیودهای نورگسیل *AlInGaP* با زیرلایه *GaP* باشد. در دیود نورگسیل با زیرلایهٔ جاذب و لایهٔ شفاف بالایی به ضخامت لایه حدود *10 ∝m*، تنها فوتون‌هایی که به سمت لایهٔ بالا مستقیماً گسیل می‌شوند، به خارج از ساختار راه می‌یابند و باقی فوتون‌ها توسط زیرلایه جذب می‌شوند؛ بنابراین نور تولیدی در ناحیهٔ

[1] Surface Emitting [2] Edge Emitting

مخروط بالایی از ساختار طبق شکل ۵-۲۱ (*a*) خارج می‌شود. درشرایطی‌که زیرلایهٔ جاذب نور و ضخامت لایهٔ بالایی شفاف بزرگ باشد، نیمی از فوتون‌هایی که به سمت سطح‌های جانبی ساختار ساطع می‌شوند، بدون جذب توسط زیرلایه به خارج از ساختار راه می‌یابند؛ درنتیجه نور تولیدی در نواحی مخروط بالایی و چهار نیم مخروط جانبی از ساختار به بیرون راه می‌یابد (شکل ۵-۲۱ (*b*)) (برای وضوح شکل تنها یک نیم مخروط نشان داده شده است). درصورتی‌که زیرلایه نیز یک مادهٔ شفاف و ضخامت لایهٔ شفاف نیز بزرگ باشد، تمامی فوتون‌های تولیدی که در هر جهت ساطع می‌شوند، به خارج از ساختار راه می‌یابند (مخروط‌های بالا و پایین به‌همراه چهار مخروط جانبی (شکل ۵-۲۱ (*c*)). در دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی نشان داده‌شده در شکل، زیرلایه و لایهٔ بالایی ناحیهٔ فعال از مواد شفاف ساخته شده‌اند و ضخامت لایهٔ بالایی نیز بزرگ است؛ درنتیجه با طراحی مناسب ساختار دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی، نور در تمامی جهات پراکنده می‌شود؛ به همین دلیل است که از آرایش دیودهای نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی در ساخت دیودهای معمولی استفاده می‌شود.

همچنانکه در ابتدای بخش نیز ذکر شد، دیودهای نورگسیل کاربردی در سیستم‌های مخابراتی با دیودهای نورگسیل معمولی کاملاً متفاوت هستند. دیودهای نورگسیل معمولی مبتنی بر اتصال همگون، به دو دلیل امکان ارسال توان به داخل فیبر نوری را ندارند: نخست اینکه حامل‌های اضافی حبس نمی‌شوند و با عبور از یک ناحیهٔ بزرگ، بازترکیب می‌شوند؛ به همین دلیل، ضخامت لایهٔ فعال در این ساختار برحسب طول نفوذ الکترون‌ها در ماده، چند میکرومتر است؛ دوم اینکه در این ادوات، تابش در تمامی جهات گسیل می‌شود. حبس حامل‌ها و تابش به‌طور همزمان به کمک اتصال ناهمگون مضاعف[1]، اساس ساختار دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ لبه‌ای، قابل تحقق است. دیودهای نورگسیل کاربردی در مخابرات فیبر نوری نیز به دو شکل ساختار انتشاردهندهٔ سطحی و لبه‌ای ساخته می‌شوند.

[1] Double Heterojunction (DH)

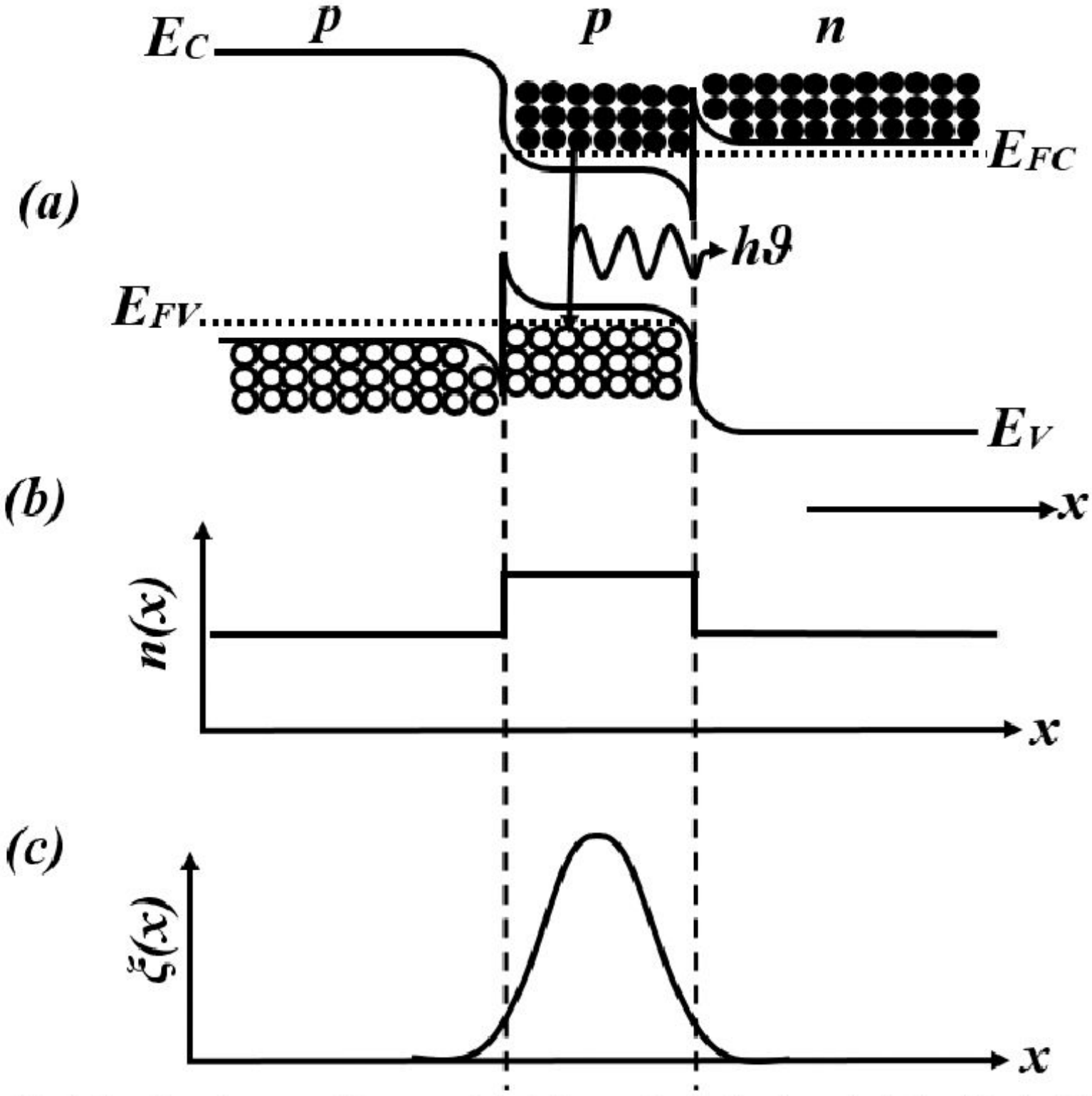


شکل ۵-۲۱- دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی با لایهٔ شفاف که بر ناحیهٔ فعال رشد داده شده است (*a*) زیرلایه، یک مادهٔ جاذب نور است و لایهٔ شفاف بالایی نازک است و نور خروجی به مخروط بالا چهار نیم مخروط جانبی محدود می‌شود. (*b*) زیرلایه، یک مادهٔ جاذب نور است و لایهٔ شفاف بالایی ضخیم است و نور خروجی از مخروط بالا و چهار نیم مخروط جانبی به خارج از ساختار راه می‌یابد. (*c*) ساختار شکل (*b*) با زیرلایهٔ شفاف، نور از شش مخروط بالایی، پایینی و چهار مخروط جانبی از ساختار خارج می‌شود. اقتباس شده از [۱۶].

دیاگرام انرژی اتصال ناهمگون مضاعف به‌همراه ضریب شکست هر ناحیه از ساختار، در شکل ۵-۲۲ (*a*) نشان داده شده است. الکترون‌ها از نیمه‌هادی نوع *n* با گاف انرژی بزرگ و حفره‌ها از نیمه‌هادی نوع *p* با گاف انرژی بزرگ به ناحیهٔ فعال باریک (نیمه‌هادی نوع *p*) تزریق می‌شوند؛ درنتیجه تزریق حامل‌ها از هر دو سمت پیوندگاه به ناحیه با گاف انرژی کوچک (ناحیهٔ فعال) حامل‌ها توسط سدهای پتانسیل هر دو طرف پیوند محدود می‌شوند (به شکل ۵-۲۲ (*a*)) مراجعه شود). در اثر حبس حامل‌ها و بازترکیب آن‌ها در یک ناحیهٔ فعال باریک، نرخ بازترکیب تابشی و درنهایت بازده کوانتومی قطعه افزایش می‌یابد.

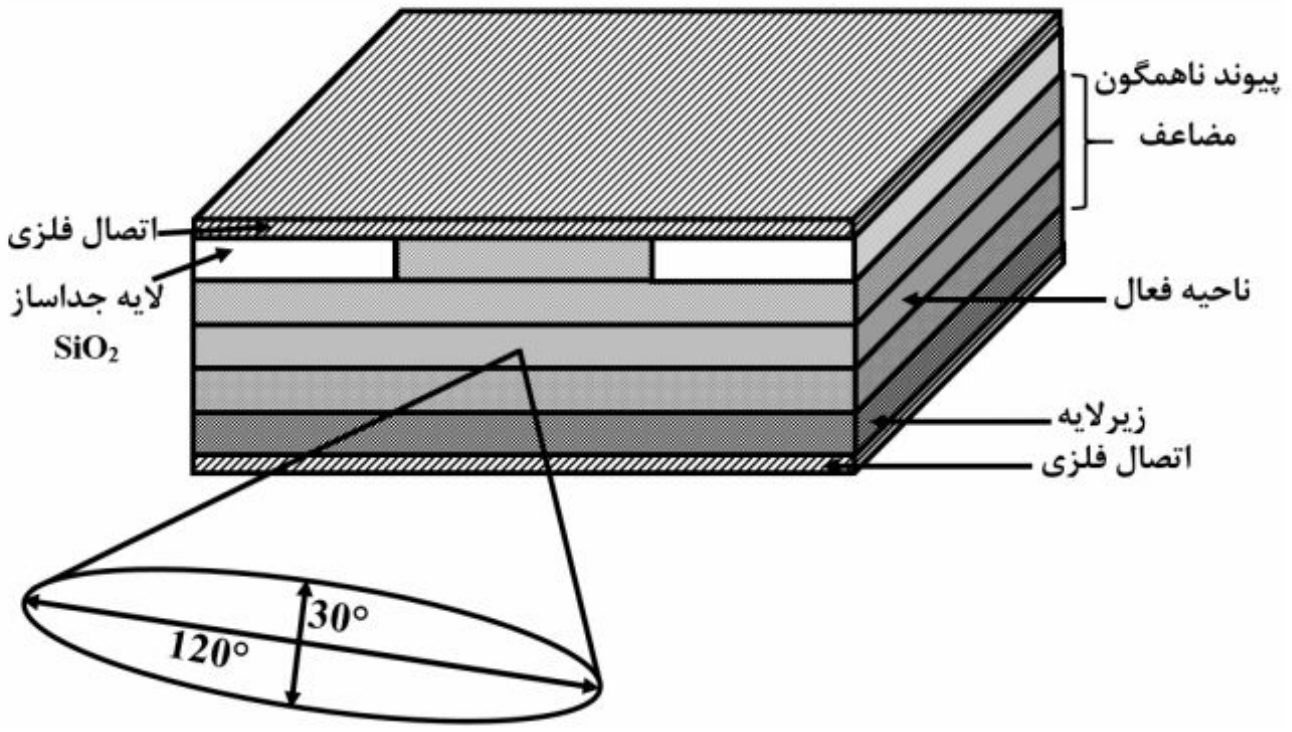
با توجه به اینکه ضریب شکست ناحیهٔ فعال باریک با گاف انرژی کوچک، بزرگ‌تر از ضریب شکست لایه‌های دو سمت پیوند است (شکل ۵-۲۲ (*b*))؛ بنابراین یک موج‌بر دی‌الکتریک تخت با هستهٔ ناحیهٔ فعال با استفاده از اتصال ناهمگون مضاعف ایجاد شده است، که برخی

فوتون‌های تولیدی در هستهٔ موج‌بر حبس می‌شوند. فوتون‌هایی که با زاویه‌ای بزرگ‌تر از زاویهٔ بحرانی به مرز مشترک ناحیهٔ فعال و مواد دو سمت پیوند برخورد می‌کنند، در ناحیهٔ فعال حبس می‌شوند و یک ناحیهٔ کوچک با شدت بالای نور تشکیل می‌شود (c). نسبت بازده کوپلینگ این تابش محصورشده به فیبرهای نوری با شعاع هستهٔ کوچک، بسیار بزرگ است. گاف انرژی نیمه‌هادی‌های دو سمت پیوند، بزرگ‌تر از ناحیهٔ فعال است؛ ازاین‌رو فوتون‌های تولیدی در این ناحیه ازطریق مواد دو سمت پیوند جذب نمی‌شوند.



شکل ۵-۲۲: دیاگرام انرژی اتصال ناهمگون مضاعف (a)، ضریب شکست هر ناحیه از ساختار (b) و توزیع میدان الکتریکی در ساختار (c).

در شکل ۵-۲۳ ساختار یک دیود نورگسیل لبه‌ای نشان داده شده است. تابش خروجی این دیود مطابق شکل، در راستای افقی، گسترده و در راستای عمودی، باریک است. تشعشع دیودهای نورگسیل انتشاردهندهٔ لبه‌ای، ده برابر دیودهای نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی است. الگوی تابشی دیودهای نورگسیل انتشاردهندهٔ لبه‌ای و دیودهای لیزری با $cos^s\theta$، به‌طوری که $s>1$، توصیف می‌شود؛ به‌همین‌دلیل نور ساطع‌شده از این دسته منابع نوری بسیار جهت‌دارتر از تابش دیود نورگسیل است.

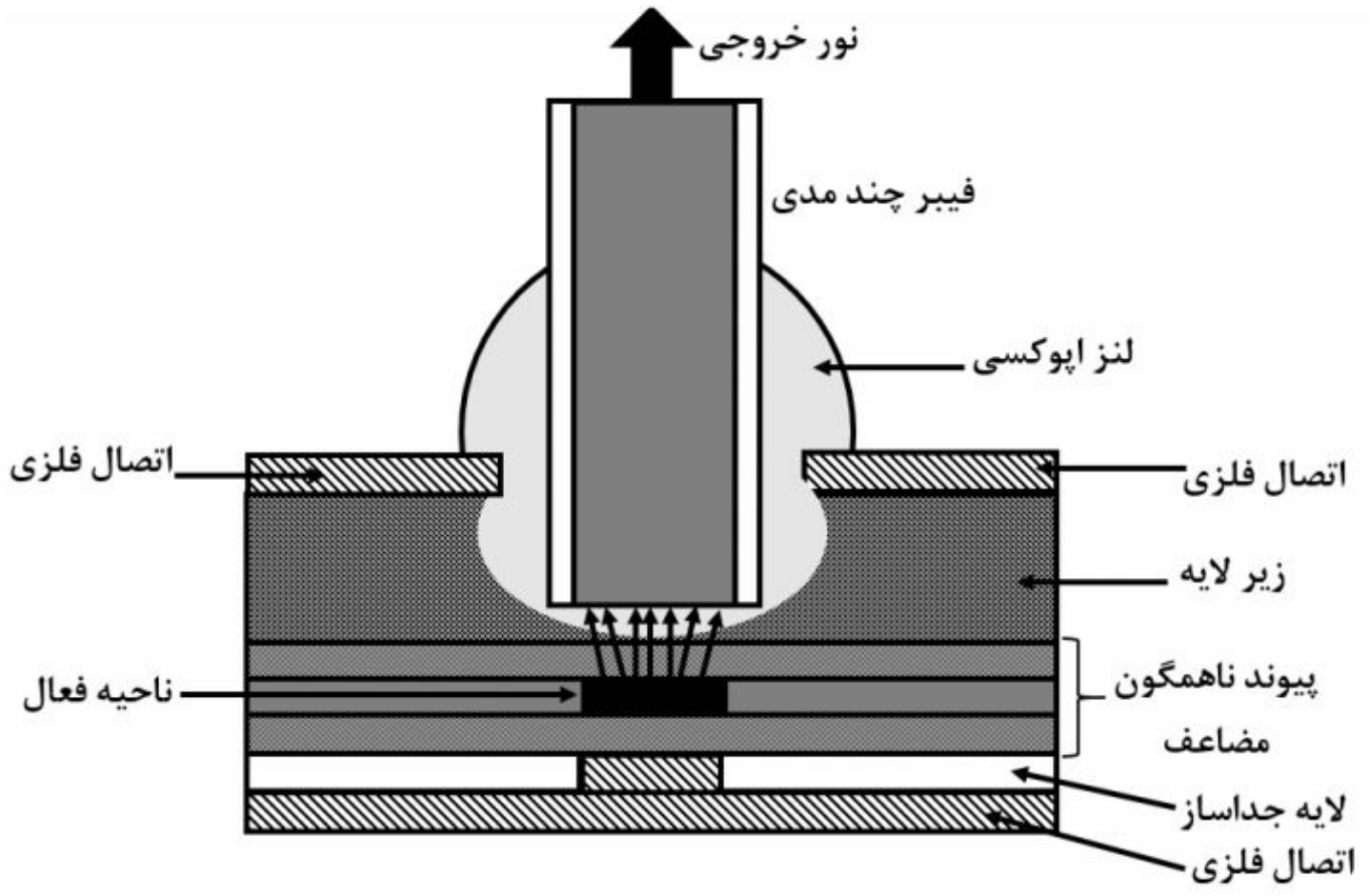


شکل ۵-۲۳: دیود انتشاردهندهٔ لبه‌ای. پرتو خروجی دارای الگوی لامبرتی است که در راستای عمودی و افقی گستردگی آن نمایش داده شده است.

در سیستم‌های مخابرات نوری، دیودهای نورگسیل در ارسال توان به داخل فیبرهای تک‌مد به‌دلیل واگرایی پرتوهای گسیل‌شده، کارا نیستند؛ برهمین‌اساس در مخابرات فیبر نوری، دیود نورگسیل تنها در تزویج توان به فیبرهای چندمدی به‌کارگرفته می‌شود. از آرایش‌های خاصی برای ارسال توان از دیود نورگسیل سطحی مبتنی بر اتصال ناهمگون مضاعف به داخل فیبر استفاده می‌شود. در همهٔ آن‌ها برای دست‌یابی به بازده کوپلینگ بهینه، نوک فیبر نوری به اندازهٔ کافی نزدیک به ناحیهٔ گسیل نور قرارمی‌گیرد. یکی از مشهورترین طراحی‌ها برای ارسال توان از دیود نورگسیل سطحی به فیبر نوری، آرایش بوروس[1] است، که در شکل ۵-۲۴ نشان

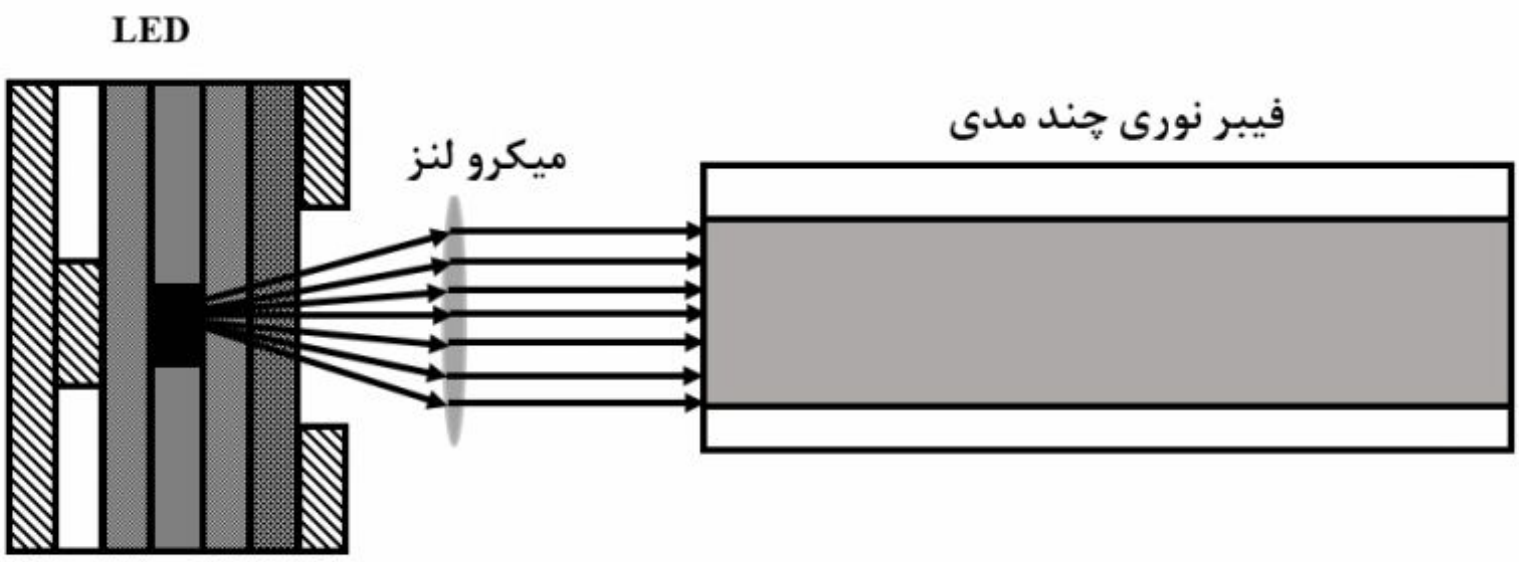
[1] Burus

داده شده است. طبق شکل، یک چاه در داخل زیرلایه برای قرارگرفتن فیبر چندمدی و ارسال نور تولیدی در ناحیهٔ فعال به داخل فیبر، ایجاد شده است. قطر سطح مقطع دایره‌ای ناحیهٔ فعال $50\ \mu m$ و ضخامت آن بیشتر از $2.5\ \mu m$ است. الگوی تابشی دیود نورگسیل انتشاردهندهٔ سطحی لامبرتی است. به دلیل اینکه در ساختار این قطعه، لایهٔ انتشاردهندهٔ جریان[1] وجود ندارد؛ لذا ناحیهٔ تولید نور به بالای کنتاکت محدود است. استفاده از میکرولنزهای قرارگرفته در نوک فیبر یا در ناحیهٔ گسیل نور، سبب افزایش بازده کوپلینگ از دیود نورگسیل سطحی به داخل فیبر می‌شود (شکل ۵-۲۵).



شکل ۵-۲۴: دیود انتشاردهندهٔ سطحی بوروس کاربردی در سیستم مخابرات فیبر نوری.

[1] Current Spreading



شکل۵-۲۵: افزایش بازده کوپلینگ از دیود نورگسیل سطحی به داخل فیبر با بهره‌گیری از میکرولنزها.

با مطالعات انجام‌شده انتظار می‌رود که مادهٔ سازندهٔ دیودهای نورگسیل از جنس نیمه-هادی‌های با گاف انرژی مستقیم و نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی غیرمستقیم با ناخالصی (شکل ۵-۴) است. نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم مبتنی بر ترکیبات دوگانه *III-V*، اغلب دارای بازده کوانتومی داخلی بالا هستند؛ علاوه‌براین فوتون‌های تولیدی از این نیمه‌هادی‌ها، دارای طول عمر بزرگ‌تر از ترکیبات *II-VI* هستند. امروزه دیودهای نورگسیل در صنعت از ترکیبات سه‌گانه و یا چهارگانه *III-V* نظیر *InGaAsP*، *AlInGaP* و *AlInGaN* با توان تولید فوتون‌های فرابنفش تا مادون قرمز ساخته می‌شوند. در ادامه به معرفی نیمه‌هادی‌های ترکیبی *III-V* در ساخت دیود نورگسیل و کاربردهای آن می‌پردازیم.

۱. *GaAs*

نخستین نیمه‌هادی *III-V* است که نقش مهمی در ادوات اپتوالکترونیک بازی می‌کند و نخستین دیود لیزری مبتنی بر آن با طول موج گسیل ($\lambda_0=0.873\ \mu m$) نزدیک به طول موج گاف انرژی این ماده در سال *1962* ساخته شد. دیود نورگسیل مبتنی بر این ماده محصول جانبی دیود لیزری بود.

پس از مدت کوتاهی نیمه‌هادی‌های با گاف انرژی مستقیم از ترکیبات دوگانه‌ای *III-V* نظیر *GaSb* ($\lambda_g=1.722\ \mu m$)، *InP* ($\lambda_g=0.9185\ \mu m$) و *InAs* ($\lambda_g=3.454\ \mu m$)، که

فوتون‌های با طول موج نزدیک به طول موج گاف انرژی شان را گسیل می‌دهند، با روش‌های لایه‌نشانی فاز بخار[1] و لایه‌نشانی فاز مایع[2] رشد داده شدند.

۲. GaAsP

طبق شکل ۴-۲۳، طول موج گاف انرژی نیمه‌هادی $GaAs_{1-x}P_x$، با افزایش درصد مولی‌فسفر، از ناحیهٔ مادون قرمز به سمت ناحیهٔ طول موج مرئی جابه‌جا می‌شود. اگرچه در ازای مقادیری مشخص از درصد مولی‌فسفر، ماده به نیمه‌هادی غیرمستقیم تبدیل می‌شود، اما گسیل فوتون‌های نارنجی، زرد و سبز با اضافه شدن نیتروژن و یا اکسید روی به *GaP* و *GaAsP* امکان‌پذیر است (به شکل ۵-۴ که مکانیزم تولید فوتون در *GaP:N* و *GaP:ZnO* را نشان می‌دهد، مراجعه شود). بازده خارجی دیودهای مبتنی بر *GaAsP*، به‌دلیل عدم انطباق با ثابت شبکهٔ زیرلایه *GaAs*، معمولاً کوچک است (*0.02-0.5%*)؛ باوجوداین ساخت دیودهای نورگسیل مبتنی بر *GaAs*، *GaAsP*، *GaAsP:N* و *GaP:N* گران نیست و از این دیودها در ادوات با شدت روشنایی اندک نظیر کنترل از راه دور برای مصارف کاربری و لامپ‌های نشان‌گر[3] استفاده می‌شود.

۳. InGaAsP

وجود ایندیوم در ساختار *GaAsP*، سبب کاهش گاف انرژی آن می‌شود. نیمه‌هادی چهارگانهٔ $In_{1-x}Ga_xAs_{1-y}P_y$، آلیاژی پرکاربرد در ناحیهٔ طیفی مادون قرمز است. طول موج گاف انرژی این آلیاژ از *0.549 ∝m* (*GaP*) تا *3.45 ∝m* (*InAs*) تغییر می‌کند؛ افزون‌براین با تنظیم نسبت‌های *x* و *y* در ناحیهٔ علامت‌گذاری‌شدهٔ شکل ۴-۲۳، انطباق ثابت شبکه با زیرلایهٔ *InP* حفظ می‌شود. طبق شکل ۴-۲۳، تنها قسمتی از ناحیهٔ نشان‌داده در شکل مربوط به نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم است. از دیود نورگسیل *InGaAsP* در سیستم مخابرات نوری به‌منظور انتقال اطلاعات به فواصل کم، در طول موج کاری *1330 nm* استفاده می‌شود. به‌دلیل بازده کوپلینگ بالا در فیبر نوری تک‌مد، در مخابرهٔ اطلاعات به فواصل دور در طول موج کاری *1550 nm*، از دیود لیزری *InGaAsP* به جای دیود نورگسیل مبتنی بر آن استفاده می‌شود. قیمت کم دیود نورگسیل $In_{1-x}Ga_xAs_{1-y}P_y$ سبب کاربرد این دیود در مصارف کاربری شده است.

---

[1] Vapor-Phase Epitaxy (VPE)

[2] Liquid-Phase Epitaxy (LPE)

[3] Indicator Lamps

۴. AlGaAs

اضافه کردن آلومینیوم به GaAs، سبب افزایش گاف انرژی ماده می‌شود. مشابه $GaAs_{1-x}P_x$، آلیاژ $Al_xGa_{1-x}As$ در طیف طول موجی نزدیک مادون قرمز یک نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم است، اما برخلاف GaP در ازای تمامی مقادیر درصد مولی آلومینیوم طبق شکل ۴-۲۳، انطباق ثابت شبکهٔ آن با ثابت شبکهٔ زیرلایهٔ GaAs حفظ می‌شود؛ بنابراین از این ماده برای تولید نور با روشنایی بالا استفاده می‌شود. عیب دیودهای نورگسیل مبتنی بر این مواد، طول عمر کم آن‌ها در برابر اکسیداسیون و خوردگی در شرایطی است که درصد مولی آلومینیوم بزرگ باشد.

۵. AlInGaP

طبق ناحیهٔ هاشورزدهٔ شکل ۴-۲۳، نیمه‌هادی چهارگانهٔ $(Al_xGa_{1-x})_yIn_{1-y}P$ در محدودهٔ باند طول موجی نزدیک مادون قرمز و طیف مرئی، یک ماده با گاف انرژی مستقیم است. انطباق با ثابت شبکهٔ زیرلایهٔ GaAs برای ترکیبات $(Al_xGa_{1-x})_{0.5}In_{0.5}P$ صورت می‌گیرد. از ترکیب سه‌گانهٔ $In_{0.5}Ga_{0.5}P$ با طول موج گاف انرژی 650 nm در کاربردهایی نظیر نشان‌گر لیزری[1] و پخش‌کنندهٔ چند رسانه‌ای مبتنی بر لوح فشردهٔ نوری[2] استفاده می‌شود. AlInGaP به‌دلیل روشنایی بالا در چراغ راهنما در تولید رنگ‌های قرمز، نارنجی و کهربایی مادهٔ مناسبی است. با استفاده از زیرلایهٔ GaP به جای GaAs، بازده کوانتومی افزایش می‌یابد. دیودهای نورگسیل مبتنی بر AlInGaP/InGaP در مخابرات فیبر نوری پلاستیکی، که در بازه طول موجی 600-650 nm کار می‌کند، کاربردی است.

۶. GaN

GaN یک ترکیب دوگانه با گاف انررژی مستقیم و با طول موج گاف انرژی 362 nm است که در محدودهٔ ناحیهٔ نزدیک فرابنفش قراردارد. اگرچه این ماده نوظهور است، اما دارای اهمیت فراوانی است. اتصال همگون p-n مبتنی بر GaN، نخستین بار در سال 1992 ساخته شد. این ماده معمولاً در زیرلایهٔ یاقوت (Al_2O_3) به‌دلیل انطباق با ثابت شبکه، رشد داده می‌شود. با توجه به اینکه GaN، توان کارایی حتی در حضور غلظت بالا از نابه‌جایی‌های شبکه را دارد؛ لذا مسئلهٔ عدم انطباق در ساختارهای مبتنی بر این ماده کم اهمیت است.

---

[1] Laser Pointer

[2] Digital-Video-Disc (DVD) Player

۷. InGaN

نیمه‌هادی سه‌گانهٔ $In_xGa_{1-x}N$ ، یک ماده با گاف انرژی مستقیم و طول موج گاف انرژی آن از $362\ nm$ (GaN) تا $1.61\ \mu m$ (InN) تغییر می‌کند. رشد $InGaN$ با مقادیر بزرگ از ترکیب InN، به‌دلیل پیدایش خوشه‌ای InN درحین رشد، دشوار است. $InGaN$ مادهٔ مطلوب برای ساخت دیودهای نورگسیل با روشنایی بالا در باند طول موجی $362\text{-}580\ nm$ است.

۸. AlGaN

نیمه‌هادی سه‌گانهٔ $Al_xGa_{1-x}N$ نیز یک نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم است و دیود نورگسیل مبتنی بر آن، توان تولید فوتون‌هایی در بازه طول موجی $190.8\ nm$ (AlN) تا $362\ nm$ (GaN) در محدودهٔ میانی و نزدیک فرابنفش را داراست. یکی از مشکلات در ساخت این ادوات در طول موج‌های بسیار کوتاه، آن است که با افزایش ترکیب AlN در ساختار رسانندگی نیمه‌هادی نوع p کاهش می‌یابد، که خود به کاهش حفره‌های در دسترس برای بازترکیب در ناحیهٔ فعال و کاهش توان نوری خروجی منجرمی‌شود؛ باوجوداین دیود نورگسیل $AlGaN$، که فوتون‌های با طول موج $210\ nm$ را تولید می‌کند، به خوبی کار می‌کند.

۹. AlInGaN

نیمه‌هادی چهارگانهٔ $(Al_xIn_yGa_{1-x-y})N$، در ازای مقادیر مناسب از x و y مطابق شکل ۴ -۲۳ دارای ثابت شبکهٔ تطبیق‌یافته با زیرلایهٔ GaN است و این خود سبب افزایش بازده کوانتومی می‌شود. انطباق ثابت شبکهٔ مشابه با انطباق ثابت شبکهٔ $AlInGaP$ با $GaAs$ و $InGaAsP$ با InP است. دیودهای نورگسیل $AlInGaN$ بر زیرلایهٔ GaN منابع تولید فوتون در ناحیهٔ طول موجی 250 تا $362\ nm$ هستند.

تمرین

۵-۱. در مثال ۵-۱ با فرض اینکه بازترکیب دومولکولی از نوع تابشی و فرآیندهای بازترکیب شاکلی-رید-هال و اوژه از نوع غیرتابشی باشند، دراین صورت:

الف) نرخ بازترکیب فرآیند دو مولکولی، شاکلی-رید-هال و اوژه را برای سه مقدار داده‌شده از غلظت حامل‌های اضافی محاسبه کنید. $N=1.2\times10^{19},3\times10^{23},2.4\times10^{25}\ \ m^{-3}$

ب) بازده کوانتومی داخلی را در ازای مقادیر داده‌شده از N در قسمت الف تعیین کنید.

ج) طول عمر بازترکیب تابشی برحسب N را در ازای تغییرات از $10^{18}\ m^{-3}$ تا $10^{26}\ m^{-3}$ ترسیم کنید.

۵-۲. نرخ گسیل خودبه‌خودی برای نیمه‌هادی ذاتی $GaAs$ در تولید فوتون‌های با انرژی 1.44 و $1.46\ eV$ را در دمای $300\ ^{o}K$ محاسبه کنید. مقادیر به‌دست‌آمده را با هم مقایسه و در مورد آن‌ها بحث کنید. $E_g=1.43\ eV$

۵-۳. در مثال ۵-۴ درشرایط تزریق بالا، رابطهٔ تغییرات غلظت حامل‌های اضافی برحسب زمان را به‌دست آورید.

۵-۴. در یک دیود نورگسیل تخت، یک لایهٔ شفاف با ضریب شکست n_1 بر سطح نیمه‌هادی با ضریب شکست n، قرارگرفته است

الف) با درنظرگرفتن تنها برخوردهای عمود به فصل مشترک نیمه‌هادی-محیط شفاف و $n > n_1$، اثبات کنید بازده استخراج به‌صورت تقریبی از رابطهٔ داده‌شده محاسبه می‌شود:

$$\eta_{EE} \approx \frac{n_1^3}{n(n+n_1)^2}$$

ب) اگر دیود نورگسیل تخت مبتنی بر $GaAs$ با ضریب شکست $n=3.6$ باشد و لایهٔ شفاف با ضریب شکست $n_1=1.5$ بر سطح نیمه‌هادی قرارگیرد، از رابطهٔ داده‌شده بازده استخراج را محاسبه کنید و این مقدار را با عدد به‌دست‌آمده از رابطه دقیق برای بازده استخراج مقایسه کنید.

۵-۵. رابطهٔ (۵-۷۶) را اثبات کنید.

۵-۶. الف) طول موجی را که در آن طیف شدت تابش برای دو دیود نورگسیل مبتنی بر $Al_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs$ و $In_{0.5}Ga_{0.5}P/GaAs$ در دمای $300\ ^{o}K$، به بیشینه مقدار خود می‌رسد، تعیین کنید.

ب) پهنای طیفی در هر مورد را محاسبه کنید.

ج) برای دو دیود طیف شدت تابش را برحسب طول موج در بازه طول موجی $500\ nm$ تا $1\ \mu m$ ترسیم کنید.

منابع

[1] J. W. Shi, K. L. Chi, J. M. Wun, J. E. Bowers, Y. H. Shih, J. K. Sheu, "III-Nitride-Based Cyan Light-Emitting Diodes With GHz Bandwidth for High-Speed Visible Light Communication," IEEE Electron Device Letters, Vol. 37, Issue. 7, 2016.

[2] H. Chen, A. T. L. Lee, S. C. Tan, S. Y. Hui, "Electrical and Thermal Effects of Light-Emitting Diodes on Signal-to-Noise Ratio in Visible Light Communication," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 66, Issue. 4, 2019.

[3] Y. F. Yin, W. Y. Lan, T. C. Lin, C. Wang, M. Feng, J. J. Haung, "High-Speed Visible Light Communication Using GaN-Based Light-emitting Diodes With Photonic Crystals," Journal of Lightwave Technology, Vol. 35, Issue. 2, 2017.

[4] J. Cho, J. H. Park, J. K. Kim, E. F. Schubert, "White light-emitting diodes: History, progress, and future," Laser and Photonics Reviews, 11, No. 2, 2017.

[5] G. Matafonova, V. Batoev, "Recent advances in application of UV light- emitting diodes for degrading organic pollutants in water through advanced oxidation processes: A review," Water Research, 132, 2018.

[6] M. S. Shur, R. Gaska, "Deep-Ultraviolet Light-Emitting Diodes," IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 57 , Issue: 1 , 2010.

[7] Anna P.M. Michel and Jason Kapit, "Deep Ultraviolet Light Emitting Diode (LED)-Based Sensing of Sulfur Dioxide," Applied Spectroscopy, Vol. 71, Issue 5, 2017.

[8] D. A. Bui, P. C. Hauser, "Absorbance detector for capillary electrophoresis based on light-emitting diodes and photodiodes for the deep-ultraviolet range," Journal of Chromatography A, Vol.1421, 2015.

[9] W. Chen, Y. Zhou, X. Yu, Z. Xie, R. Zhang, Y. Zheng, "The Effect of the Original Thickness of Ag in the Graphene–Ag Nanodots Transparent Conductive Layer on the Electrical and Optical Properties of GaN-Based UV-LEDs," IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 65 , Issue: 9, 2018.

[10] X. Sun, Z. Zhang, A. Chaaban, T. K. Ng, C. Shen, R. Chen, J. Yan, H. Sun, X. Li, J. Wang, J. Li, M. S. Alouini, B. S. Ooi," 71-Mbit/s ultraviolet-B LED communication link based on 8-QAM-OFDM modulation," Optics Express , Vol. 25, Issue 19, 2017.

[11] Jia-Ming Liu, "Photonic Devices, Cambridge University Press, 2005.

[12] Shun Lien Chuang, "Physics of Photonic Devices," 2nd edition, Wiley, 2009.

[13] E. F. SCHUBERT, "LIGHT-EMITTING DIODES," 2nd edition, Cambridge University Press, 2006.

[14] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, "Fundamentals of Photonics," 2nd edition, Wiley, 2007.

[15] B. G. Streetman, S. K. Banerjee, "Solid State Electronic Devices," 7th edition, Pearson, 2016.

[16] D. A. Vanderwater, I.H. Tan, G. E. Hofler, D. C. Defevere, F. A. Kish, "High-Brightness AlGaInP Light Emitting Diodes," In Proceeding of the IEEE, Vol. 85, No. 11, 199.

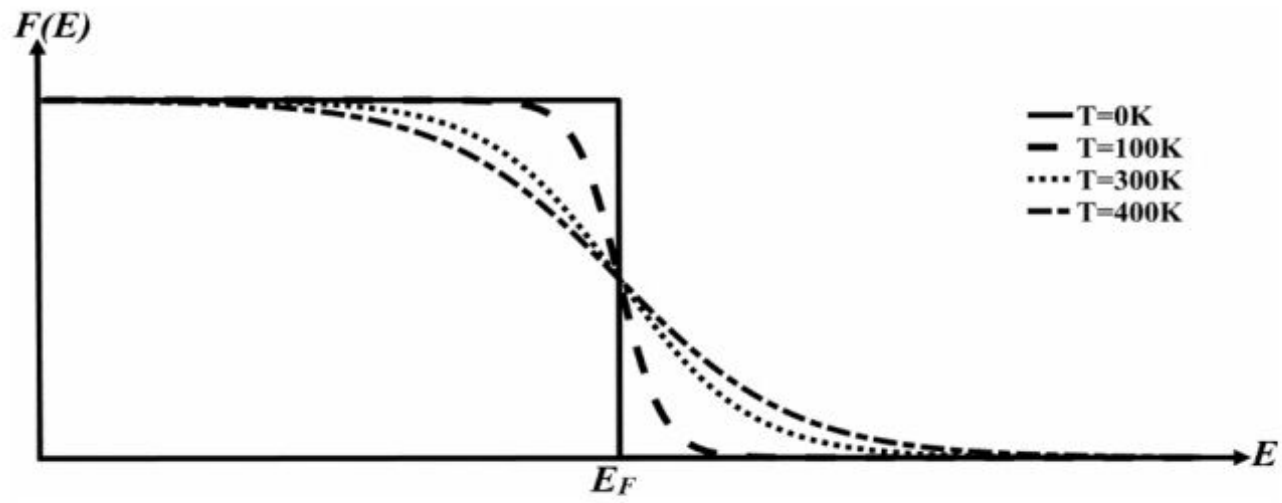
پیوست ۵-۱

پ۵-۱-۱. تراز فرمی

احتمال آنکه در نیمه‌هادی تراز انرژی E توسط یک الکترون اشغال شود، از تابع توزیع فرمی- دیراک یا تابع توزیع فرمی به‌دست می‌آید:

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{KT}}} \qquad (پ۵-۱-۱)$$

که در آن، $F(E)$ احتمال اشغال تراز انرژی E توسط الکترون در دمای T (برحسب درجهٔ کلوین)، $K=1.38\times10^{-23}\ J/K$ ثابت بولتزمن و E_F انرژی فرمی است. انرژی فرمی مقداری انرژی است که احتمال پر بودن آن توسط الکترون برابر با $1/2$ است. تابع توزیع فرمی در چند دمای مختلف در شکل پ۵-۱-۱ ترسیم شده است. با افزایش دما احتمال حضور الکترون در ترازهای انرژی بالاتر از انرژی فرمی (ترازهای انرژی باند هدایت) بیشتر می‌شود.



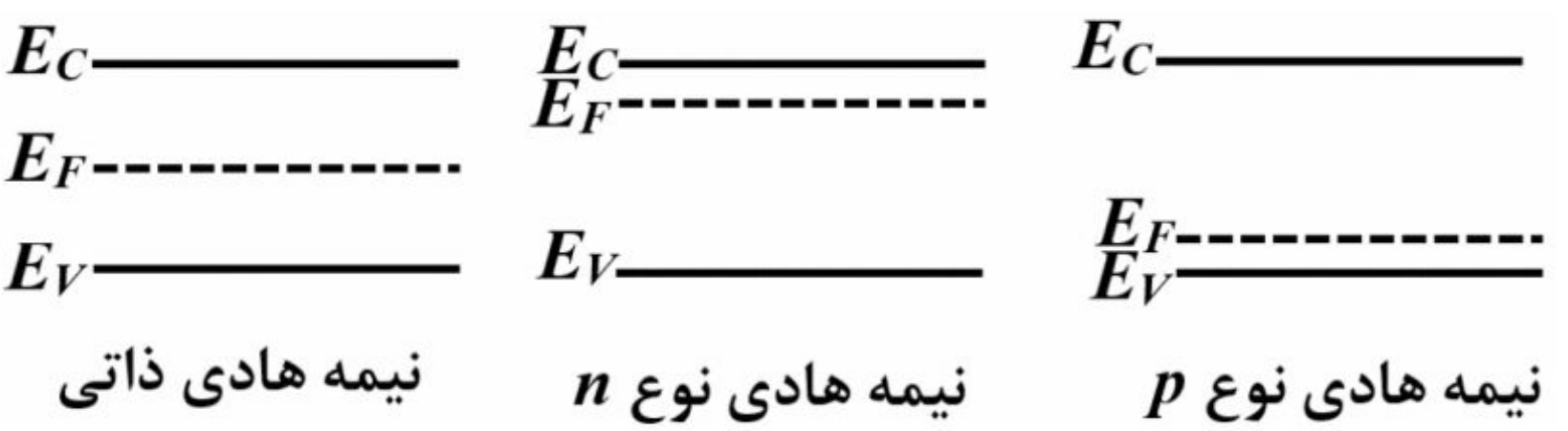
شکل پ۵-۱-۱: تابع توزیع فرمی به ازای چند دمای مختلف.

لازم به ذکر است که $F(E)$ احتمال یافتن الکترون در یک تراز انرژی مجاز است و در گاف انرژی احتمال یافتن الکترون صفر است. احتمال اشغال یک تراز انرژی در باند ظرفیت توسط یک حفره و یا احتمال خالی بودن یک تراز انرژی $1-F(E)$ است. در ترازهای انرژی با انرژی $3KT$ بالاتر یا پایین‌تر از انرژی تراز فرمی تابع توزیع فرمی را می‌توان تقریب زد:

$$F(E) \cong e^{-\frac{E-E_F}{kT}} \qquad (E - E_F > 3KT) \qquad (پ۵-۱-۲-۱)$$

$$F(E) \cong 1 - e^{-\frac{E-E_F}{kT}} \qquad (E - E_F < 3KT) \qquad (پ۵-۱-۲-۲)$$

با توجه به اینکه در نیمه‌هادی تعداد ترازهای مجاز انرژی برای نشستن الکترون در باند هدایت و ظرفیت زیاد است و در نیمه‌هادی ذاتی غلظت الکترون‌های آزاد نسبتاً کوچک است؛ بنابراین احتمال اشغال ترازهای انرژی باند هدایت توسط الکترون و احتمال اشغال تراز انرژی در باند ظرفیت توسط حفره به صفر نزدیک است. به ازای یک دمای مشخص در یک نیمه‌هادی ذاتی تعداد الکترون‌های باند هدایت و حفره‌های نوار ظرفیت با هم برابر هستند و تابع توزیع فرمی حول انرژی فرمی یک تابع متقارن است و این سطح انرژی طبق شکل پ۵-۱-۲ تقریباً وسط گاف انرژی نیمه‌هادی است. در نیمه‌هادی نوع n، تعداد الکترون‌های باند هدایت بیشتر از حفره‌های باند ظرفیت است؛ ازاین‌رو تراز فرمی به کف باند هدایت نزدیک و در نیمه‌هادی نوع p با توجه به بزرگ بودن غلظت حفره‌های باند ظرفیت انرژی فرمی به انرژی سقف باند ظرفیت نزدیک می‌شود.



شکل پ۵-۱-۲: نمودار انرژی نیمه‌هادی ذاتی، نیمه‌هادی نوع n و نیمه‌هادی نوع p.

پ۵-۱-۲. چگالی حالت‌ها[1]

چگالی حالت‌ها در باند هدایت عبارت است از تعداد حالت‌های مجاز برای اشغال الکترون در واحد حجم در واحد انرژی حول مقدار انرژی E؛ به‌عبارت‌دیگر چگالی حالت‌ها، توصیف‌کنندهٔ تعداد حالت‌های مجاز در باند هدایت برای اشغال الکترون در واحد حجم در

[1] Density of States

واحد انرژی است. در ادامه، چگالی حالت‌های الکترون در باند هدایت را محاسبه می‌کنیم. معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان برای یک الکترون در باند هدایت در مختصات کارتزین عبارت‌است از:

$$\frac{-\hbar^2}{2m_e^*}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi(x,y,z)=E\Psi(x,y,z) \qquad (پ۵-۱-۳)$$

که در آن $\Psi(x,y,z)$، تابع موج الکترون و E، انرژی مجاز الکترون در ساختار نیمه‌هادی است. الکترون‌های نوار هدایت را می‌توان به‌صورت الکترون آزاد درنظرگرفت و تأثیر پتانسیل شبکهٔ کریستالی را در جرم مؤثر الکترون، m_e^*، لحاظ کرد؛ بنابراین می‌توان فرض کرد که انرژی پتانسیل الکترون در باند هدایت صفر است؛ به‌همین‌دلیل در معادلهٔ شرودینگر عبارت انرژی پتانسیل حذف شده است. معادلهٔ شرودینگر سه بعدی را می‌توان بازنویسی کرد:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi(x,y,z)+k^2\Psi(x,y,z)=0 \qquad ;k=\frac{\sqrt{2m_e^*E}}{\hbar} \qquad (پ۵-۱-۴)$$

با درنظرگرفتن $k^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2$ و $\Psi(x,y,z)=\Psi_x(x)\,\Psi_y(y)\,\Psi_z(z)$ داریم:

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi_x(x)+k_x^2\Psi_x(x)=0 \qquad (پ۵-۱-۵-۱)$$

$$\frac{d^2}{dy^2}\Psi_y(y)+k_y^2\Psi_y(y)=0 \qquad (پ۵-۱-۵-۲)$$

$$\frac{d^2}{dz^2}\Psi_z(z)+k_z^2\Psi_z(z)=0 \qquad (پ۵-۱-۵-۳)$$

جواب معادلات داده‌شده، ترکیبی خطی از توابع سینوسی است؛ به‌عنوان مثال برای تابع $\Psi_x(x)$ می‌توان نوشت:

$$\Psi_x(x) = A_x \sin k_x x + B_x \cos k_x x \qquad (پ۵-۱-۶)$$

اگر نیمه‌هادی را یک مکعب به ضلع L_{mat} درنظربگیریم که الکترون‌های باند هدایت در آن محصور شده‌اند، تابع موج $\Psi_x(x)$ تعیین می‌شود:

$$x = 0 \rightarrow \Psi_x(x = 0) = B_x = 0$$
$$x = L_{mat} \rightarrow \Psi_x(x = L_{mat}) = A_x \sin k_x L_{mat} = 0 \qquad (پ۵-۱-۷)$$

به‌صورت مشابه برای دیگر توابع موج وابسته به y و z نیز شرایط مرزی مشابهی خواهیم داشت؛ درنتیجه برای مؤلفه‌های بردار موج داریم:

$$k_x = n_x \frac{\pi}{L_{mat}}, \quad k_y = n_y \frac{\pi}{L_{mat}}, \quad k_z = n_z \frac{\pi}{L_{mat}} \quad ; n_x, n_y, n_z \in Z \qquad (پ۵-۱-۸)$$

همچنین داریم:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \left(\frac{L_{mat}}{\pi}\right)^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$
$$= \left(\frac{L_{mat} k}{\pi}\right)^2 = \left(\frac{L_{mat}}{\pi}\right)^2 \frac{2m_e^* E}{\hbar^2} = R_{state}^2 \qquad (پ۵-۱-۹)$$

تمامی ترکیباتی که از n_x، n_y و n_z که در رابطهٔ (پ۵-۱-۹) (معادلهٔ یک کره به شعاع R_{state} است) صدق می‌کنند، منجر به ترازهای انرژی مجاز الکترون در باند هدایت می‌شوند. با توجه به اینکه تعداد حالت‌های مجاز در باند هدایت نیمه‌هادی بسیار زیاد است؛ درنتیجه تعداد حالت‌های مجاز برابر کل حجم کره به شعاع R_{state} است:

$$V_{DOS} = \frac{4}{3}\pi R_{state}^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{L_{mat}}{\pi}\right)^3 \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{3/2} \qquad (پ۵-۱-۱۰)$$

برای به‌دست آوردن چگالی حالت‌ها از رابطهٔ (پ۵-۱-۱۰) نسبت به E مشتق می‌گیریم و حاصل را بر حجم مکعب L_{mat}^3 تقسیم می‌کنیم. به‌دلیل اینکه هر تراز انرژی می‌تواند توسط دو الکترون با اسپین‌های مختلف اشغال شود؛ بنابراین حاصل را در عدد 2 ضرب می‌کنیم و با توجه به اینکه تنها با مقادیر مثبت n_x، n_y و n_z در عمل روبرو هستیم، پس باید حاصل را در $1/8$ نیز ضرب کرد:

$$N_C(E) = \frac{dV_{DOS}}{dE} \times \frac{1}{L_{mat}^3} \times 2 \times \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{2} m_e^{*3/2} \sqrt{E}}{\neq^2 \hbar^3} \qquad (پ۵-۱-۱۱)$$

با فرض اینکه انرژی لبهٔ باند هدایت E_C است، از معادلهٔ (پ۵-۱-۱۱) داریم:

$$N_C(E) = \frac{\sqrt{2}(m_e^*)^{3/2} \sqrt{E - E_C}}{\neq^2 \hbar^3} \qquad (پ۵-۱-۱۲)$$

به‌صورت مشابه برای چگالی حالت‌ها در باند ظرفیت می‌توان نوشت:

$$N_V(E) = \frac{\sqrt{2}(m_h^*)^{3/2} \sqrt{E_V - E}}{\neq^2 \hbar^3} \qquad (پ۵-۱-۱۳)$$

که در آن m_h^* جرم مؤثر حفره در باند ظرفیت است. به کمک روابط حاصل، می‌توان غلظت الکترون‌ها را در باند هدایت بیان کرد:

$$n = \int_{E_C}^{\circ} F(E) N(E) dE \qquad (پ۵-۱-۱۴)$$

در نیمه‌هادی ذاتی، E_F بسیار پایین‌تر از E_C است، $E_C - E_F >> KT$، درنتیجه تابع توزیع فرمی تقریب زده می‌شود:

$$F(E) \cong e^{-\frac{E-E_F}{kT}} \qquad (پ۵-۱-۱۵)$$

و غلظت حامل‌ها به‌دست می‌آید:

$$n = \int_{E_C}^{\infty} F(E)\,N(E)\,dE = 4\pi\left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{E_C}^{\infty} e^{\frac{-(E-E_F)}{KT}} \sqrt{E - E_C}\,dE \qquad (پ۵-۱-۱۶)$$

انتگرال با تغییر متغیر $t = \frac{E - E_C}{KT}$ محاسبه می‌شود:

$$n = 4\pi\left(\frac{2m_e^* KT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{E_C - E_F}{KT}} \int_0^{\infty} e^{-t}\sqrt{t}\,dt = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{KT}} \qquad (پ۵-۱-۱۷)$$

که در آن $N_C = 2\left(\frac{2\pi m_e^* KT}{h^2}\right)^{3/2}$ چگالی حالت مؤثر در باند هدایت است. به‌صورت مشابه برای غلظت حفره‌ها در باند ظرفیت نیز داریم:

$$p = N_V e^{\frac{E_V - E_F}{KT}} \qquad (پ۵-۱-۱۸)$$

که در آن $N_V = 2\left(\frac{2\pi m_e^* KT}{h^2}\right)^{3/2}$ بیانگر چگالی حالت مؤثر حفره‌ها در باند ظرفیت است.

با استفاده از روابط به‌دست‌آمده برای غلظت حامل‌ها در باند هدایت و باند ظرفیت، غلظت حامل‌های ذاتی در نیمه‌هادی، n_i، با استفاده از قانون اثر جرم محاسبه می‌شود:

$$np = n_i^2 = N_C N_V e^{\frac{E_V - E_F}{KT}} e^{\frac{-(E_C - E_F)}{KT}} = N_C N_V \exp(-E_g / KT) \qquad (پ۵-۱-۱۹)$$

درنتیجه

$$n_i = \sqrt{N_C N_V}\exp(-E_g / 2KT) \qquad (پ۵-۱-۲۰)$$

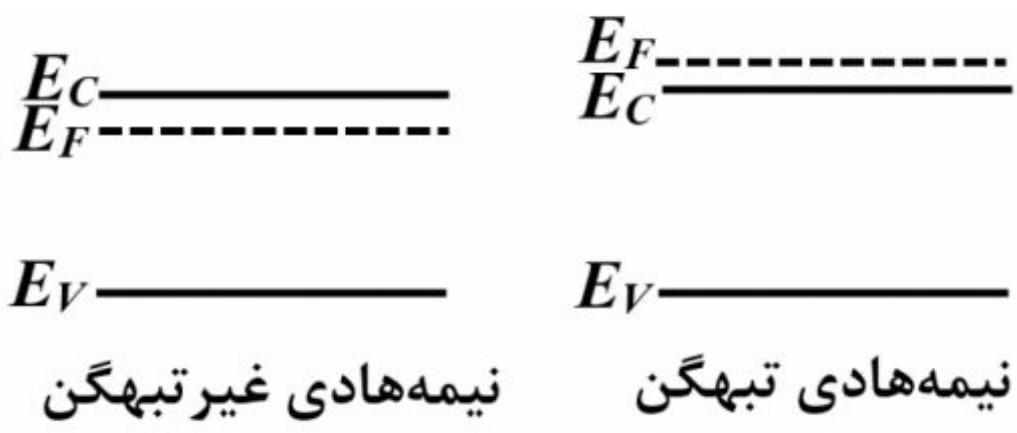
غلظت الکترون‌ها در باند هدایت و حفره‌ها در باند ظرفیت را می‌توان برحسب غلظت ذاتی حامل‌ها و انرژی فرمی ذاتی ،E_i، (در نیمه‌هادی ذاتی، تراز فرمی و انرژی فرمی ذاتی یکسان هستند) بیان کرد:

$$n = N_C \exp[-(E_C - E_i)/KT]\exp[(E_F - E_i)/KT] = n_i \exp[(E_F - E_i)/KT] \quad (پ۵-۱-۲۱)$$

و به‌صورت مشابه برای چگالی حفره‌ها در ساختار داریم:

$$p = n_i \exp[(E_i - E_F)/KT] \quad (پ۵-۱-۲۲)$$

اگر در نیمه‌هادی ناخالص، غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها بسیار کمتر از چگالی حالت‌های مؤثر الکترون و حفره باشد، تراز فرمی دست‌کم به اندازهٔ $3KT$ در نیمه‌هادی نوع n از انرژی کف باند هدایت پایین‌تر و به همین اندازه در نیمه‌هادی نوع p از سقف باند ظرفیت بالاتر قرار می‌گیرد. در این شرایط نیمه‌هادی ناخالص را نیمه‌هادی غیرتبهگن[1] می‌نامند. درشرایطی‌که غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها بسیار بزرگ‌تر از چگالی حالت‌های مؤثر الکترون و حفره باشد، تراز فرمی مطابق شکل پ۵-۱-۳ در نیمه‌هادی نوع n از انرژی کف باند هدایت بالاتر و در نیمه‌هادی نوع p پایین‌تر از سقف باند ظرفیت قرارمی‌گیرد. در این شرایط نیمه‌هادی ناخالص، نیمه‌هادی تبهگن[2] است.



نیمه‌هادی تبهگن نیمه‌هادی غیرتبهگن

شکل پ۵-۱-۳- نمودار انرژی نیمه‌هادی تبهگن و غیرتبهگن.

[1] Non-Degenerate Semiconductor

[2] Degenerate Semiconductor

پ۵-۱-۳. چگالی حالت‌های نوری

چگالی حالت‌های نوری ،$\rho(\vartheta)$، به‌صورت تعداد زوج حالت‌های با اختلاف انرژی $h\vartheta$ با مقدار k یکسان، در واحد حجم در واحد فرکانس تعریف می‌شود. برای به‌دست آوردن چگالی حالت‌های نوری، دیاگرام انرژی-اندازه حرکت را در شکل پ۵-۱-۴ درنظرمی‌گیریم. برای ترازهای انرژی E_1 و E_2 در باند هدایت و ظرفیت می‌توان نوشت:

$$E_2 = E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$
$$E_1 = E_V - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \qquad (پ۵-۱-۲۳)$$

طبق شکل، اختلاف میان ترازهای انرژی E_1 و E_2 برابر با انرژی فوتون به فرکانس $h\vartheta$ است ($E_2 - E_1 = h\vartheta$). با توجه به اینکه $E_C - E_V = E_g$ است، از مجموعه روابط (پ۵-۱-۲۳) اختلاف انرژی ترازهای باند هدایت و ظرفیت و به تبع آن انرژی فوتون گسیل‌شده برحسب گاف انرژی، اندازهٔ حرکت و جرمِ کاهش‌یافته بیان می‌شود:

$$h\vartheta = E_2 - E_1 = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}; \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \qquad (پ۵-۱-۲۴)$$

و داریم:

$$k^2 = \frac{2m_r}{\hbar^2}(h\vartheta - E_g) \qquad (پ۵-۱-۲۵)$$

بنابراین انرژی هر تراز برحسب انرژی فوتون تولیدی به‌دست می‌آید:

$$E_2 = E_C + \frac{m_r(h\vartheta - E_g)}{m_e^*}$$
$$E_1 = E_V - \frac{m_r(h\vartheta - E_g)}{m_h^*} \qquad (پ۵-۱-۲۶)$$

تعداد حالت‌های انرژی در گذار نوری باند به باند و درنتیجه تولید فوتون‌هایی با انرژی در بازه $h\vartheta$ تا $h\vartheta+hd\vartheta$ در واحد حجم، برابر است با $\rho(\vartheta)d\vartheta$ و آن را می‌توان برحسب چگالی حالت‌های انرژی در باند هدایت و نوار ظرفیت بیان کرد:

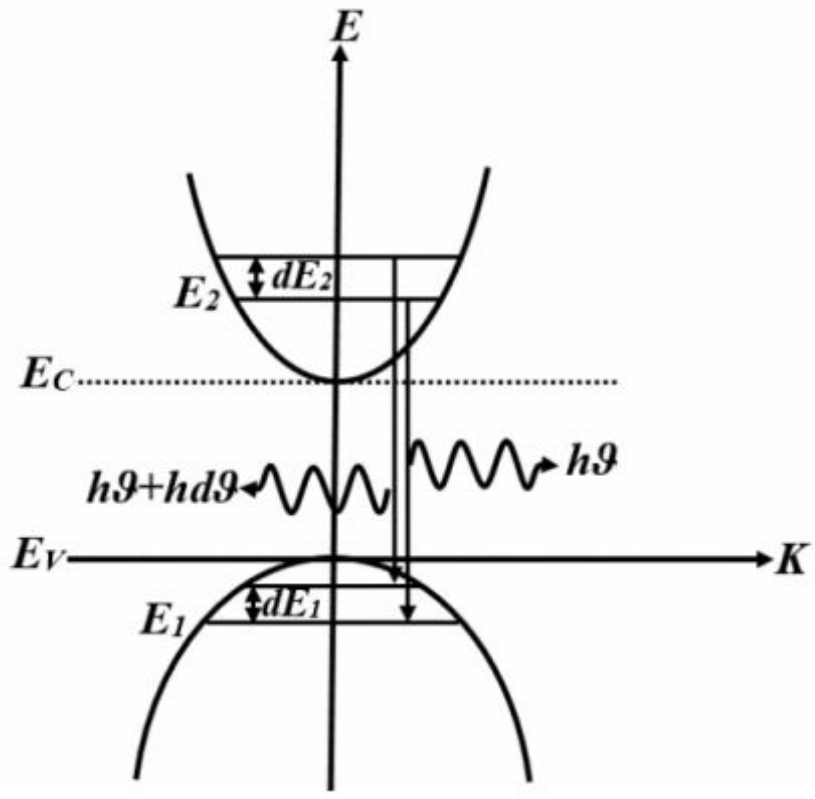
$$\rho(\vartheta)d\vartheta = N_C(E_2)dE_2 = -N_V(E_1)dE_1 \qquad (پ۵-۱-۲۷)$$

علامت منفی در رابطه بدین دلیل وارد شده است که تغییرات dE_1 و انرژی فوتون تولیدی عکس هم هستند. برای تغییرات انرژی ترازها می‌توان نوشت:

$$dE_2 = \frac{hm_r}{m_e^*}d\vartheta, dE_1 = -\frac{hm_r}{m_h^*}d\vartheta \qquad (پ۵-۱-۲۸)$$

درنهایت با جاگذاری روابط مربوط به چگالی حالت‌های انرژی در باند هدایت و ظرفیت و معادلات رابطهٔ (پ۵-۱-۲۶) برای چگالی حالت‌های نوری داریم:

$$\rho(\vartheta) = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\neq\hbar^2}\sqrt{h\vartheta - E_g} \qquad (پ۵-۱-۲۹)$$



شکل پ۵-۱-۴: نمودار انرژی-اندازه حرکت برای به‌دست آوردن چگالی حالت‌های نوری. به‌منظور وضوح شکل، دو گذار برای تولید فوتون در دو مقدار متفاوت اندازهٔ حرکت ترسیم شده است، درحالیکه هر دو گذار در ازای یک مقدار اندازه از اندازهٔ حرکت رخ می‌دهند.

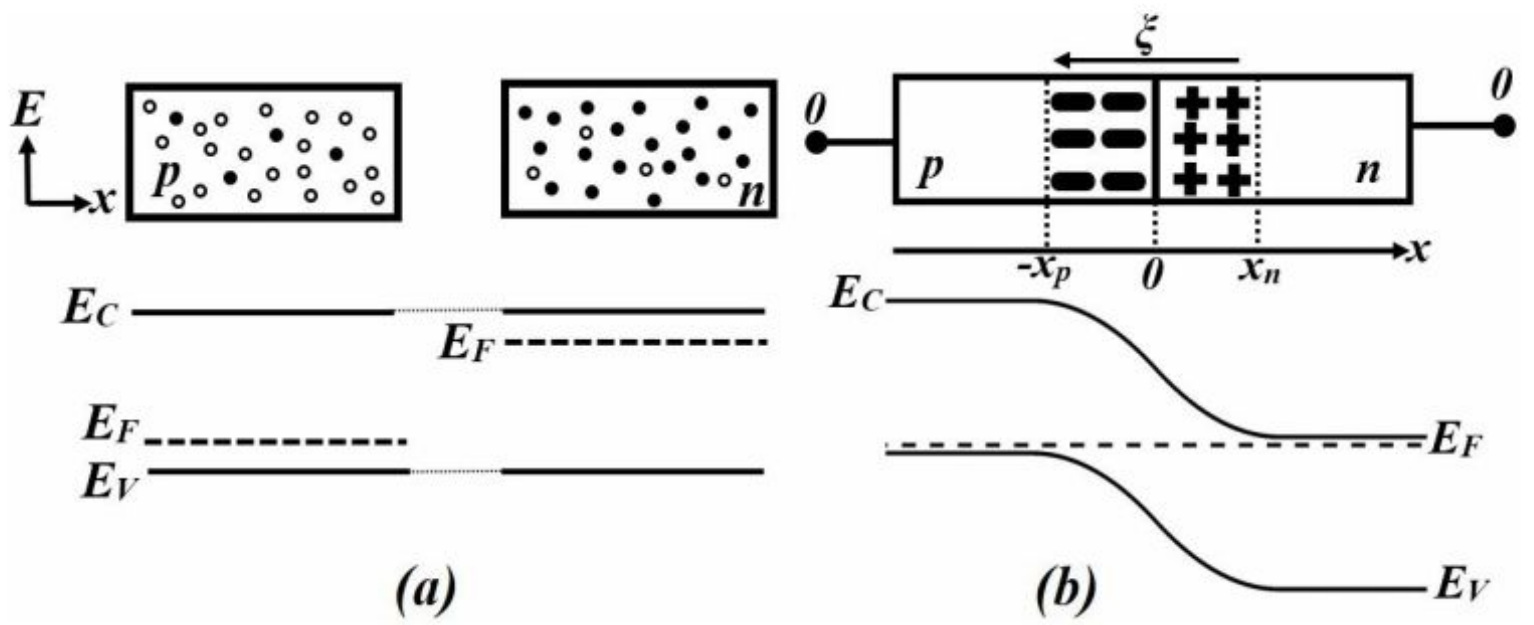
پیوست ۵-۲

پ۵-۲-۱. پیوند *p-n* در تعادل حرارتی[1]

یک پیوند *p-n* ، یک اتصال بین نیمه‌هادی نوع *n* و نوع *p* است و در یک پیوند *p-n* همگون، نیمه‌هادی‌های نوع *n* و نوع *p* از یک مادهٔ نیمه‌هادی ساخته شده‌اند. شکل پ۵-۲-۱(*a*)، دو نیمه‌هادی نوع *n* و *p*، که به‌صورت یکنواخت ناخالص شده‌اند، را قبل از اتصال نشان می‌دهد. نیمه‌هادی نوع *p* شامل تعداد زیادی حفره و تعداد کمی الکترون است، درحالیکه در نیمه‌هادی نوع *n*، تعداد زیادی الکترون و تعداد کمی حفره وجود دارد. در اثر اتصال دو نیمه‌هادی به‌دلیل تفاوت در غلظت حامل‌ها، حفره‌ها از نیمه‌هادی نوع *p* به سمت نیمه‌هادی نوع *n* نفوذ می‌کنند و الکترون‌ها نیز از نیمه‌هادی نوع *n* به سمت نیمه‌هادی نوع *p* نفوذ می‌کنند. در اثر مکانیزم نفوذ، یون‌های ثابت ناخالصی پذیرنده با بار منفی در شبکهٔ کریستالی طرف *p* ،NA^-، و یون‌های ناخالصی بخشنده با بار مثبت در نیمه‌هادی نوع *n*، ND^+، به‌وجودمی‌آیند؛ بنابراین ناحیه‌ای شامل بار فضایی منفی در نزدیکی اتصال و داخل شبکهٔ کریستالی نیمه‌هادی نوع *p* و یک بار فضایی مثبت در نزدیکی اتصال داخل نیمه‌هادی نوع *n* تشکیل می‌شود (ناحیه بار فضایی[2]). به‌دلیل اینکه نزدیکی محل اتصال از بارهای آزاد تخلیه می‌شود، این ناحیه را ناحیهٔ تخلیه[3] نیز می‌نامند. میزان پیشروی ناحیهٔ تخلیه در شبکهٔ کریستالی نیمه‌هادی نوع *p* ،x_p، و مقدار پیشروی ناحیهٔ تخلیه در نیمه‌هادی نوع *n* ،x_n، در شکل نشان داده شده است. با توجه به بارهای فضایی مثبت و منفی در هر نیمه‌هادی در ناحیهٔ تخلیه، یک میدان الکتریکی درون‌ساخته[4] از سمت بارهای مثبت به سمت بارهای منفی مطابق با شکل پ۵-۲-۱(*b*) شکل می‌گیرد.

---

[1] Thermal Equilibrium
[2] Space Charge Region
[3] Depletion region
[4] Built-in Field



شکل پ۵-۲-۱: دو نیمه‌هادی نوع *n* و *p*، که به‌صورت یکنواخت ناخالص شده‌اند، قبل از اتصال (*a*). پیوند *p-n* به‌همراه نوار انرژی در شرایط تعادل حرارتی (*b*).

میدان الکتریکی ایجادشده در ساختار، مانع از نفوذ بیشتر حامل‌ها می‌شود. در شکل پ۵-۲-۱(*b*) جریان نفوذی حفره‌ها از سمت چپ به سمت راست و جریان رانشی حفره‌ها به سبب وجود میدان الکتریکی از سمت راست به سمت چپ است. حفره‌های نیمه‌هادی نوع *n* از سمت راست به سمت چپ در جریان رانشی شرکت می‌کنند. جریان نفوذی الکترون‌ها از سمت چپ به سمت راست برقرار است. در تعادل حرارتی، جریان الکترون‌ها و حفره‌ها در اتصال با هم، مساوی و جریان خالص صفر است. برای هر نوع حامل، جریان رانشی ناشی از میدان الکتریکی درون‌ساخته با جریان نفوذی ناشی از تغییرات غلظت حامل‌ها خنثی می‌شود؛ به همین دلیل در شرایط تعادل حرارتی، موقعیت تراز فرمی نسبت به مکان ثابت است.

در شکل پ۵-۲-۲ یک پیوند *p-n* به‌همراه نمودار نوار انرژی پیوند و توزیع بار فضایی نشان داده شده است. پتانسیل الکترواستاتیکی در نواحی خنثی پیوند نسبت به تراز فرمی در شکل مشخص شده است. پتانسیل الکترواستاتیکی ناحیهٔ خنثی در سمت *p* پیوند ،V_p، به‌دست می‌آید:

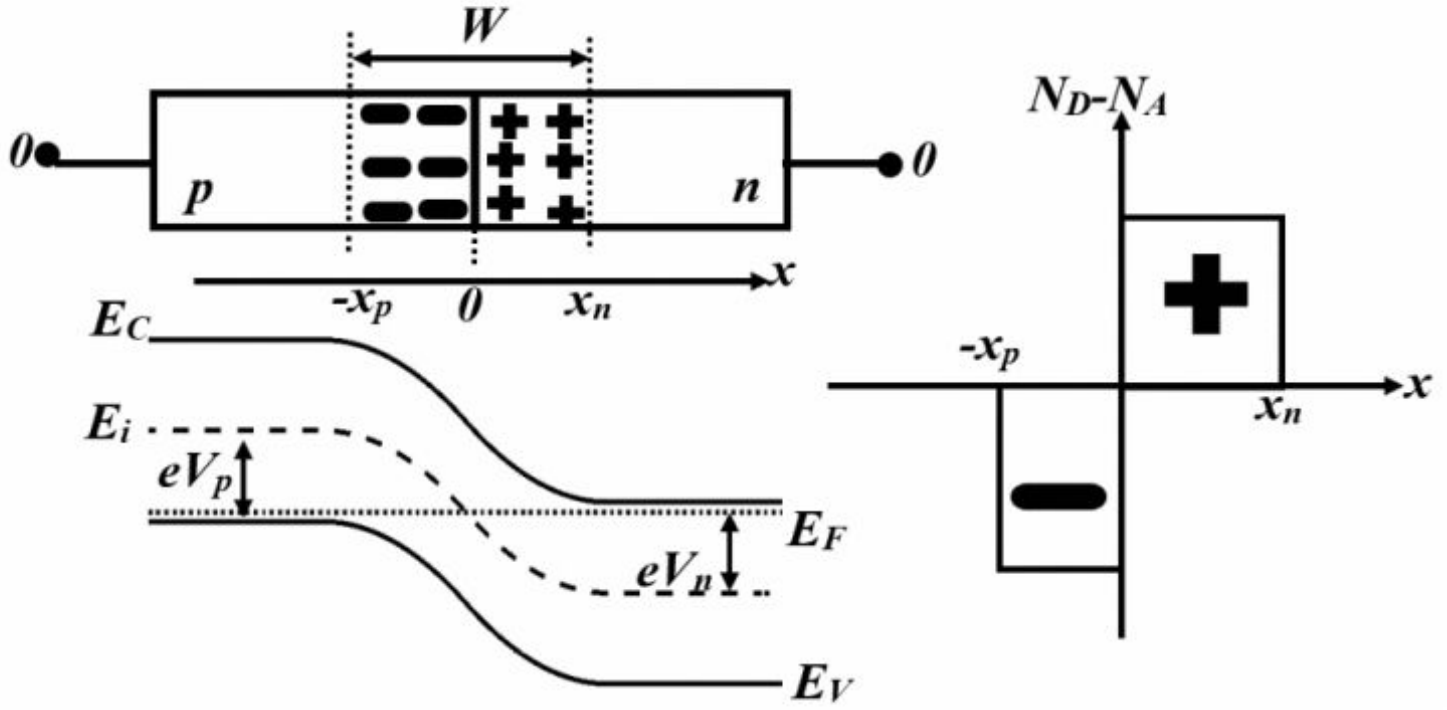
$$V_p = -\frac{1}{e}(E_i - E_F)\big|_{x\le -x_p} = -\frac{KT}{e}\ln(\frac{N_A}{n_i}) \qquad \text{(پ۵-۲-۱)}$$

به‌صورت مشابه برای پتانسیل الکترواستاتیکی در ناحیهٔ خنثی طرف *n* پیوند ، V_n، می‌توان نوشت:

$$V_n = -\frac{1}{e}(E_i - E_F)\,|_{x \geq x_n} = \frac{KT}{e}\ln(\frac{N_D}{n_i}) \qquad (پ۵-۲-۲)$$

اختلاف پتانسیل دو ناحیهٔ خنثی در اطراف ناحیهٔ تخلیه، V_{bi}، در تعادل حرارتی، پتانسیل درون‌ساخته[1] نامیده می‌شود:

$$V_{bi} = V_n - V_p = \frac{KT}{e}\ln(\frac{N_A N_D}{{n_i}^2}) \qquad (پ۵-۲-۳)$$



شکل پ۵-۲-۲: پیوند *p-n* به‌همراه نمودار نوار انرژی پیوند و توزیع بار فضایی نشان داده شده است. پتانسیل الکترواستاتیکی در نواحی خنثی پیوند نسبت به تراز فرمی مشخص شده است.

عرض ناحیهٔ تخلیه و توزیع میدان الکتریکی در سراسر پیوند به کمک معادلهٔ پواسون[2] تعیین می‌شود:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_s} \qquad (پ۵-۲-۴)$$

در رابطهٔ داده‌شده، $\varepsilon_S = \varepsilon_0\varepsilon_r$ ضریب گذردهی نیمه‌هادی و ρ چگالی حجمی بار است.

[1] Built in Potential
[2] Poisson Equation

برای معادلهٔ پواسون در ناحیهٔ تخلیه در هر دو سمت پیوند می‌توان نوشت:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = +\frac{e}{\varepsilon_s} N_A \qquad \text{for} \quad -x_p \,''\, x \,''\, 0$$
$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{e}{\varepsilon_s} N_D \qquad \text{for} \quad 0 \,''\, x \,''\, x_n \qquad \text{(پ۵-۲-۵)}$$

برای تعادل بار در ناحیهٔ تخلیه، باید کل بار در دو طرف پیوند برابر باشد:

$$Q_+ = Q_- \Rightarrow AN_D x_n = AN_A x_p \qquad \text{(پ۵-۲-۶)}$$

برای عرض ناحیهٔ تخلیه داریم:

$$W = x_p + x_n \qquad \text{(پ۵-۲-۷)}$$

میدان الکتریکی در سراسر پیوند با انتگرال‌گیری از طرفین روابط (پ۵-۲-۵) به‌دست می‌آید:

$$\xi(x) = -\frac{dV}{dx}\Big|_{-x_p}^{x} = -\int_{-x_p}^{x} \frac{eN_A}{\varepsilon_s} dx$$
$$= -\frac{e}{\varepsilon_s} N_A(x + x_p) \qquad \text{for} \quad -x_p \,''\, x \,''\, 0 \qquad \text{(پ۵-۲-۸)}$$
$$\xi(x) = -\frac{dV}{dx}\Big|_{0}^{x}$$
$$= const + \int_0^x \frac{eN_D}{\varepsilon_s} dx = \frac{e}{\varepsilon_s} N_D(x - x_n) \qquad \text{for} \quad 0 \,''\, x \,''\, x_n$$

از رابطهٔ (پ۵-۲-۸) مقدار بیشینهٔ میدان در نقطهٔ $x=0$، ξ_m، محاسبه می‌شود:

$$\xi_m = \frac{e}{\varepsilon_s} N_D x_n = \frac{e}{\varepsilon_s} N_A x_p \qquad (پ۵-۲-۹)$$

با انتگرال‌گیری از رابطهٔ میدان الکتریکی، پتانسیل درون‌ساخته به‌دست می‌آید:

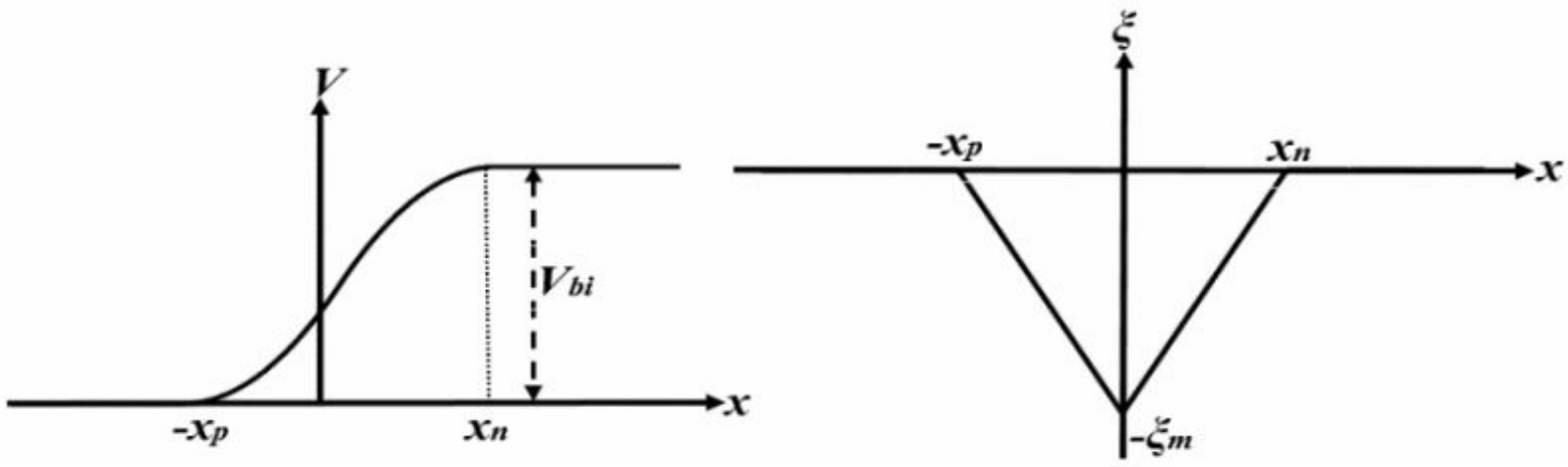
$$V_{bi} = -\int_{-x_p}^{x_n} \xi(x)\,dx = \frac{e}{2\varepsilon_s}(N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \qquad (پ۵-۲-۱۰-۱)$$

درنهایت پتانسیل درون‌ساخته پیوند از رابطهٔ (پ۵-۲-۱۰-۱) برابراست با:

$$V_{bi} = \frac{1}{2}\xi_m W \qquad (پ۵-۲-۱۰-۲)$$

در شکل پ۵-۲-۳ میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی در سراسر پیوند نشان داده شده است؛ بنابراین مساحت مثلث نشان داده‌شده در شکل پ۵-۲-۳ برابر با انرژی پتانسیل درون‌ساخته است. با ترکیب روابط (پ۵-۲-۹) و (پ۵-۲-۱۰) داده‌شده برای عرض ناحیهٔ تخلیه داریم:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{e}\left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}\right)V_{bi}} \qquad (پ۵-۲-۱۱)$$



شکل پ۵-۲-۳: میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی پیوند.

پ۵-۲-۲. پیوند *p-n* تحت تأثیر بایاس خارجی

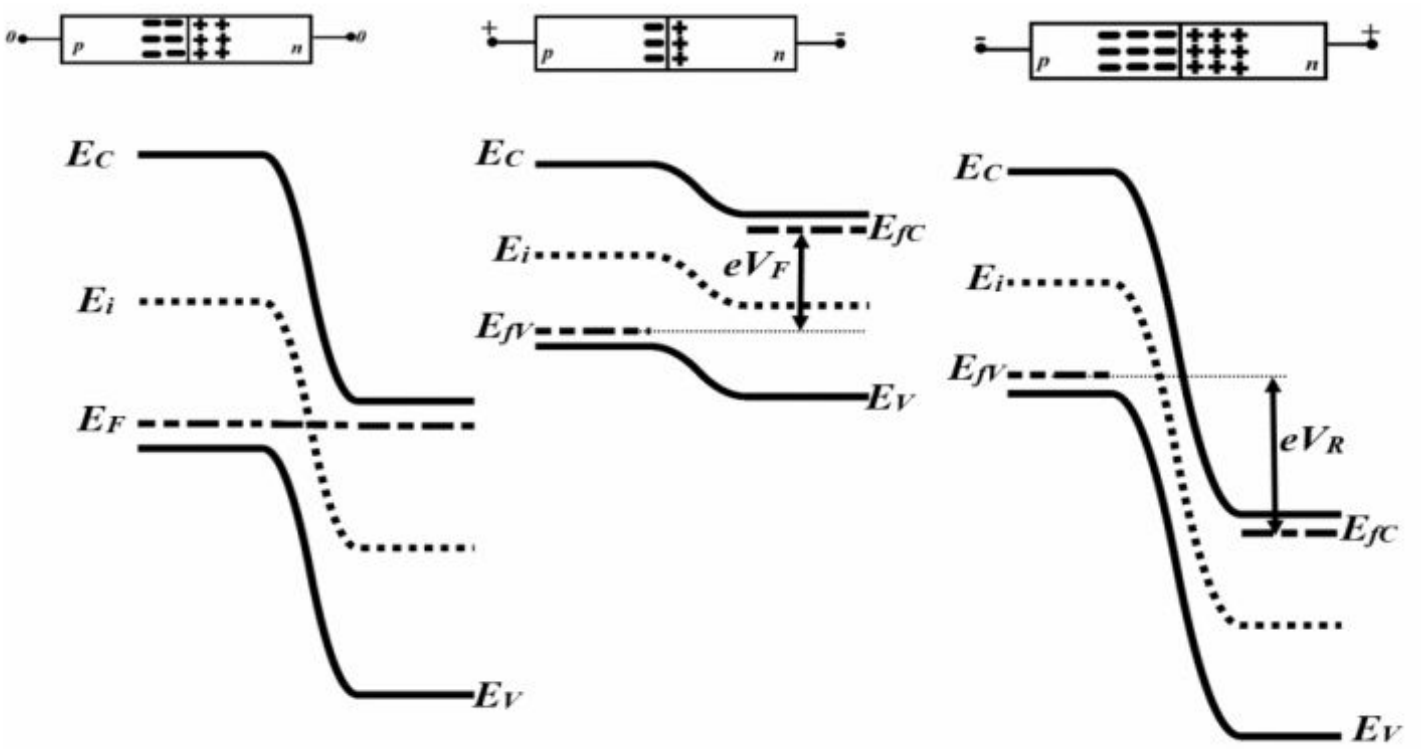
در شکل پ۵-۲-۴ پیوند *p-n* به‌همراه نمودار نوار انرژی بدون اعمال بایاس خارجی، تحت تأثیر بایاس مستقیم و بایاس معکوس نشان داده شده است. با اعمال ولتاژ خارجی، ترازهای فرمی هر دو سمت پیوند (ترازهای شبه فرمی[1])، E_{FC} در سمت *n* و E_{FV} در سمت *p*، از یکدیگر مطابق با شکل جدا می‌شوند. با اعمال ولتاژ V_F با پلاریتهٔ نشان داده‌شده در شکل، پیوند *p-n*، به‌صورت مستقیم بایاس می‌شود. در این شرایط پتانسیل الکترواستاتیکی در طول پیوند به اندازهٔ V_F کاهش می‌یابد و برابر با V_{bi}-V_F است. با توجه به رابطهٔ (پ۵-۲-۱۱) با اعمال بایاس مستقیم به پیوند، عرض ناحیهٔ تخلیه کاهش می‌یابد. صرف‌نظر از مقاومت نواحی خنثی پیوند، می‌توان برای تمامی محاسبات فرض کرد که ولتاژ اعمال‌شده از خارج، دقیقاً در ناحیهٔ تخلیه افت می‌کند و نواحی خنثی را می‌توان مانند اتصال کوتاه درنظرگرفت. اگرچه با عبور جریان، مقداری افت ولتاژ در ناحیهٔ خنثی ایجاد می‌شود، اما به‌دلیل کوچک بودن طول نواحی خنثی در مقایسه با سطح مقطع این نواحی و بالا بودن میزان ناخالصی در این نواحی، مقاومت و افت ولتاژ نواحی خنثی قابل صرف‌نظرکردن است. در بایاس مستقیم، میدان خارجی درخلاف جهت میدان درون‌ساخته است و میدان برآیند کوچک‌تر از میدان درون‌ساخته است.
در اثر اعمال ولتاژ V_R با پلاریتهٔ مشخص‌شده در شکل به دو سر پیوند، پیوند در بایاس معکوس قرارمی‌گیرد و پتانسیل الکترواستاتیکی در طول پیوند به اندازهٔ V_R افزایش می‌یابد و پتانسیل در طول پیوند برابر با $V_{bi}+V_R$ است؛ درنتیجه در اثر اعمال بایاس معکوس، عرض ناحیهٔ تخلیه افزایش می‌یابد. در این شرایط میدان خارجی هم‌جهتِ میدان درون‌ساخته و میدان برآیند بزرگ‌تر از میدان درون‌ساخته است.
با توجه بدانچه گفته شد، می‌توان رابطهٔ (پ۵-۲-۱۱) را بازنویسی کرد:

$$W=\sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{e}\left(\frac{N_A+N_D}{N_AN_D}\right)(V_{bi}-V)} \qquad \text{(پ۵-۲-۱۲)}$$

که در آن پارامتر *V*، برای بایاس مستقیم، عددی مثبت و برای بایاس معکوس، عددی منفی است. در بایاس مستقیم $V=V_F$ و در بایاس معکوس $V=-V_R$.

[1] Quasi Fermi Level

با اعمال بایاس مستقیم، سد پتانسیل روبروی الکترون‌ها کاهش می‌یابد و الکترون‌های بیشتری که دارای انرژی کافی در طرف n پیوند هستند، به سمت p نفوذ می‌کنند. به‌صورت مشابه، تعداد بیشتری از حفره‌ها، توانایی نفوذ از سمت p به سمت n را دارند. در بایاس معکوس، سد پتانسیل روبروی حامل‌ها افزایش می‌یابد و در عمل هیچ الکترونی در سمت n و یا حفره در سمت p ، توان عبور از سد پتانسیل و نفوذ به طرف مقابل اتصال را ندارد؛ ازاین‌رو جریان نفوذی درحالت بایاس معکوس عملاً صفر است. در این شرایط جریان قطعه همان جریان رانشی ناشی از حامل‌های اقلیت در هر سمت پیوند است. الکترون‌های سمت p پیوند و حفره‌های طرف n به ناحیهٔ تخلیه وارد می‌شوند و تحت تأثیر میدان الکتریکی ناحیهٔ تخلیه، به سرعت از این ناحیه عبور می‌کنند. به‌دلیل کوچک بودن غلظت حامل‌های اقلیت هر سمت پیوند، جریان رانشی بسیار کوچک است. لازم به ذکر است که با اعمال ولتاژ کوچک در بایاس معکوس، جریان رانشی حامل‌ها نیز کوچک خواهد بود. با بزرگ شدن ولتاژ (قبل از شکست پیوند) جریان رانشی در قطعه افزایش می‌یابد تا به یک مقدار ثابت برسد؛ به‌عبارت‌دیگر افزایش جریان رانشی تا جایی ادامه می‌یابد که بایاس اعمالی تمامی حامل‌های اقلیت هر سمت پیوند را جمع کند؛ بنابراین مقدار جریان رانشی به تعداد حامل‌های عبوری از ناحیهٔ تخلیه وابسته است و مستقل از سرعت حامل‌هاست.



شکل پ۵-۲-۴:پیوند p-n به‌همراه نمودار نوار انرژی بدون اعمال بایاس خارجی (سمت چپ)، تحت تأثیر بایاس مستقیم (وسط) و بایاس معکوس (سمت راست).

جریان کل عبوری از پیوند مجموع جریان‌های نفوذی و رانشی حامل‌هاست. در تعادل حرارتی، مؤلفه‌های جریان رانشی و نفوذی، یکدیگر را خنثی می‌کنند. در بایاس مستقیم با توجه به اینکه جریان نفوذی حامل‌ها بزرگ است، جریان قطعه در عمل، همان جریان نفوذی حامل‌هاست. با اعمال بایاس معکوس، جریان نفوذی بسیار کوچک و جریان ساختار تنها جریان رانشی حامل‌های واردشده به ناحیهٔ تخلیهٔ اتصال است.

پ۵-۲-۳. مشخصهٔ جریان- ولتاژ پیوند ایده‌آل

در تعادل حرارتی، چگالی حامل‌ها در نواحی خنثی برابر با چگالی ناخالصی است. چگالی الکترون‌ها و حفره‌ها در طرف p و n را در تعادل حرارتی به‌ترتیب با n_{p0} و p_{n0} نشان می‌دهیم؛ بنابراین برای پتانسیل درون‌ساخته در معادلهٔ (پ۵-۲-۳)، می‌توان نوشت:

$$V_{bi} = \frac{KT}{e} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = \frac{KT}{e} \ln \frac{p_{p_0} n_{n_0}}{n_i^2} \qquad \text{(پ۵-۲-۱۳)}$$

با توجه به قانون اثر جرم، $n_{p_0} p_{p_0} = n_i^2$، رابطهٔ (پ۵-۲-۱۳) بازنویسی می‌شود:

$$V_{bi} = \frac{KT}{e} \ln \frac{n_{n_0}}{n_{p_0}} \qquad \text{(پ۵-۲-۱۴)}$$

از معادلهٔ (پ۵-۲-۱۳) داریم:

$$n_{n_0} = n_{p_0} e^{\frac{eV_{bi}}{kT}} \qquad \text{(پ۵-۲-۱۵-۱)}$$

یا

$$n_{n_0} e^{-\frac{eV_{bi}}{kT}} = n_{p_0} \qquad \text{(پ۵-۲-۱۵-۲)}$$

به‌صورت مشابه برای ارتباط بین غلظت حفره‌ها در سمت n و سمت p در تعادل حرارتی داریم:

$$p_{p_0} = p_{n_0} e^{\frac{eV_{bi}}{kT}} \qquad (پ۵-۲-۱۶)$$

درپیوند تحت بایاس مستقیم، اختلاف پتانسیل الکترواستاتیکی به V_{bi}-V_F کاهش می‌یابد و در شرایط اعمال بایاس معکوس، این اختلاف پتانسیل الکترواستاتیکی به V_{bi}+V_R افزایش می‌یابد؛ ازاین‌رو از رابطهٔ (پ۵-۲-۱۵-۱) می‌توان نوشت:

$$n_n = n_p e^{\frac{e(V_{bi}-V)}{kT}} \qquad (پ۵-۲-۱۷)$$

در رابطه، n_n و n_p به‌ترتیب چگالی الکترون‌ها در مرزهای ناحیهٔ تخلیه در طرف n و طرف p در شرایط غیرتعادلی هستند. همچنانکه پیشتر نیز اشاره شد، پارامتر V در شرایط اعمال بایاس مستقیم، عددی مثبت و در شرایط اعمال بایاس معکوس، عددی منفی است. در شرایط تزریق پایین، چگالی حامل‌های اقلیت نفوذی، بسیار کوچک‌تر از چگالی حامل‌های اکثریت است؛ بنابراین $n_n \cong n_{n0}$. در این شرایط چگالی الکترون‌ها در مرز ناحیهٔ تخلیه در سمت p ،x=-x_p، در شرایط غیرتعادلی به‌دست می‌آید:

$$n_p = n_{p_0} e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow n_p - n_{p_0} = n_{p_0}(e^{\frac{eV}{kT}} - 1) \qquad (پ۵-۲-۱۸)$$

به طور مشابه برای غلظت حفره‌ها در x=x_n در سمت p پیوند داریم:

$$p_n = p_{n_0} e^{\frac{eV}{kT}} \Rightarrow p_n - p_{n_0} = p_{n_0}(e^{\frac{eV}{kT}} - 1) \qquad (پ۵-۲-۱۹)$$

در ناحیهٔ خنثی سمت n پیوند، غلظت حامل‌های اقلیت از معادلهٔ پیوستگی[1] تعیین می‌شود:

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = -p_n \mu_h \frac{\partial \xi}{\partial x} - \mu_h \xi \frac{\partial \Delta p_n}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} \qquad (پ۵-۲-۲۰)$$

که در آن D_h ضریب نفوذ یا ضریب پخشی حفره‌هاست. میدان الکتریکی در ناحیهٔ خنثی صفر است و در شرایط ماندگار معادلهٔ (پ۵-۲-۲۰) برابراست با:

$$\frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{D_h \tau_h} = 0 \qquad (پ۵-۲-۲۱)$$

برای حل معادلهٔ دیفرانسیلی (پ۵-۲-۲۱) به کمک شرایط مرزی ($p_n|_{x=\infty} = p_{n_0}$) و $p_n|_{x=x_n} = p_{n_0}(e^{\frac{eV}{kT}} - 1) + p_{n_0}$ داریم:

$$p_n - p_{n0} = p_{n0}(e^{eV/kT} - 1)e^{-(x-x_n)/L_h} \qquad (پ۵-۲-۲۲)$$

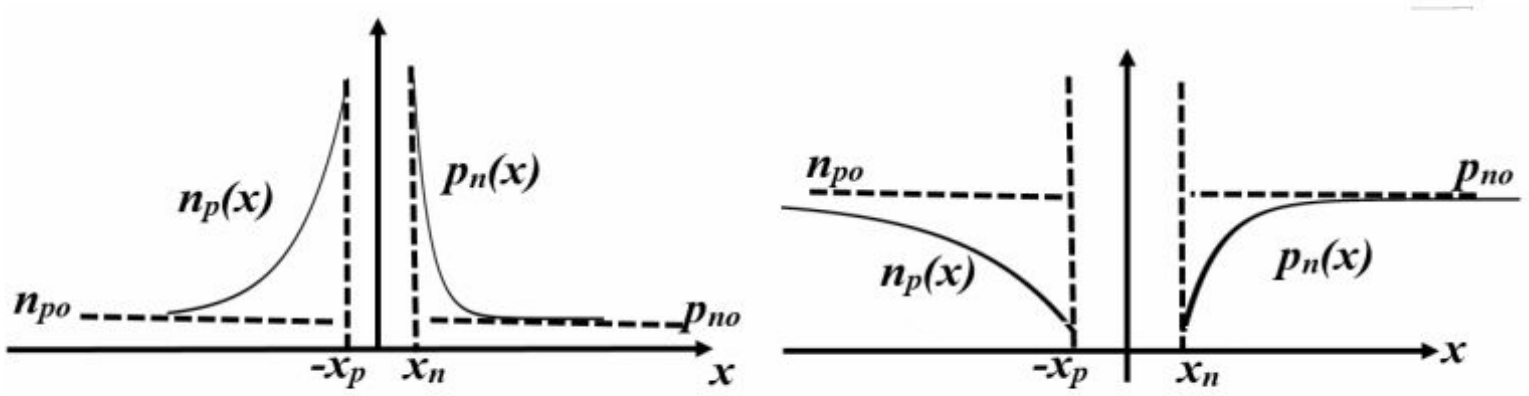
به‌صورت مشابه چگالی الکترون‌ها در ناحیهٔ خنثی سمت p تعیین می‌شود:

$$n_p - n_{p0} = n_{p0}(e^{eV/kT} - 1)e^{(x+x_p)/L_e} \qquad (پ۵-۲-۲۳)$$

در روابط داده‌شده، L_e و L_h به‌ترتیب طول نفوذ الکترون‌ها و حفره‌ها هستند، $L_e = \sqrt{D_e \tau_e}$ و $L_h = \sqrt{D_h \tau_h}$، (D_e ضریب نفوذ یا ضریب پخشی الکترون‌هاست.). در شکل پ۵-۲-۵ چگالی حامل‌ها در یک پیوند p-n تحت بایاس مستقیم و بایاس معکوس نشان داده شده است. مطابق شکل پ۵-۲-۵، چگالی حامل‌های اقلیت در مرزهای ناحیهٔ تخلیه، $-x_p$ و x_n، اساساً از حالت تعادل در بایاس مستقیم افزایش می‌یابد و در بایاس معکوس به مقدار کمتر از مقدار حالت تعادل کاهش می‌یابد.

---

[1] Continuity Equation



شکل پ۵-۲-۵ : چگالی حامل‌ها در یک پیوند *p-n* تحت بایاس مستقیم (سمت چپ) و بایاس معکوس (سمت راست).

مشخصهٔ جریان-ولتاژ دیود با فرض کوچک بودن چگالی حامل‌های اقلیت نفوذی به سمت n و یا سمت p پیوند در مقایسه با چگالی حامل‌های اکثریت (شرایط تزریق پایین) و نیز متناسب بودن چگالی حامل‌های اقلیت در مرزهای ناحیهٔ تخلیه با نادیده گرفتن تولید و بازترکیب حامل‌ها در ناحیهٔ تخلیه و همچنین با نادیده گرفتن مقاومت نواحی خنثی در سمت n و p پیوند، به‌دست می‌آید.

در $x=x_n$ داریم:

$$J_h(x_n) = -eD_h \frac{dp_n}{dx}|_{x_n} = \frac{eD_h p_{n0}}{L_h}(e^{qV/kT} - 1) \qquad (پ۵-۲-۲۴)$$

به‌صورت مشابه برای جریان الکترون‌ها در مرز ناحیهٔ تخلیه $x=-x_p$ می‌توان نوشت:

$$J_e(-x_p) = eD_e \frac{dn_p}{dx}|_{-x_p} = \frac{eD_e n_{p0}}{L_e}(e^{qV/kT} - 1) \qquad (پ۵-۲-۲۵)$$

برای چگالی جریان کل عبوری از جمع معادلات (پ۵-۲-۲۴) و (پ۵-۲-۲۵) داریم:

$$J_D = J_e(-x_p) + J_h(x_n) = J_{s,D}(e^{eV/kT} - 1) \qquad (پ۵-۲-۲۶)$$

$$; J_{s,D} = \frac{eD_e n_{p0}}{L_e} + \frac{eD_h p_{n0}}{L_h}$$

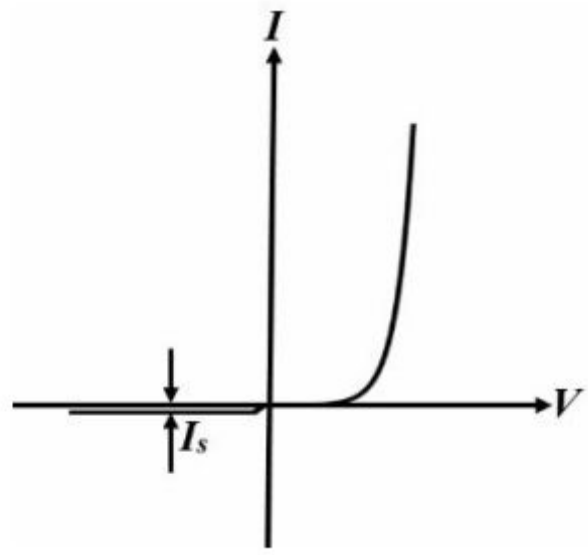
در رابطهٔ (پ۵-۲-۲۶) $J_{S,D}$ چگالی جریان اشباع است. مشخصهٔ جریان-ولتاژ دیود از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید:

$$I_D = I_{s,D}(e^{eV/kT} - 1) \qquad \text{(پ۵-۲-۲۷)}$$

که در آن $I_{S,D}$، جریان اشباع معکوس است:

$$I_{s,D} = A(\frac{eD_e N_A}{L_e n_i^2} + \frac{eD_h N_D}{L_h n_i^2}) \qquad \text{(پ۵-۲-۲۸)}$$

و در آن پارامتر A ، بیانگر سطح مقطع پیوند است.



شکل پ۵-۲-۶: مشخصهٔ جریان-ولتاژ یک دیود ایده‌آل.

پ۵-۲-۴. آثار خازنی در پیوند *p-n*

خازن اتصال[1] در پیوند p-n ناشی از وجود یون‌های بخشنده و پذیرنده در ناحیهٔ تخلیه است. ظرفیت خازن اتصال بر سطح به‌صورت داده‌شده تعریف می‌شود:

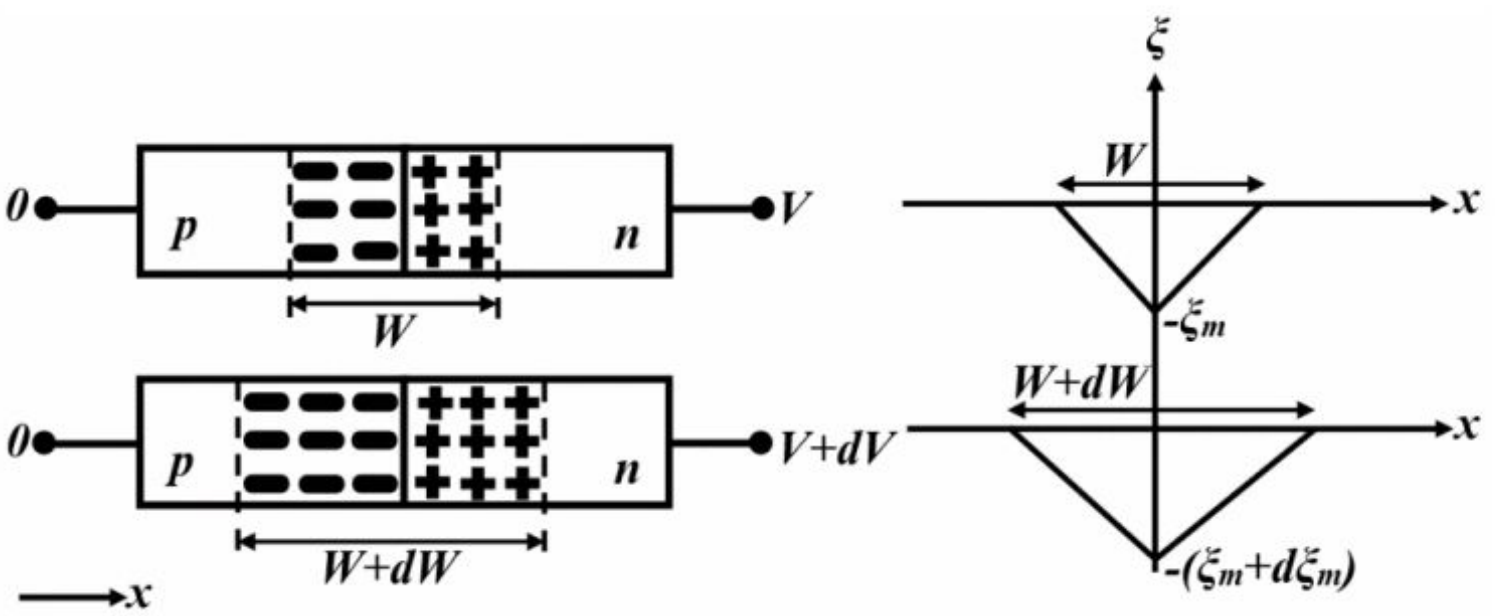
$$C_j = dQ / dV \qquad \text{(پ۵-۲-۲۹)}$$

[1] Junction Capacitance

که در آن dQ، تغییر افزایشی در بار ناحیهٔ تخلیه بر واحد سطح در ازای تغییر افزایشی در ولتاژ اعمالی به میزان dV است. در شکل پ۵-۲-۷ تأثیر افزایش ولتاژ اعمالی به میزان dV بر افزایش بارهای فضایی،dQ، در یک پیوند p-n نشان داده شده است. با افزایش ولتاژ اعمالی به میزان dV، عرض ناحیهٔ تخلیه افزایش می‌یابد و میزان بارهای فضایی در هر سمت پیوند نیز بیشتر می‌شود؛ بنابراین ظرفیت خازن اتصال بر واحد سطح به‌دست می‌آید:

$$C_j = \frac{\varepsilon_s}{W} \qquad (پ۵-۲-۳۰)$$

رابطهٔ (پ۵-۲-۳۰) ظرفیت یک خازن تخت است که فضای بین دو صفحهٔ آن، ناحیهٔ تخلیه پیوند است.



شکل پ۵-۲-۷: تأثیر بایاس معکوس بر عرض ناحیهٔ تخلیه. بارهای فضایی ناحیهٔ تخلیه و میدان الکتریکی ناحیهٔ تخلیه در طول پیوند مشخص شده است.

در بایاس مستقیم، نفوذ حامل‌های اقلیت ،الکترونها و حفره‌های طرفین اتصال، سبب ایجاد انباره‌های الکترونی و حفره‌ای می‌شود (شکل پ۵-۲-۵ را ببینید) و این انباره‌ها با تغییر ولتاژ دوسر پیوند، طبق روابط (پ۵-۲-۲۲) و (پ۵-۲-۲۳) دچار تغییر می‌شوند. میزان این

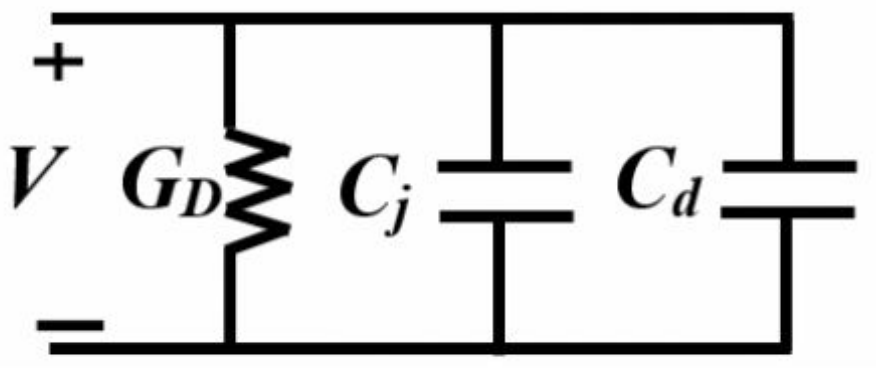
تغییرات بیانگر خازن نفوذی[1] است. ظرفیت خازن نفوذی ناشی از حفره‌های انباره‌ای در ناحیهٔ خنثی برای یک پیوند p^+-n، از رابطهٔ (پ۵-۲-۳۱) به‌دست می‌آید:

$$C_d = \frac{AdQ_h}{dV} = \frac{Ae^2\sqrt{D_h\tau_h}\,p_{n_0}}{KT}e^{eV/kT} \qquad (پ۵-۲-۳۱)$$

در بیشتر کاربردها، پیوند p-n با یک مدار معادل مدل می‌شود؛ علاوه‌بر خازن نفوذی و خازن اتصال، کندوکتانس نیز برای جریان عبوری از پیوند، باید در محاسبات درنظرگرفته شود. در پیوند ایده‌آل، که مشخصهٔ جریان- ولتاژ آن از رابطهٔ (پ۵-۲-۲۶) پیروی می‌کند، کندوکتانس قطعه برابراست با:

$$G_D = \frac{AdJ}{dV} = \frac{eA}{KT}J_{s,D}e^{eV/kT} \qquad (پ۵-۲-۳۲)$$

مدار معادل سیگنال کوچک پیوند p-n در شکل پ۵-۲-۸ نشان داده شده است.



شکل پ۵-۲-۸: مدار معادل سیگنال کوچک پیوند p-n.

[1] Diffusion Capacitance

پیوست ۵-۳

پ۵-۳-۱. پاسخ فرکانسی دیود نورگسیل

در اثر تزریق الکترون‌ها از نیمه‌هادی نوع n به ناحیهٔ خنثی در نیمه‌هادی نوع p، تغییرات غلظت الکترون‌های تزریقی نسبت به زمان و مکان، $\Delta n_p = n_p - n_{p_0}$، توسط معادلهٔ پیوستگی مدیریت می‌شود:

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = \frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_e \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mu_e \xi \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_e \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_e} \qquad (پ۵-۳-۱)$$

در رابطهٔ داده‌شده n_{p0}، n_p، μ_e، D_e، ξ و τ_e به‌ترتیب غلظت الکترون‌ها در نیمه‌هادی نوع p در تعادل، غلظت الکترون‌ها در نیمه‌هادی نوع p در عدم تعادل، قابلیت تحرک الکترون‌ها، ثابت نفوذ الکترون‌ها، میدان الکتریکی و طول عمر الکترون‌ها در نیمه‌هادی نوع p است. با توجه به اینکه میدان الکتریکی در ناحیهٔ خنثی صفر است؛ بنابراین معادلهٔ پیوستگی ساده می‌شود:

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_e} \qquad (پ۵-۳-۲)$$

با اعمال جریان الکتریکی به‌صورت مجموع یک سیگنال سینوسی با فرکانس ϑ و یک جریان ثابت، برای تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت می‌توان نوشت:

$$\Delta n_p(x,t) = \Delta n_p{}^{(dc)}(x) + \Delta n_p{}^{(ac)}(x) e^{i 2\pi \vartheta t} \qquad (پ۵-۳-۳)$$

با جاگذاری رابطهٔ (پ۵-۳-۳) در رابطهٔ (پ۵-۳-۲) به دو رابطه می‌رسیم:

$$\frac{\partial^2 \Delta n_p{}^{(dc)}}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p{}^{(dc)}}{D_e \tau_e} = 0 \qquad (پ۵-۳-۴-۱)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta n_p^{(ac)}}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p^{(ac)}}{D_e \tau_e}(1 + i2\pi\vartheta t) = 0 \qquad (پ۵-۳-۴-۲)$$

برای حل هر دو معادله در $x \to \infty$ باید $\Delta n_p^{(dc)}|_{x\to\infty} = \Delta n_p^{(ac)}|_{x\to\infty} = 0$ باشد؛ درنتیجه از حل هر دو معادله برای تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت می‌توان نوشت:

$$\Delta n_p(x,t) = \Delta n_p^{(dc)}(0)e^{-x/L_e} + \Delta n_p^{(ac)}(0)e^{-x/L_e^*}e^{i2\pi\vartheta t} \qquad (پ۵-۳-۵)$$

که در آن، $L_e^* = \sqrt{\frac{D_e\tau_e}{1+i2\pi\vartheta\tau_e}}$ است.

برای چگالی جریان الکترون‌ها برحسب فرکانس می‌توان نوشت:

$$J_e|_{x=0} = \left| D_e \frac{\partial \Delta n_p^{(ac)}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{D_e \Delta n_p^{(ac)}(x=0)}{L_e^*} \qquad (پ۵-۳-۶)$$

اگر الکترون‌ها در ساختار، طول dx را طی کنند، نرخ بازترکیب بنابر رابطهٔ (۵-۸) در طول مورد نظر $\frac{\Delta n_p(x)}{\tau_e}dx$ است؛ درنتیجه نرخ بازترکیب کل در ماده برابراست با:

$$R_{rec} = \frac{1}{\tau_e}\int_0^\infty \Delta n_p(x)dx \qquad (پ۵-۳-۷)$$

با توجه به اینکه در اثر هر بازترکیب یک فوتون در ساختار تولید می‌شود؛ بنابراین برای شار فوتونی در واحد سطح می‌توان نوشت:

$$\frac{\Phi}{A} = \frac{1}{\tau_e}\int_0^{\infty} \varnothing n_p^{(ac)}(x)\,dx$$
$$= \frac{1}{\tau_e}\int_0^{\infty} \varnothing n_p^{(ac)}(x=0)e^{-x/L_e^*}\,dx = \frac{L_e^* \varnothing n_p^{(ac)}(x=0)}{\tau_e} \qquad (پ۵-۳-۸)$$

از تعریف بازده کوانتومی داخلی داریم:

$$\eta_{IQE} = \frac{\Phi}{I_D} = \frac{(L_e^*)^2 \varnothing n_p^{(ac)}(x=0)}{\tau_e D_e \varnothing n_p^{(ac)}(x=0)} = \frac{1}{1+i2\pi\vartheta\tau_e} \qquad (پ۵-۳-۹)$$

درنتیجه پاسخ‌پذیری فرکانسی قطعه در فرکانس ϑ به‌صورت رابطهٔ داده‌شده بیان می‌شود:

$$\Re_{LED}(\vartheta) = \frac{\Re_{LED,0}}{1+i2\pi\vartheta\tau_e} \qquad (پ۵-۳-۱۰)$$

فصل ششم
لیزر

۶-۱. مقدمه

واژهٔ لیزر در زبان لاتین به معنای تقویت‌کنندگی نور مبتنی بر گسیل برانگیخته است، درحالیکه لیزر برخلاف نامش رفتاری شبیه به یک نوسان‌ساز دارد و نور خروجی از آن، بدون اعمال تابش ورودی، تولید و به‌واسطهٔ گسیل برانگیخته تقویت می‌شود. تابش گسیل‌شده از لیزر جهت‌دار، با انحرافی بسیار کوچک، در مکان و زمان همدوس، دارای پهنای طیفی بسیار باریک و شدت بالا نسبت به تابش خروجی از دیگر منابع نوری متداول است. فن‌آوری لیزر در چند دههٔ اخیر پیشرفت‌های چشمگیری داشته است؛ برای نمونه می‌توان به مواردی همچون به‌کارگیری لیزرهای فرابنفش در پزشکی، به‌دلیل عمق نفوذ کم این باند طول موجی در بافت، برای تشخیص بافت و تخریب حجم کوچکی از بافت اشاره کرد[۱]. از لیزرهای باند طول موجی مادون قرمز و مرئی در صنایع دفاعی برای مخابره ایمن و بدون حضور تداخل الکترومغناطیسی اطلاعات، سلاح‌های نظامی به دلیل جهت‌دار بودن پرتوهای تولیدی لیزر و از حسگرهای لیزری در ردیابی مسیر زیردریایی، کشتی جنگی، هواپیمای جنگی و وسایل نقلیه بدون سرنشین استفاده می‌شود[۲-۳]. فن‌آروی لیزر در الکترونیک، هولوگرافی، طیف‌نگاری و ... به‌صورت گسترده به‌کار گرفته شده است [۴-۶].

تقویت تابشِ لیزر در محیطی، که به آن محیط بهره[1] یا ناحیهٔ فعال می‌گویند، صورت می‌پذیرد. لیزرها براساس جنس ناحیهٔ فعال به چهار دستهٔ لیزرهای حالت جامد[2]، گازی، مایع و نیمه‌هادی تقسیم می‌شوند. یک لیزر بسته به نوع آن، توانایی تولید تابش الکترومغناطیسی

---

[1] Gain Medium

[2] Solid State Lasers

از پرتوهای X تا امواج در ناحیهٔ دور مادون قرمز را دارد. توان نوری خروجی لیزر نیز از چند میکرو وات تا چندین تترا وات (10^{12}) قابل تغییر و حجم یک لیزر بسته به نوع آن، از ابعاد میکروسکوپیک، چند ده μm^3، تا ابعاد بسیار بزرگ‌تر متغیر است. در لیزر حالت جامد؛ نظیر لیزرهای عایق ناخالص‌شده،[۱] ناحیهٔ فعال شامل یک کریستال یا آمورف است، که میزبان یون‌های ناخالصی همچون عناصر کمیاب خاکی است. لیزر رابی[۲]، که دارای اکسید آلومینیوم با یون‌های کرومیوم ناخالص‌شده است و نیز لیزر نئودیمیوم[۳] یاگ[۴]، که دربردارندهٔ ایتریم آلومینیوم گارنت[۵] با یون‌های نئودیمیم ناخالص‌شده است، نمونه‌هایی از این لیزرها هستند، که توان تولید پرتوهای ناحیهٔ فرابفش تا مادون قرمز را دارند. از مزایای این لیزرها می‌توان به توان خروجی بالا در حد چند ده ترا وات، ارزان بودن، نگهداری آسان، ساختار بی‌نقص و به تبع آن کاهش تلفات پراکندگی، هدایت گرمایی بالا و قابلیت پذیرش بالای یون‌های ناخالصی در حد $10^{26}\ m^{-3}$ اشاره کرد. لیزرهای گازی دارای کاربردهای گسترده‌ای در ارتباطات مخابراتی و علوم مهندسی هستند [۷-۹]. لیزر هلیم-نئون[۶]، که به‌دلیل قیمت ارزان و عملکرد ساده نسبت به دیگر منابع نور مرئی در آزمایشگاه‌های آموزشی مورد استفاده قرارمی‌گیرد و لیزرکربن دی اکسید[۷] به‌عنوان یک لیزر پرتوان کاربردی در پزشکی [۱۰-۱۱] نمونه‌هایی از این ادوات هستند. لیزرهای مایع رنگی[۸] با کارایی در دماهای بالا و سادگی در تولید ناحیهٔ فعال همگن، ادواتی اطمینان‌پذیر در کاربردهای بیولوژیکی و لیزرهای نورسیال[۹] هستند [۱۲-۱۳]. با وجود اهمیت لیزرهای ذکرشده، لیزرهای نیمه‌هادی به‌دلیل ویژگی‌های منحصر به‌فرد از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. لیزرهای نیمه‌هادی، نور همدوس و جهت‌دار تولید می‌کنند؛ بنابراین در سیستم‌های مخابرات نوری این لیزرها بیشتر از دیودهای نورگسیل مورد توجه هستند. ابعاد کوچک این لیزرها در مقایسه با لیزرهای حالت جامد و گازی سبب شده است تا ادواتی با طول عمر بالا و اطمینان‌بخش در مدارات مجتمع نوری باشند. برخلاف لیزرهای حالت جامد و گازی، که تحت ولتاژهای بسیار بالا کار می‌کنند، تحریک[۱۰] این ادوات با جریان‌ها و ولتاژهای کوچک تحقق می‌یابد. استفاده از فن‌آوری نیمه‌هادی در این ادوات، امکان مجتمع‌سازی آن‌ها در سیستم‌های الکترونیکی و تولید انبوه و باصرفهٔ اقتصادی را فراهم

---

[1] Insulator Doped Lasers
[2] Ruby Laser
[3] Neodymium
[4] Nd: YAG
[5] Ytrrium Aluminium Garnet
[6] Helium-Neon Laser
[7] Carbon Dioxide Laser (CO_2 Laser)
[8] Dye Liquid Lasers
[9] Optofluidic Lasers
[10] Pumping

می‌سازد؛ به‌علاوه، این لیزرها به‌دلیل عملکرد در دماهای پایین، دارای بازدهی بالا و توان مصرفی کمی هستند. در کنار این مزایا، لیزرهای نیمه‌هادی دارای توان نوری خروجی اندکی هستند. پرتو خروجی به شدت به دمای عملکرد قطعه وابسته و نسبت به لیزرهای دیگر از همگرایی کمتری برخوردار است. در این راستا در ابتدای فصل، اصول اولیهٔ لیزر مطالعه می‌شود.

۶-۲. گذارهای نوری در سیستم‌های اتمی و مولکولی

چنانکه در فصل پیش نیز اشاره شد، در سیستم‌های کوانتومی؛ نظیر اتم‌های چند الکترونی و نیمه‌هادی‌ها، که از اصل طرد پاولی[1] پیروی می‌کنند، هر تراز انرژی توسط یک الکترون اشغال می‌شود و یا تعداد الکترون‌ها در تراز mام (N_m) برابر با 0 یا 1 است. در این سیستم‌ها، احتمال اشغال تراز انرژی مجاز E از توزیع آماری فرمی- دیراک (یا تابع فرمی) مطابق با رابطهٔ (۵-۴۴) به‌دست می‌آید، درحالیکه در مجموعه‌ای از ذرات متمایز؛ نظیر اتم‌ها و مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ یک گاز رقیق، با ترازهای انرژی مجاز $E_1, E_2, \ldots$، در تعادل حرارتی، احتمال یافتن یک اتم دلخواه در تراز E_m، از توزیع بولتزمن[2] به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$P_B(E_m) \propto \exp(-E_m / KT), \qquad m = 1,2,3,... \qquad (۱-۶)$$

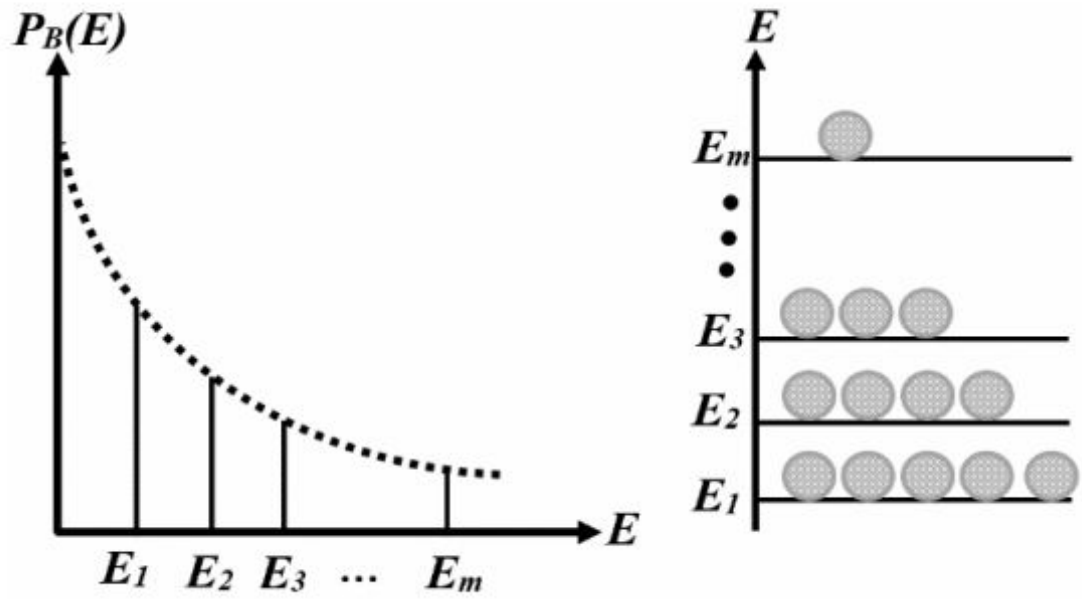
تابع احتمال پرشدن ترازهای انرژی مجاز مربوط به یک سیستم متشکل از ذرات متمایز در شکل ۶-۱ نشان داده شده است.

طبق شکل ۶-۲، اگر $E >> E_F$ تابع توزیع فرمی- دیراک، به توزیع بولتزمن نزدیک می‌شود. نور گسیل‌شده از مجموعه‌ای از اتم‌های یک گاز با چگالی کم، تقریباً با تابش گسیلی از یک اتم منزوی برابراست. درواقع در اثر گذارهای اتمی، می‌توان با تقریب خوبی از وجود اتم‌های دیگر صرف‌نظر کرد.

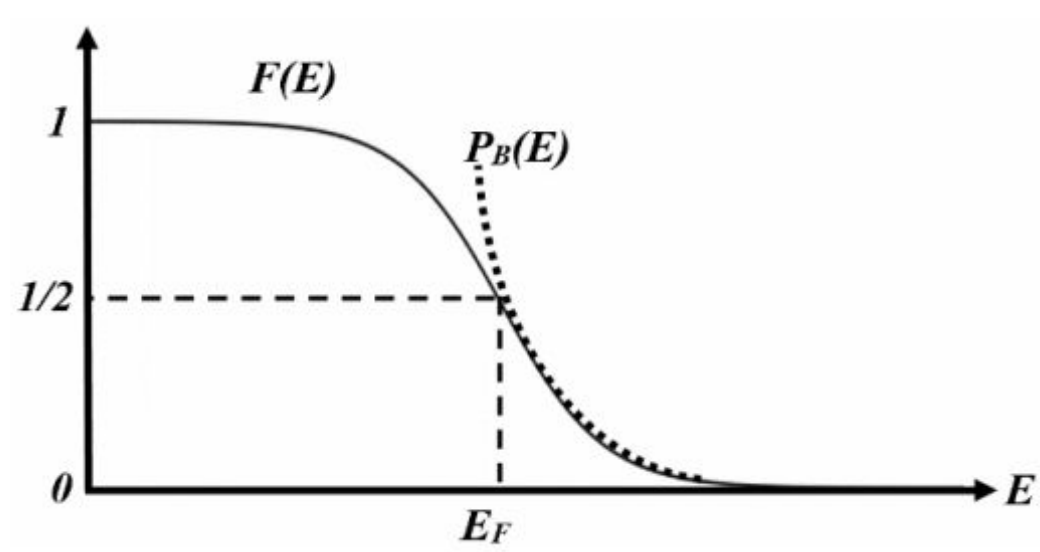
---

[1] Pauli Exclusion Principle

[2] Boltzmann Distribution



شکل ۶-۱: توزیع بولتزمن برای احتمال پرشدن ترازهای انرژی مجاز در یک سیستم متشکل از ذرات تشخیص‌پذیر.



شکل ۶-۲: در انرژی‌های بزرگ‌تر از انرژی فرمی، تابع توزیع فرمی-دیراک با تقریب خوبی به توزیع بولتزمن نزدیک می‌شود.

توزیع بولتزمن را برای مجموعه‌ای متشکل از N اتم در واحد حجم درنظرمی‌گیریم. اگر تعداد اتم‌هایی که تراز انرژی E_m را اشغال می‌کنند، در واحد حجم برابر با N_m باشد، در این صورت $N_m/N=P(E_m)$. اگر تعداد اتم‌هایی که تراز انرژی E_1 را اشغال می‌کنند، در واحد حجم برابر با N_1 و تعداد اتم‌های اشغال‌کنندهٔ سطح انرژی E_2 در واحد حجم، N_2 باشد، بنا بر رابطهٔ (۶-۱) می‌توان نوشت:

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp(-\frac{E_2 - E_1}{KT}) \qquad (۶-۲)$$

درنتیجه نسبت جمعیت دو تراز انرژی در یک سیستم اتمی و یا مولکولی به دما وابسته است. اگر $T=0\ ^\circ K$، تمامی اتم‌ها در پایین‌ترین تراز انرژی (انرژی پایه[1]) قرارمی‌گیرد. با افزایش دما، جمعیت ترازهای انرژی بالاتر بیشتر می‌شود. در شرایط تعادل حرارتی، جمعیت یک تراز انرژی همیشه بیشتر از ترازهای انرژی بالاتر است. درشرایطی‌که جمعیت تراز انرژی بالاتر، بزرگ‌تر از جمعیت تراز انرژی پایین‌تر باشد، وارون‌سازی[2] جمعیت رخ می‌دهد. در یک سیستم اتمی و یا مولکولی، یک تراز انرژی مشخص معمولاً شامل تعدادی حالت‌های کوانتومی تبهگن است که همگی دارای انرژی یکسان هستند؛ بنابراین ترازهای انرژی با مقادیر انرژی E_1 و E_2، به ترتیب با پارامترهای تبهگنی g_1 و g_2 مشخص می‌شوند و رابطهٔ (۶-۲) بازنویسی می‌شود [۱۴]:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}\exp(-\frac{E_2-E_1}{KT}) \qquad (۶-۳)$$

مثال ۶-۱: برای یک گاز هیدروژنی، مطلوب است محاسبهٔ:

الف) جمعیت نسبی نخستین تراز برانگیخته به جمعیت تراز پایه با اختلاف انرژی $10.2\ eV$، در $300\ ^\circ K$.

ب) دمایی که در آن، 15% اتم‌ها در نخستین تراز برانگیخته باشد.

تبهگنی ترازهای انرژی $2n^2$ است.

حل:

الف) تبهگنی تراز پایه و نخستین تراز برانگیخته به ترتیب $g_1=2\times1^2=2$ و $g_2=2\times2^2=8$ است. از رابطهٔ (۶-۳) برای جمعیت نسبی نخستین تراز برانگیخته به جمعیت تراز پایه با درنظرگرفتن $E_2-E_1=10.2\ eV$ داریم:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{8}{2}\exp(-\frac{10.2\,(eV)}{0.0260\,(eV)})=1.678\times10^{-17}$$

---

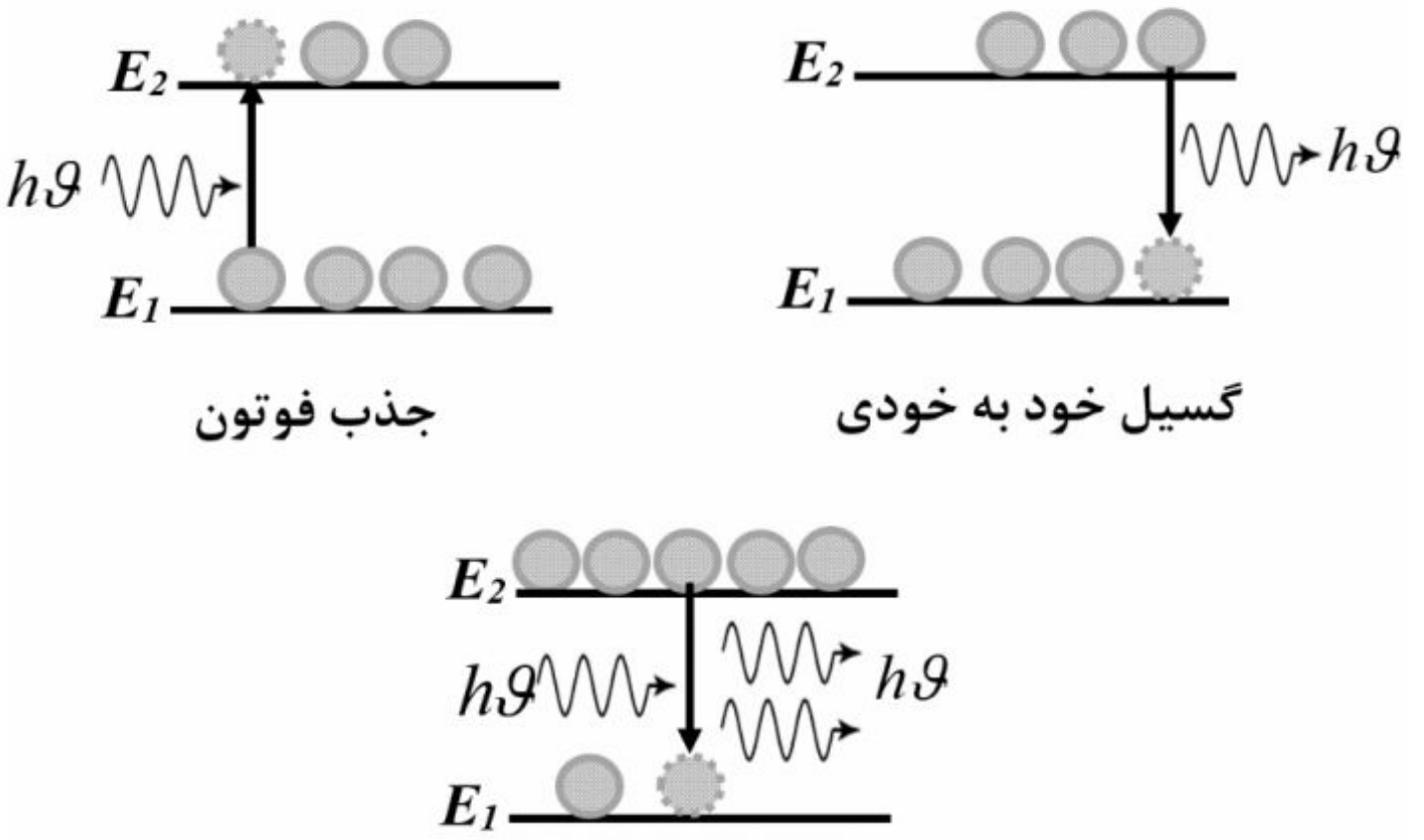
[1] Ground State

[2] Population inversion

ب) اگر *15%* اتم‌ها در نخستین تراز برانگیخته باشند، $N_2=0.15N_1$؛ درنتیجه از رابطهٔ (۶-۳) می‌توان نوشت:

$$0.15=\frac{8}{2}\exp(-\frac{10.2(eV)}{KT})\Rightarrow KT=3.1065eV\Rightarrow T=3.6\times10^4\ ^\circ K$$

در فصل قبل صورت‌های اندرکنش نور و ماده، از قبیل جذب، گسیل خودبه‌خودی و گسیل برانگیخته معرفی شدند. همان‌گونه‌که پیشتر اشاره شد، جذب و یا گسیل فوتون ناشی از گذار الکترون میان دو سطح انرژی با مقادیر انرژی E_1 و E_2 است و فرکانس تشدید مربوط به این گذار الکترون، از رابطهٔ (۵-۳۷) به‌دست می‌آید. با درنظرگرفتن ساده‌ترین حالت، یعنی یک سیستم دو ترازه با مقادیر انرژی E_1 و E_2، سیستم متشکل از اتم‌ها و مولکول‌های قابل تشخیص است، که دارای دو تراز انرژی با مقادیر انرژی E_1 و E_2 هستند. یک اتم به‌واسطهٔ گذار بالارونده (از تراز E_1 به تراز E_2) و یا پایین‌رونده (از تراز E_2 به تراز E_1)، می‌تواند به ترتیب یک فوتون را جذب و یا تولید کند. (شکل ۶-۳).



شکل ۶-۳: گذار اتمی بین دو تراز انرژی در یک سیستم دو ترازه.

در تعادل حرارتی، نرخ گذارهای بالارونده و پایین‌رونده (تعداد گذارها در واحد حجم در واحد زمان) باید با هم برابر باشند. نرخ گذار بالارونده یا جذب متناسب با جمعیت اتم‌ها در تراز انرژی E_1 ،N_1، و تعداد فوتون‌هایی است که فرکانس آن‌ها برابر با فرکانس تشدید گذار است. اگر تعداد فوتون‌های با فرکانس ϑ در واحد حجم برابر با N_ϑ باشد، آنگاه چگالی انرژی در فرکانس ϑ برابراست با:

$$\rho_\vartheta = N_\vartheta h\vartheta \qquad (۴-۶)$$

بنابراین می‌توان نرخ گذار بالارونده ،W_{21}، را تعیین کرد [۱۵]:

$$W_{12} = B_{12}\rho_\vartheta N_1 \qquad (۵-۶)$$

که در آن B_{12} عددی ثابت است.

به‌صورت مشابه در گذار پایین‌روندهٔ برانگیخته (گسیل برانگیخته) نرخ گذار برانگیخته ،W_{21}، تابعی از جمعیت اتم‌ها در تراز انرژی E_2 و چگالی انرژی فوتون‌های تابشی است:

$$W_{21} = B_{21}\rho_\vartheta N_2 \qquad (۶-۶)$$

که در آن B_{21} نیز عددی ثابت است.

نرخ گسیل خودبه‌خودی از تراز 2 به تراز 1 برابراست با [۱۵]:

$$W_{sp} = A_{21}N_2 \qquad (۷-۶)$$

در رابطهٔ (۶-۷)،A_{21} عددی ثابت است. متوسط زمانی‌که اتم‌ها در یک تراز برانگیخته قرار دارند و پیش از آنکه این اتم‌ها به‌واسطهٔ گسیل خودبه‌خودی به ترازهای انرژی پایین‌تر گذار کنند، را طول عمر تراز برانگیخته ،$\tau_{sp} = \tau_{21}$ ، می‌نامند و عکس مقدارA_{21} است؛ بنابراین نرخ گذار پایین‌روندهٔ کل برابراست با:

$$W_{21} + W_{sp} = B_{21}\rho_{\vartheta} N_2 + A_{21} N_2 \qquad (۸-۶)$$

ثابت‌های B_{12}، B_{21} و A_{21} ضرایب اینشتین[1] خوانده می‌شوند. در یک سیستم، نرخ گذار خودبه‌خودی و القایی متناسب با یکدیگر هستند. نخستین بار اینشتین این وابستگی را با درنظرگرفتن اندرکنش تابش جسم سیاه و یک سیستم متشکل از اتم‌های متشابه در تعادل حرارتی به‌دست آورد. همچنانکه پیشتر ذکر شد، نرخ گذارهای بالارونده و پایین‌رونده در تعادل حرارتی باید با هم برابر باشند؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$B_{12}\rho_{\vartheta} N_1 = B_{21}\rho_{\vartheta} N_2 + A_{21} N_2 \qquad (۹-۶)$$

بنابراین برای چگالی انرژی فوتون‌ها داریم:

$$\rho_{\vartheta} = \frac{A_{21} / B_{21}}{(B_{12} / B_{21})(N_1 / N_2) - 1} \qquad (۱۰-۶)$$

با استفاده از روابطه (۶-۳) و (۵-۳۷)، رابطهٔ (۶-۱۰) بازنویسی می‌شود:

$$\rho_{\vartheta} = \frac{A_{21} / B_{21}}{[(g_1 / g_2)(B_{12} / B_{21}) \exp(h\vartheta / KT)] - 1} \qquad (۱۱-۶)$$

از طرفی چگالی تابش جسم سیاه در دمای T برابراست با [۱۴]:

$$\rho_{\vartheta} = \frac{8 \neq h\vartheta^3 n^3}{c^3} \left(\frac{1}{\exp(h\vartheta / KT) - 1} \right) \qquad (۱۲-۶)$$

که در آن، n ضریب شکست محیط است. با مقایسهٔ روابط (۶-۱۱) و (۶-۱۲) می‌توان نوشت:

---

[1] Einstein Coefficients

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \qquad (۱۳-۶)$$

و

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8 \neq h \vartheta^3 n^3}{c^3} \qquad (۱۴-۶)$$

روابط (۶-۱۳) و (۶-۱۴)، روابط اینشتین[1] خوانده می‌شوند. نسبت نرخ گسیل خودبه‌خودی به نرخ گسیل برانگیخته برای یک زوج سطح انرژی به کمک روابط (۶-۶) و (۶-۷) برابراست با:

$$R_{rr} = \frac{W_{sp}}{W_{21}} = \frac{A_{21}}{\rho_{\vartheta} B_{21}} \qquad (۱۵-۶)$$

با توجه به روابط (۶-۱۲) و (۶-۱۴) نسبت دو نرخ را می‌توان بیان کرد:

$$R_{rr} = \exp(h\vartheta / KT) - 1 \qquad (۱۶-۶)$$

۶-۳. بهرهٔ نوری[2]

مطابق شکل ۶-۴ یک پرتو نور تک‌رنگ را، که از یک محیط جاذب نور با دو تراز انرژی عبور می‌کند، درنظرمی‌گیریم. اگر پرتو در محیط جاذب، مسافت Δz را مطابق شکل طی کند، تغییرات شدت پرتو عبوری برابراست با:

$$\partial I(z) = I(z + \partial z) - I(z) \qquad (۱۷-۶)$$

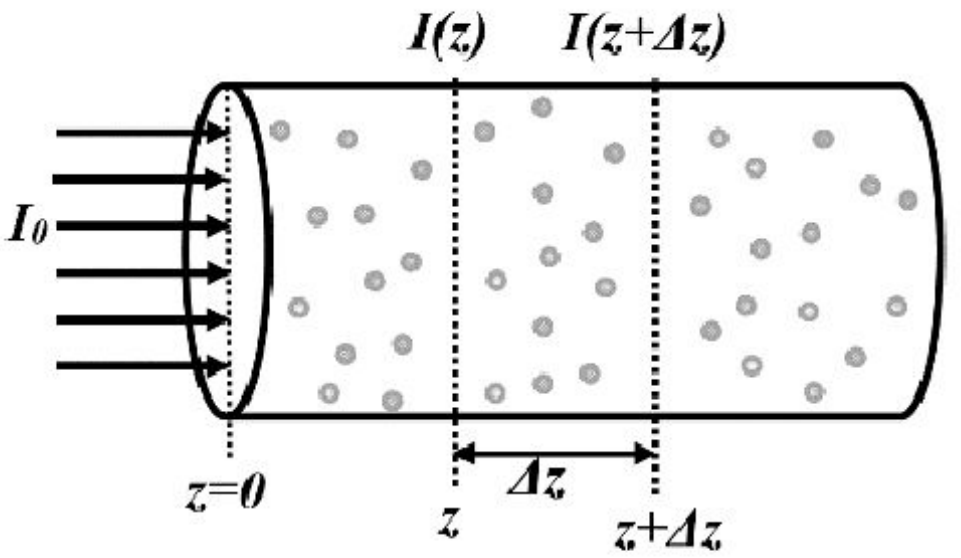
در یک محیط همگن، تغییرات شدت پرتو $\Delta I(z)$ متناسب با مسافت طی‌شده توسط پرتو، Δz ، و شدت پرتو در مکان z ،$I(z)$ است و درنتیجه برای تغییرات شدت پرتو نوری داریم:

---

[1] Einstein Relations [2] Optical Gain

$$\partial I(z) = -\alpha I(z)\partial z \qquad (۱۸-۶)$$

که در آن، α ضریب جذب محیط است و با توجه به اینکه محیط جاذب نور است؛ لذا α عددی مثبت است. علامت منفی در رابطهٔ (۶-۱۸) بیانگر آن است که شدت تابش به‌واسطهٔ جذب، کاهش می‌یابد.



شکل ۶-۴: پرتو نور تک‌رنگ که از یک سیستم اتمی دو ترازهٔ جاذب عبور می‌کند.

با فرض کوچک بودنΔz ، رابطهٔ (۶-۱۸) را می‌توان به‌صورت یک معادلهٔ دیفرانسیلی بیان کرد:

$$\frac{dI(z)}{dz} = -\alpha I(z) \qquad (۱۹-۶)$$

از حل معادلهٔ دیفرانسیلی داریم:

$$I(z) = I_0 \exp(-\alpha z) \qquad (۲۰-۶)$$

که در آن، I_0 مطابق با شکل ۶-۴ شدت پرتو برخوردی است.

مثال ۶-۲: در شکل ۶-۴، طول محفظه برابر با $0.15\ m$ و محیط جاذب نور است. درصورتی‌که در هر $1\ mm$ شدت نور 0.5% کاهش یابد، ضریب جذب محیط را تعیین کنید.

حل:

با توجه به اینکه در $1\ mm$، شدت نور برخوردی به میزان 0.5% کاهش می‌یابد؛ بنابراین در انتهای محفظه، شدت برخورد به 25% شدت نور برخوردی می‌رسد. از رابطهٔ (۶-۲۰) برای ضریب جذب داریم:

$$0.25I_0 = I_0 \exp(-\alpha \times 0.15\,(m)) \Rightarrow \alpha = 9.241\ m^{-1}$$

میزان جذب نور در یک محیط به تعداد اتم‌های با انرژی E_1،N_1 و تعداد اتم‌های با انرژی E_2 ،N_2، بستگی دارد. درصورتی‌که تمام اتم‌ها در تراز انرژی E_1 قرار داشته باشند ،$N_2=0$، جذب بیشینه است و اگر تمامی اتم‌ها در تراز انرژی بالاتر باشند، آنگاه میزان جذب صفر است و احتمال گسیل برانگیخته، بنابر رابطهٔ (۶-۶) بزرگ خواهد شد. مقدار تلفات فوتون‌ها در واحد حجم در واحد زمان با عبور پرتو از یک المان حجمی به ضخامت Δz و سطح مقطع واحد، صرف‌نظر از فوتون‌های تولیدی، که به‌واسطهٔ گسیل خودبه‌خودی در تمام جهات گسیل می‌شوند و نیز با چشم‌پوشی از تلفات پراکندگی، برابراست با:

$$-\frac{dN_\vartheta}{dt} = N_1\rho_\vartheta B_{12} - N_2\rho_\vartheta B_{21} \qquad (۶-۲۱)$$

به کمک رابطهٔ نخست در روابط اینشتین، رابطهٔ (۶-۲۱) را می‌توان بازنویسی کرد:

$$-\frac{dN_\vartheta}{dt} = \left(\frac{g_2}{g_1}N_1 - N_2\right)\rho_\vartheta B_{21} \qquad (۶-۲۲)$$

رابطهٔ (۶-۲۲)، که شامل تفاوت جمعیت ترازهای انرژی است را می‌توان به ضریب جذب ،α، ارتباط داد. به‌منظور ارتباط میان اختلاف جمعیت ترازهای انرژی و ضریب جذب، باید ابتدا رابطه‌ای برای میزان شدت پرتو نوری به‌دست آورد. بنابر تعریف، شدت پرتو نوری برابر با

میزان انرژی است که واحد سطح را در واحد زمان قطع می‌کند؛ ازاین‌رو شدت پرتو حاصل‌ضرب چگالی انرژی در سرعت پرتو در محیط با ضریب شکست n، $I = \rho_\vartheta c / n$، است. برای فوتون‌های با فرکانس ϑ، شدت پرتو به‌صورت داده‌شده بیان می‌شود:

$$I = \rho_\vartheta c / n = N_\vartheta h \vartheta_{21} c / n \qquad (۲۳-۶)$$

که در آن ϑ_{21} فرکانس تشدید ترازهای انرژی E_1 و E_2، $\vartheta_{21}=(E_2-E_1)/h$، است؛ درنتیجه برای تغییر در چگالی فوتون میان مرزهای z و $z+\Delta z$ المان حجمی می‌توان نوشت:

$$-dN_\vartheta(z) = [I(z) - I(z+\Delta z)]\frac{n}{h\vartheta_{21}c} \qquad (۲۴-۶)$$

درصورتی‌که Δz به اندازهٔ کافی کوچک باشد، از معادلهٔ (۶-۲۴) می‌توان نوشت:

$$-dN_\vartheta(z) = -\frac{dI(z)}{dz}.\frac{dzn}{h\vartheta_{21}c} \qquad (۲۵-۶)$$

بنابراین نرخ کاهش چگالی فوتون در بازهٔ زمانی $dt = \frac{dz}{c/n}$ برابراست با:

$$\frac{dN_\vartheta}{dt} = -\alpha I(z).\frac{1}{h\vartheta_{21}} = -\alpha\rho_\vartheta \frac{c}{n}.\frac{1}{h\vartheta_{21}} \qquad (۲۶-۶)$$

با مقایسهٔ روابط (۶-۲۲) و (۶-۲۶) داریم:

$$\alpha\rho_\vartheta \frac{c}{n}.\frac{1}{h\vartheta_{21}} = \left(\frac{g_2}{g_1}N_1 - N_2\right)\rho_\vartheta B_{21} \qquad (۲۷-۶)$$

بنابراین ضریب جذب برابراست با:

$$\alpha = \left(\frac{g_2}{g_1} N_1 - N_2 \right) \frac{B_{21} h \vartheta_{21} n}{c} \qquad (۲۸-۶)$$

معادلهٔ (۶-۲۸) بیانگر ارتباط ضریب جذب با تفاوت جمعیت دو تراز انرژی است. ازآنجاکه $E_2 > E_1$، درنتیجه در تعادل حرارتی برای مجموعه‌ای از اتم‌ها، $(g_2/g_1)N_1$ همواره از N_2 بزرگ‌تر و درنتیجه α عددی مثبت است. با ایجاد شرایطی‌که در آن، N_2 بزرگ‌تر از $(g_2/g_1)N_1$ باشد، α عددی منفی و کمیت $-\alpha z$ در رابطهٔ (۶-۲۰)، مثبت است و شدت پرتو با انتشار در داخل محیط، طبق رابطهٔ داده‌شده تقویت می‌شود:

$$I(z) = I_0 \exp(k_g z) \qquad (۲۹-۶)$$

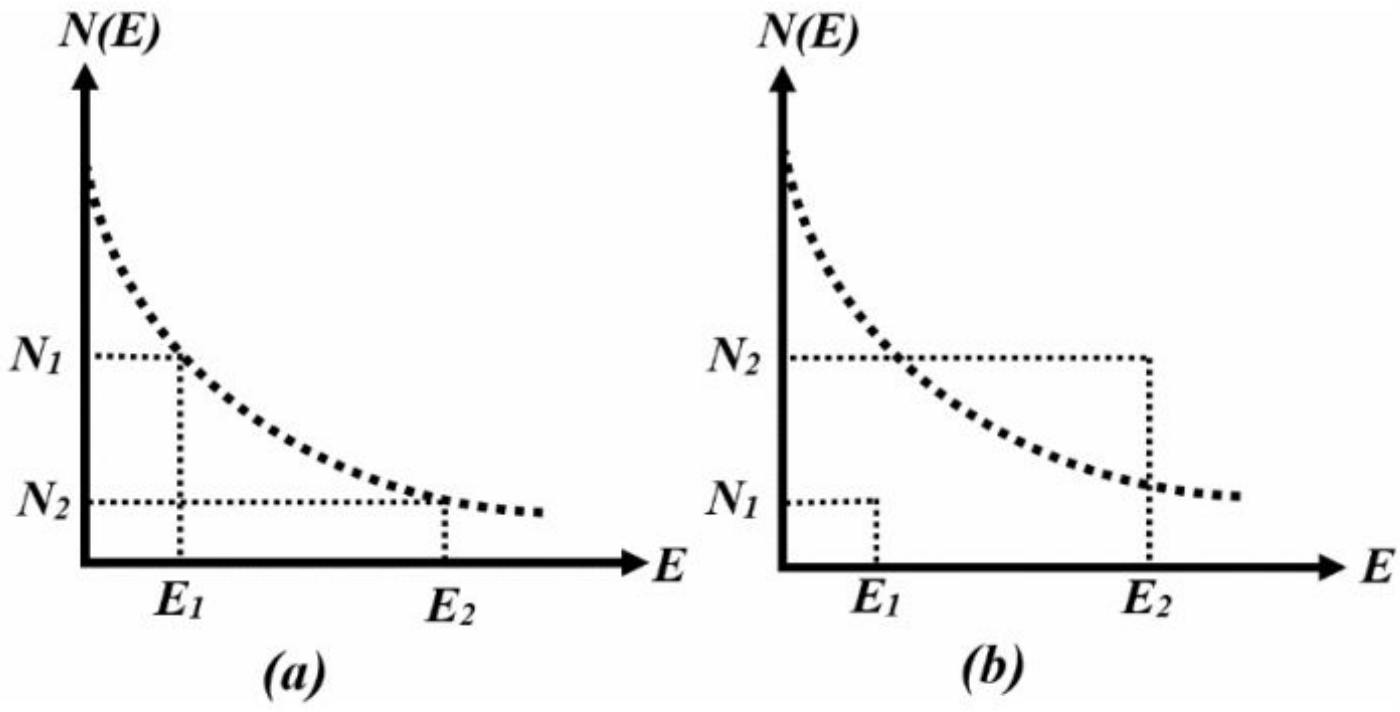
که در آن، k_g ضریب بهرهٔ سیگنال کوچک است و داریم:

$$k_g = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \frac{B_{21} h \vartheta_{21} n}{c} \qquad (۳۰-۶)$$

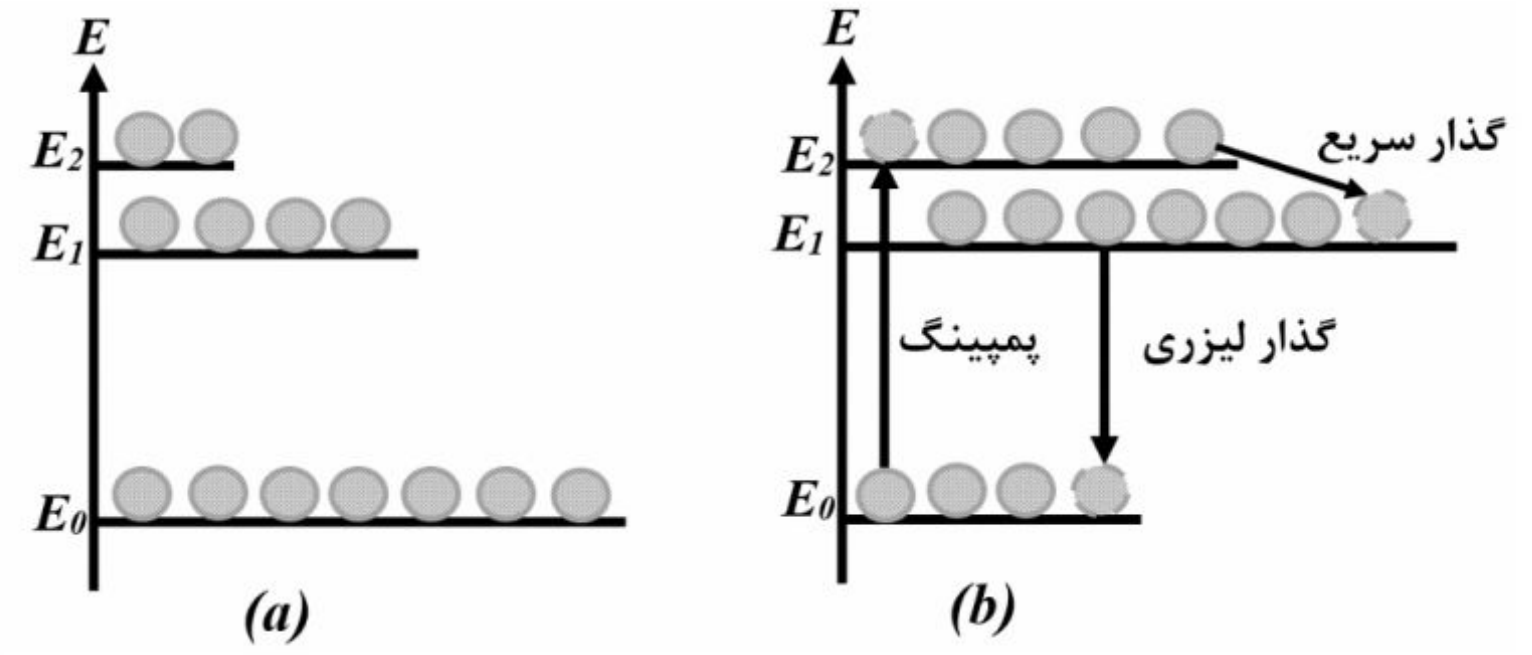
۶-۳-۱. تحقق وارون‌سازی جمعیت

به‌منظور تقویت نور در یک سیستم اتمی، همچنانکه در بخش قبل نیز اشاره شد، باید وارون‌سازی جمعیت تحقق یابد. طبق توزیع بولتزمن، که به سیستم در تعادل حرارتی اعمال می‌شود، در یک دمای ثابت، چگالی جمعیت تراز انرژی E_j، N_j، با افزایش میزان انرژی مطابق با شکل ۶-۱ افت می‌کند؛ به‌عنوان مثال اگر اختلاف مقادیر انرژی E_1 و E_2 به اندازهٔ $KT=0.026\ eV$ باشد، چگالی جمعیت تراز انرژی بالاتر $exp(-1)$ و یا 0.37 چگالی جمعیت تراز انرژی پایین‌تر است. در وارون‌سازی جمعیت باید چگالی جمعیت تراز انرژی بالاتر، بزرگ‌تر از چگالی جمعیت تراز انرژی پایین‌تر باشد. در شکل ۶-۵ جمعیت یک سیستم دو ترازه در تعادل حرارتی و پس از وارون‌سازی جمعیت نشان داده شده است؛ بنابراین با افزایش تفاوت انرژی سیستم دو ترازه، چگالی جمعیت تراز انرژی بالاتر در برابر چگالی جمعیت تراز انرژی پایین‌تر کوچک‌تر می‌شود؛ لذا برای وارون‌سازی جمعیت می‌باید انرژی زیادی برای تحریک

اتم‌ها به ترازهای انرژی بالاتر صرف شود. این فرآیند تحریک، پمپینگ نامیده می‌شود و اهمیت فن‌آوری لیزر در چگونگی انجام پمپینگ است. یکی از روش‌های پمپینگ، جذب برانگیخته است. با فرض اینکه $g_1=g_2$، بنابر رابطهٔ (۶-۱۳) $B_{21}=B_{12}$ بدان معنا که با تحریک اتم‌ها به ترازهای انرژی بالاتر، به‌دلیل اینکه احتمال جذب و گسیل برانگیخته مساوی هستند، حتی در شدت پمپینگ بزرگ نیز جمعیت دو تراز انرژی با هم برابر خواهد بود و امکان دست‌یابی به وارون‌سازی جمعیت در سیستم اتمی دو ترازه وجود ندارد؛ بنابراین باید به‌دنبال سیستم‌هایی با سه تراز و چهار تراز انرژی بود. یک سیستم سه ترازه در شکل ۶-۶ نشان داده شده است که در آن ابتدا چگالی جمعیت اتم‌ها از توزیع بولتزمن پیروی می‌کند. با اعمال تابش مناسب به سیستم، اتم‌ها از تراز پایه E_0 به تراز E_2 تحریک (پمپ) می‌شوند و ازطریق فرآیندهای غیرتابشی، اتم‌ها از تراز انرژی E_2 به تراز انرژی E_1 گذار می‌کنند و وارون‌سازی جمعیت میان ترازهای انرژی E_0 و E_1 رخ می‌دهد. درحالت مطلوب، گذار از سطح انرژی E_2 به سطح انرژی E_1 باید بسیار سریع (τ_{21} بسیار کوچک) و گذار از E_1 به E_0 بسیار کند (τ_{10} بسیار بزرگ) باشد؛ درنتیجه می‌توان گفت تراز انرژی E_2 همواره خالی از جمعیت است و درصورت کوچک بودن احتمال گسیل خودبه‌خودی، جمعیت تراز انرژی E_1 بزرگ می‌باشد. درنهایت N_1 بزرگ‌تر از N_0 خواهد بود و وارون‌سازی جمعیت محقق می‌شود. به‌منظور دست‌یابی به پمپینگ در محدودهٔ گسترده‌ای از طیف تابشی و افزایش بازده پمپینگ، تراز انرژی E_2 می‌باید شامل تعداد زیادی سطوح انرژی بسیار نزدیک به‌هم باشد.

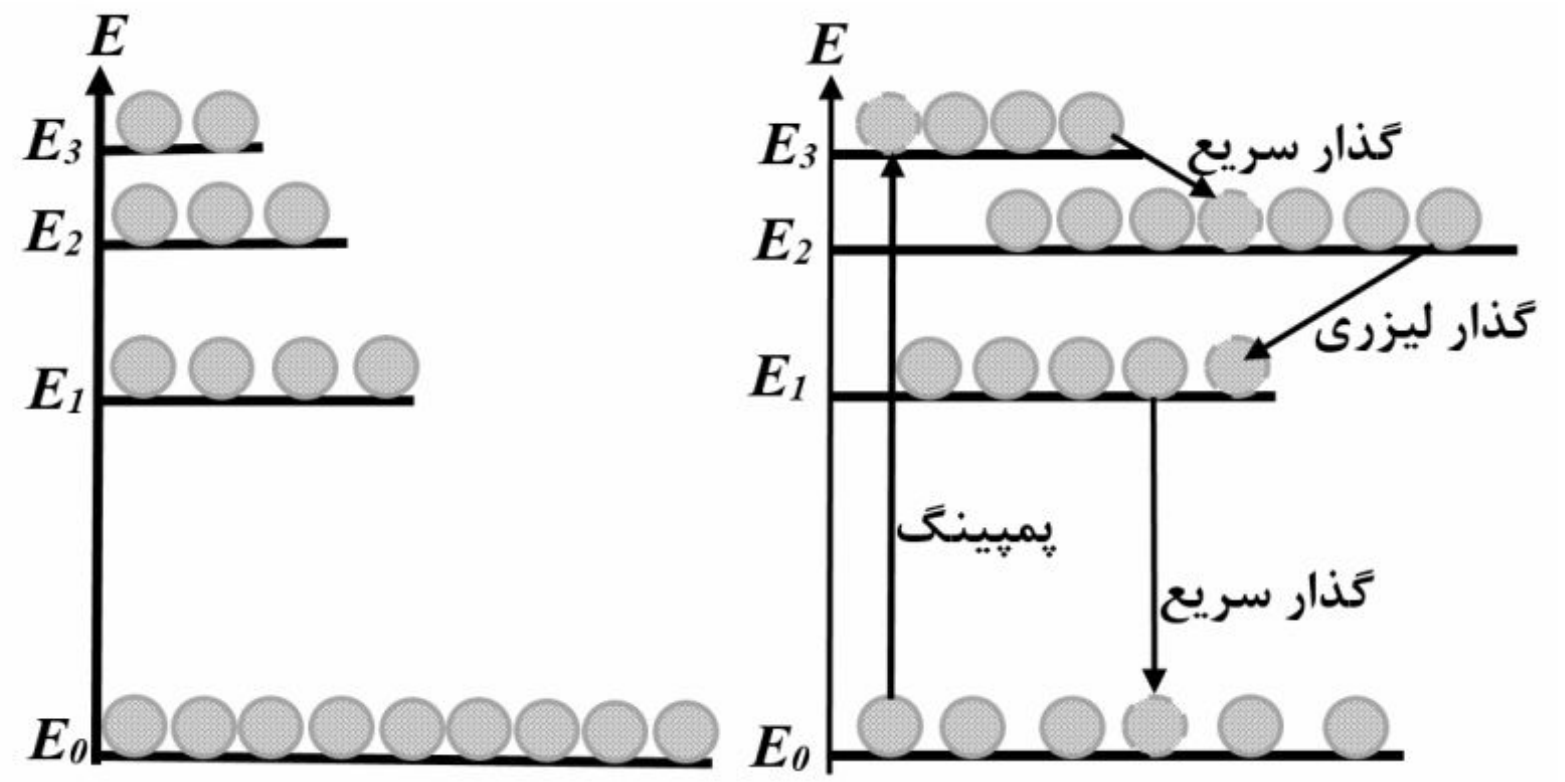


شکل ۶-۵: جمعیت یک سیستم دو ترازه: در حالت تعادل (*a*) پس از وارون‌سازی جمعیت (*b*).



شکل ۶-۶: جمعیت یک سیستم سه ترازه: در حالت تعادل (a) پس از وارون‌سازی جمعیت (b).

به‌عنوان مثال، در یک سیستم سه ترازه مانند لیزر *Ruby*، چگالی جمعیت تراز پایه به اندازهٔ چگالی جمعیت ترازهای دیگر است؛ به بیان دیگر نیمی از این تعداد اتم‌ها در تراز پایه هستند و به‌منظور وارون‌سازی جمعیت، باید این اتم‌ها به تراز انرژی بالاتر تحریک شوند و این امر نیازمند توان بالای پمپینگ است. سیستم چهار ترازهٔ نشان داده‌شده در شکل ۶-۷ نیازمند توان پمپینگ کوچک‌تری نسبت به سیستم سه ترازهٔ اتمی است. در این سیستم چهار ترازه، اگر $E_1-E_0 >> KT$ درنتیجه چگالی جمعیت ترازهای انرژی E_1، E_2 و E_3 در شرایط تعادل حرارتی بسیار کوچک است؛ بنابراین درصورتی‌که اتم‌ها از تراز پایه به تراز E_3 تحریک شوند و سپس با سرعت زیادی به تراز E_2 گذار انجام دهند، به سرعت وارون‌سازی جمعیت میان ترازهای انرژی E_1 و E_2 اتفاق می‌افتد. به‌منظور افزایش بازده پمپینگ، درست مشابه با سیستم سه ترازه، می‌باید تراز E_3 در بازه‌ای از انرژی گسترده شده باشد. هرگاه طول عمر گذارهای $E_3 \rightarrow E_2$ و $E_1 \rightarrow E_0$ بسیار کوتاه باشد، وارون‌سازی جمعیت میان ترازهای E_1 و E_2 با سطح پمپینگ متوسط نیز محقق خواهد شد. اگرچه سطوح انرژی محیط‌هایی که از آن‌ها به‌عنوان لیزر استفاده می‌شود، غالباً پیچیده هستند، اما می‌توان آن‌ها را با سیستم‌های سه و چهار ترازه تقریب زد.



شکل ۶-۷: جمعیت یک سیستم چهار ترازه: در حالت تعادل (*a*) پس از وارون‌سازی جمعیت (*b*).

۶-۳-۲. معادلات نرخ

معادلات نرخ در لیزر، بیان‌کننده میزان تغییرات چگالی جمعیت ترازهای انرژی محیط لیزری در اثر پمپینگ و فرآیندهای جذب و گسیل است در این بخش معادلات نرخ را برای یک سیستم چهارترازه که در شکل ۶-۸ نشان داده شده است، می‌نویسیم.

با فرض اینکه $E_1 >> KT$، در تعادل حرارتی جمعیت تراز E_1، قابل صرف‌نظر کردن است. برای سادگی فرض می‌کنیم $B_{21}=B_{12}$ و $g_1=g_2$، اگر R_P نرخ پمپینگ اتم‌های تراز پایه به تراز انرژی E_3 باشد، معادلات نرخ برای ترازهای لیزری عبارتند از:

$$\frac{dN_2}{dt} = R_P - N_2 A_{21} - \rho_\vartheta B_{21}(N_2 - N_1) \qquad (۶-۳۱-۱)$$

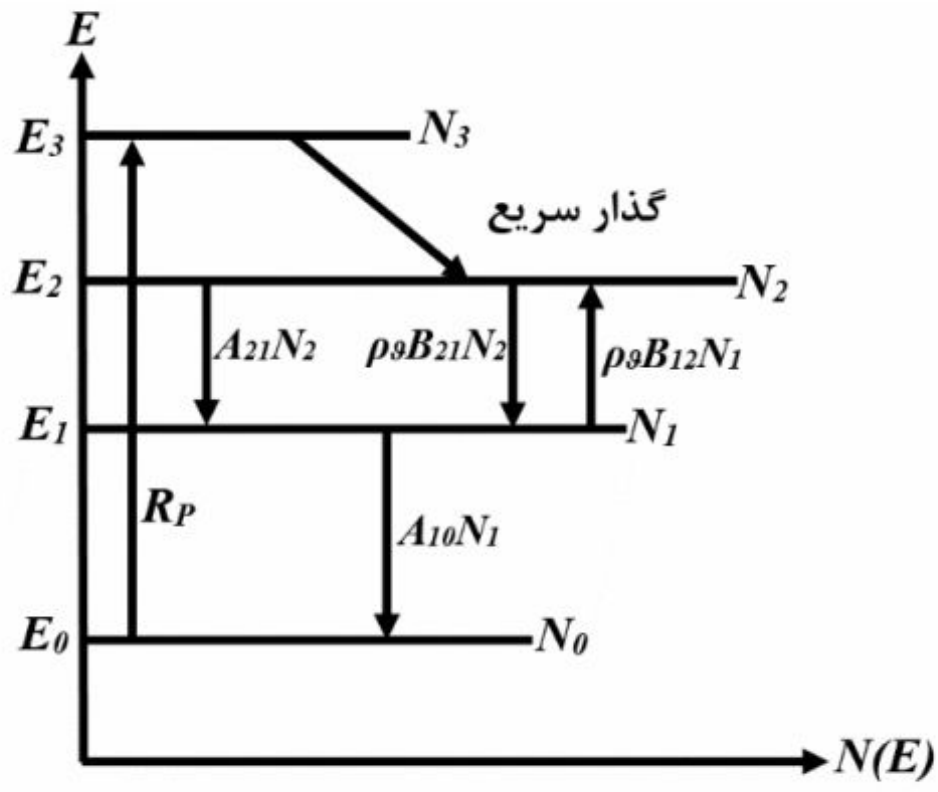
$$\frac{dN_1}{dt} = \rho_\vartheta B_{21}(N_2 - N_1) + N_2 A_{21} - N_1 A_{10} \qquad (۶-۳۱-۲)$$

با درنظرگرفتن سیستم در حالت ماندگار، $dN_1/dt=dN_2/dt=0$، داریم:

$$N_1 = R_P / A_{10} \qquad (۱-۳۲-۶)$$

$$(N_2 - N_1) = R_P \left(\frac{1 - A_{21} / A_{10}}{A_{21} + \rho_\vartheta B_{21}} \right) \qquad (۲-۳۲-۶)$$

درشرایطی‌که $A_{21} < A_{10}$، صورت کسر در رابطهٔ (۶-۳۲-۲) مثبت می‌شود و وارون‌سازی جمعیت رخ می‌دهد. به‌دلیل اینکه ضرایب A عکس طول عمرهای گسیل خودبه‌خودی هستند، شرط $A_{21} < A_{10}$ معادل است با $\tau_{10} < \tau_{21}$، و یا اینکه تراز بالاتر لیزینگ دارای طول عمر گسیل خودبه‌خودی بزرگ‌تر از تراز پایین‌تر است. در بیشتر لیزرها $\tau_{21} >> \tau_{10}$ و $(1 - A_{21} / A_{10}) \approx 1$.

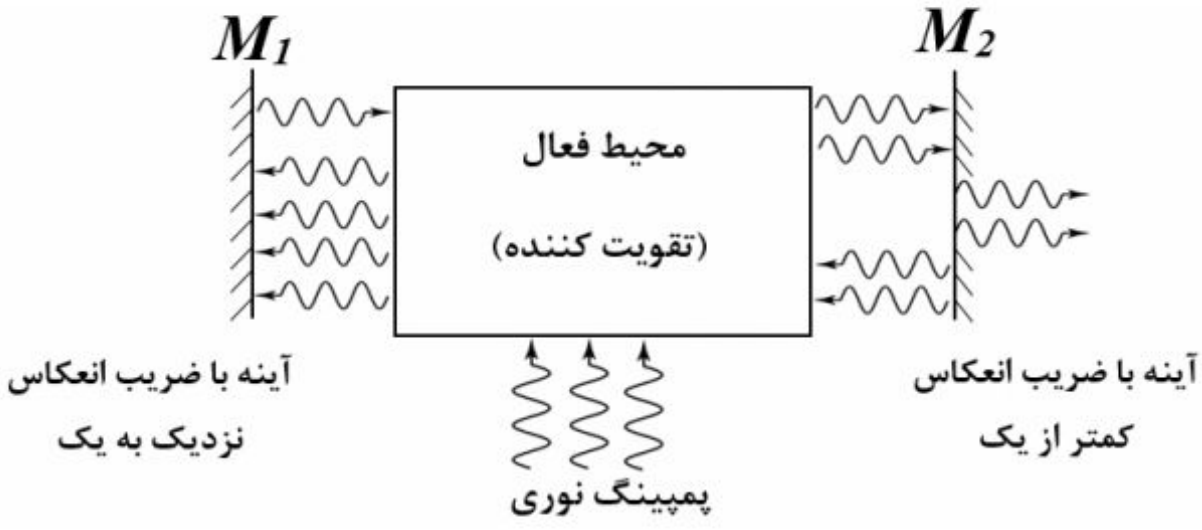


شکل ۶-۸: سیستم چهارترازه اتمی و نرخ‌های گذار مربوط به دو تراز لیزینگ برای نوشتن معادلات نرخ.

۶-۴. تقویت‌کننده‌های لیزری

۶-۴-۱. بهرهٔ آستانه[1]

اگرچه برای لیزرها انواع مختلفی وجود دارد، با این حال تمامی آن‌ها شامل ماده‌ای هستند که قابلیت تقویت‌کنندگی تابش نور را دارد. این ماده را محیط بهره یا ناحیهٔ فعال می‌نامند؛ زیرا تابش با عبور از داخل این محیط، انرژی به‌دست می‌آورد. در شکل ۶-۹ چهار مؤلفه کلیدی در لیزر نشان داده شده است. نخستین مؤلفه محیط بهره یا ناحیهٔ فعال است؛ یعنی مجموعه‌ای از اتم‌ها یا دیگر موادی هستند که سیگنال نوری با عبور از داخل این مجموعه تقویت می‌شود. ناحیهٔ فعال می‌تواند مایع، جامد و یا گاز باشد. محیط بهره توسط یک کاواک[2] با ضریب انعکاس بالا و نزدیک به یک محصور شده است (مؤلفه دوم)، که سبب می‌شود تا نور برخوردی به کاواک برگردد و بیشتر توسط محیط بهره تقویت شود. بهره بر واحد طول بیشتر محیط‌های فعال بسیار کوچک است و با عبور یکبارهٔ سیگنال از داخل این محیط، تقویت‌کنندگی کوچکی حاصل می‌شود. به‌منظور تقویت‌کنندگی بزرگ، ناحیهٔ فعال در داخل یک کاواک قرارمی‌گیرد. مؤلفه سوم پمپینگ را نشان می‌دهد، که به‌واسطهٔ آن وارون‌سازی جمعیت در محیط بهره محقق می‌شود (در شکل ۶-۹ یک لیزر با پمپینگ نوری[3] نشان داده شده است). مؤلفه چهارم نشان‌دهندهٔ استخراج نور تولیدی از داخل کاواک است. طبق شکل ۶-۹، محیط کاواک متشکل از دو آینهٔ تخت، یکی با ضریب انعکاس یک و دیگری با ضریب انعکاس کمتر از یک، امکان خروج نور از داخل کاواک را فراهم می‌سازد.

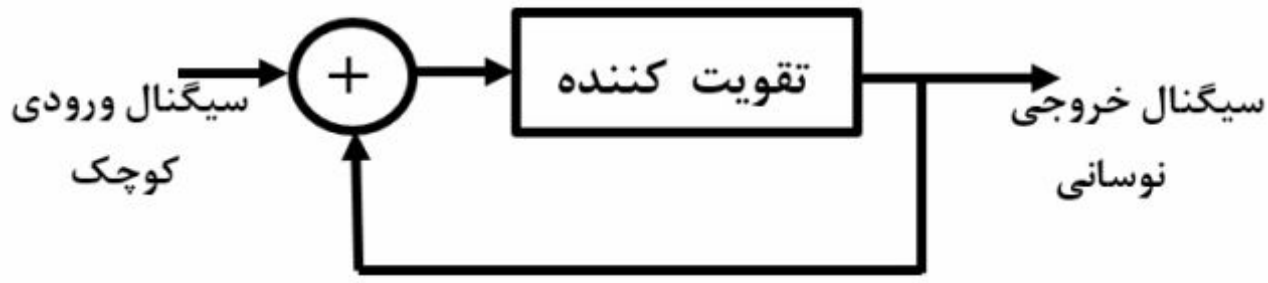


شکل ۶-۹: چهار مؤلفه اصلی یک لیزر با پمپینگ نوری.

---

[1] Threshold Gain [2] Cavity [3] Optical Pumping

رفتار لیزر برخلاف نامش بیشتر به یک نوسان‌ساز شباهت دارد تا به یک تقویت‌کننده. در یک نوسان‌ساز الکتریکی، تقویت‌کننده در فرکانس خاصی تنظیم شده است و مدار نوسان‌ساز دارای فیدبک مثبت است. هر سیگنال الکتریکی کوچک، که به‌صورت نویز به ورودی تقویت‌کننده اعمال شود، در فرکانس مشخصی تقویت شده و به خروجی منتقل می‌شود. به‌دلیل وجود فیدبک در مدار سیگنال تقویت‌شده در خروجی به ورودی تقویت‌کننده بازگردانده می‌شود، بدین ترتیب دوباره تقویت می‌شود و دامنهٔ سیگنال خروجی نمی‌تواند از ولتاژ منبع تغذیه بیشتر باشد. در شکل ۶-۱۰ یک سیستم نوسان‌ساز با فیدبک مثبت نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۰: سیستم نوسان‌ساز با فیدبک مثبت.

در لیزر نیز اتفاقی مشابه رخ می‌دهد. فیدبک در لیزر توسط آینه‌ها محقق می‌شود و نویز اولیه نیز حاصل یک گسیل خودبه‌خودی میان ترازهای انرژی لیزری است. با اعمال پمپینگ و دست‌یابی به وارون‌سازی جمعیت، سیگنال تولیدی با عبور از ناحیهٔ فعال و بازگشت از سطح آینه‌ها تقویت می‌شود و اشباع، زمانی فرا می‌رسد که بهرهٔ محیط با تلفات در یک رفت و برگشت[1] متناظر شود (در ادامه اشباع در لیزر توضیح داده شده است). اگرچه برای لیزر وارون‌سازی جمعیت شرطی لازم است، اما وارون‌سازی جمعیت کافی نیست و باید مقدار کمینهٔ بهرهٔ نوری (مقدار آستانهٔ بهره) به اندازه‌ای بزرگ باشد، که بر تلفات غلبه کند و نوسانات را نگه‌دارد. بهرهٔ به‌دست آمده در رابطهٔ (۶-۳۰) وارون‌سازی جمعیت را می‌طلبد.

تلفات در لیزر نتیجهٔ فرآیندهای مختلفی است، که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

[1] Round Trip

الف) تلفات عبور نور از آینه‌ها. همان‌گونه‌که پیشتر اشاره شد، عبور از یکی از آینه‌ها سبب استخراج نور از داخل کاواک می‌شود، آینهٔ دیگر به اندازهٔ کافی باید انعکاس‌دهنده باشد تا تلفات به کمینه برسد.

ب) جذب و پراکندگی توسط آینه‌ها

ج) جذب در محیط لیزری یا ناحیهٔ فعال. در ناحیهٔ فعال ترازهای انرژی متعددی وجود دارد که تمامی آن‌ها در لیزینگ شرکت نمی‌کنند و تلفات در ناحیهٔ فعال ناشی از گذارهای نامطلوب میان این ترازهای انرژی است.

د) پراکندگی در ناهمگنی‌های نوری[1] مربوط به مادهٔ لیزری

ه) تلفات پراش در آینه‌ها. چنانکه در شکل ۶-۹ نشان داده شده است، تابش در داخل کاواک، که متشکل از یک جفت آینهٔ تخت کاملاً هم‌راستاست، محصور شده است. در عمل وجود آینه‌های با ابعاد محدود، سبب پراش کسری از تابش از لبهٔ آینه‌ها می‌شود. می‌توان این آثار را به کمک آینه‌های کاو تا حدودی کاهش داد.

درصورتی‌که فاصلهٔ میان آینه‌ها برابر با L باشد، در یک رفت و برگشت، چگالی شار فوتونی با ضریب $R_{M1}R_{M2}exp(-2\alpha_S L)$ کاهش می‌یابد، که در آن R_{M1} و R_{M2} ضرایب بازتاب دو آینه هستند و α_S ضریب جذب ناحیهٔ فعال است. تلفات کل در یک رفت و برگشت را می‌توان با ضریب تلفات توزیع شده،γ_S، نشان داد:

$$\exp(-2\gamma_S L) = R_{M1}R_{M2}\exp(-2\alpha_s L) \qquad (۳۳-۶)$$

بنابر رابطهٔ (۶-۳۳) داریم:

$$\gamma_S = \alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2} \qquad (۳۴-۶)$$

که در آن، α_{M1} و α_{M2} به ترتیب بیانگر تلفات آینه‌های M_1 و M_2 هستند و می‌توان نوشت:

---

[1] Optical Inhomogeneous

$$\alpha_{M_1} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_{M1}} \qquad (۱-۳۵-۶)$$

$$\alpha_{M_2} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_{M2}} \qquad (۲-۳۵-۶)$$

درنتیجه شدت تابش اولیهٔ پرتو ،I_0، در رابطهٔ (۶-۲۰) در یک رفت و برگشت تغییر می‌کند:

$$I(x) = I_0 \exp[\, 2(k_g - \gamma_S) L] \qquad (۳۶-۶)$$

و نسبت تابش نهایی بر تابش اولیه ،G، برابراست با:

$$G = \exp[\, 2(k_g - \gamma_S) L] \qquad (۳۷-۶)$$

درصورتی‌که $G>1$ تقویت‌کنندگی داریم و دامنهٔ سیگنال با عبور از محیط رشد می‌کند و اگر $G<1$ تقویت‌کنندگی انجام نمی‌شود و دامنهٔ سیگنال با عبور از تقویت‌کننده، کوچک‌تر می‌شود تا به صفر برسد؛ بنابراین برای شرایط آستانه داریم:

$$G = \exp[\, 2(k_{g-th} - \gamma_S) L] = 1 \qquad (۳۸-۶)$$

که در آن $k_{g\text{-}th}$ بهرهٔ آستانهٔ تقویت‌کننده است. بهرهٔ آستانه، بیانگر میزان بهره در شرایط ماندگار نیز هست. این برابری، نتیجهٔ پدیده‌ای به نام اشباع بهره[1] است. در ابتدای شروع عملکرد لیزری، بهره بالاتر از بهرهٔ آستانه قراردارد. گسیل برانگیخته سبب کاهش جمعیت تراز بالاتر انرژی لیزینگ خواهد شد و لذا وارون‌سازی جمعیت را تحت‌الشعاع قرارمی‌دهد، که این امر به کاهش وارون‌سازی جمعیت و به تبع آن کاهش بهره منجرمی‌شود؛ درنتیجه بهرهٔ خالص در یک رفت و برگشت ممکن است تغییر کند و کوچک‌تر و یا بزرگ‌تر از یک شود و چگالی انرژی در داخل کاواک افزایش و یا کاهش یابد. تنها زمانی‌که G در یک بازهٔ زمانی برابر با واحد باشد، انرژی کاواک به یک مقدار ماندگار و بهره با تلفات محیط به توازن می‌رسد.

---

[1] Gain Saturation

درنتیجه با توجه به روابط (۶-۳۴) و (۶-۳۵) می‌توان مقدار بهرهٔ آستانه را بیان کرد:

$$k_{g-th} = \alpha_s + \frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_{M1}R_{M2}}\right) \qquad (۳۹-۶)$$

عبارت نخست نشان‌دهندهٔ تلفات محیط و عبارت دوم نشان‌دهندهٔ تلفات آینه‌هاست. در محیط‌های با بهرهٔ بالا و با تلفات آینه‌ها، قرارگرفتن دقیق آینه‌ها مقابل هم و تمیزی سطح آینه‌ها اهمیت چندانی ندارد، اما چنانچه بهرهٔ محیط کوچک باشد، باید با تمیزکردن سطح آینه‌ها و هم راستایی دقیق آن‌ها، بهرهٔ کوچک را جبران کرد.

بازده را به‌صورت نسبت توان نوری خروجی به توان ورودی پمپینگ تعریف می‌کنیم. بازده به طور مؤثر وابسته به آن است که چگونه توان پمپینگ به وارون‌سازی جمعیت منجر شود و تلفات و احتمال گذارهای مختلف به چه اندازه باشد. در یک سیستم چهار ترازه، بازده نمی‌تواند از مقدار به‌دست‌آمده در رابطهٔ (۶-۴۰) بیشتر باشد؛ زیرا در تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی نورانی (پمپینگ)، همواره تلفات وجود دارد و تمام اتم‌هایی که به تراز E_3 گذار می‌کنند، لزوماً به تراز E_2 باز نمی‌گردند.

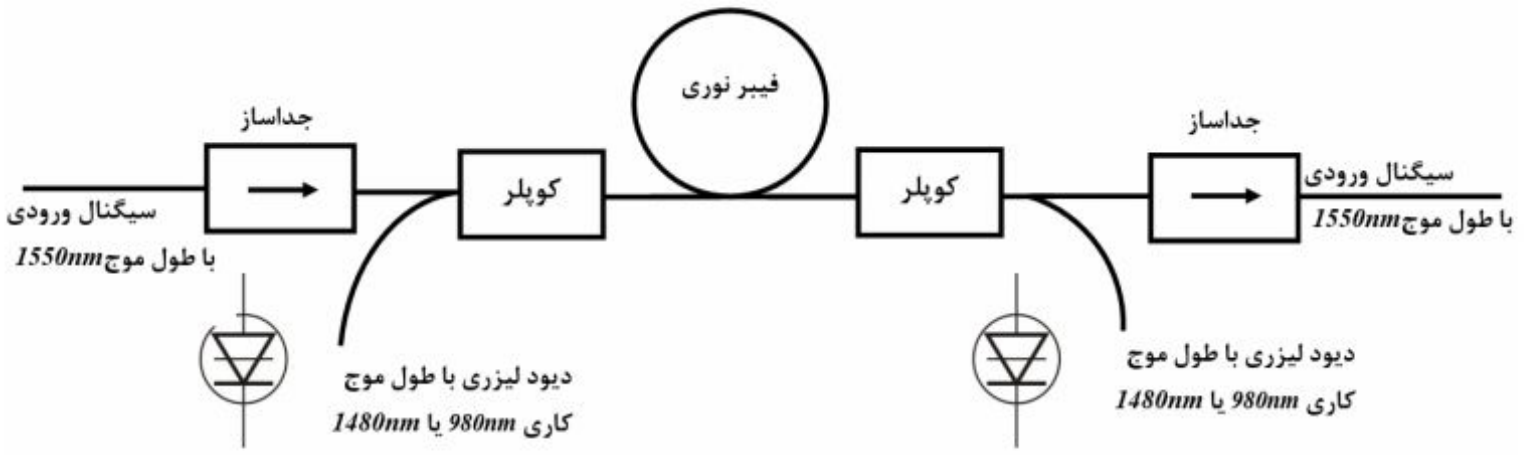
$$\eta_{Laser} = \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_0} = \frac{\vartheta_{21}}{\vartheta_{30}} \qquad (۴۰-۶)$$

با توجه به اینکه ورود تقویت‌کننده‌های نوری به حوزهٔ مخابرات نوری امکان افزایش ظرفیت انتقال داده تا محدوده چند ده ترابایت بر ثانیه در این سیستمها را فراهم می‌کند، بنابراین در ادامه ساختار داخلی و نحوه عملکرد دو نمونه تقویت‌کننده فیبر نوری معرفی شده است. در این بخش به نحوه عملکرد تقویت‌کننده‌های فیبر نوری اربیومی و رامان در سیستم‌های مخابرات نوری می‌پردازیم.

۶-۴-۲. تقویت‌کننده‌های فیبر نوری

۶-۴-۲-۱. تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری اربیومی

تقویت‌کننده‌های فیبر نوری اربیومی، تقویت‌کنندگی قابل ملاحظه‌ای در باند طول موجی C دارند؛ علاوه‌براین می‌توان این دسته از تقویت‌کننده‌ها را به‌منظور عملکرد در باند طول موجی L نیز طراحی کرد. در شکل ۶-۱۱ آرایش تقویت‌کننده در سیستم مخابرات نوری نشان داده شده است.



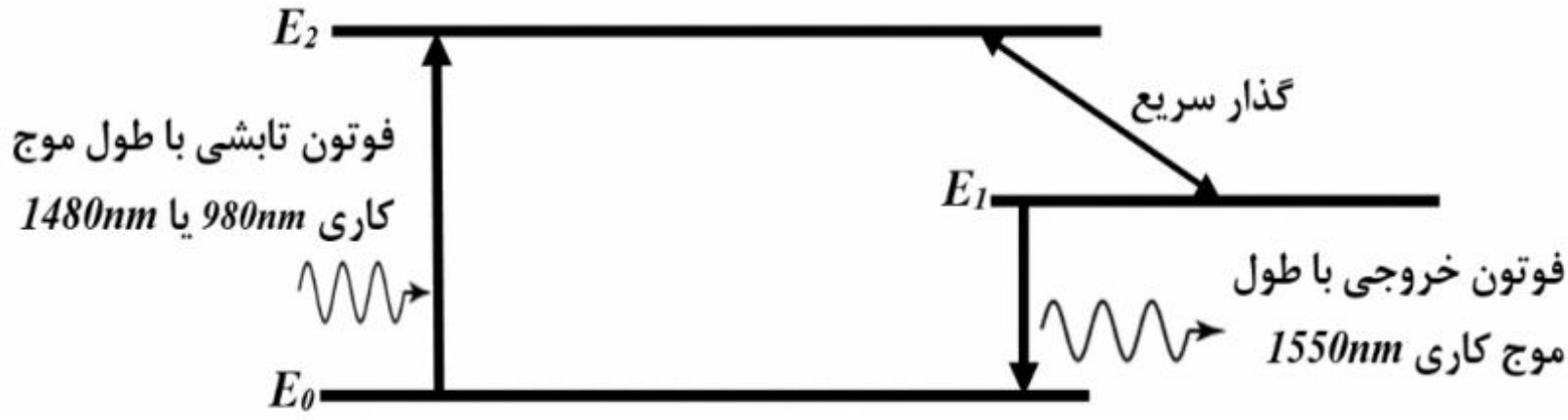
شکل ۶-۱۱: آرایش تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری اربیومی در سیستم‌های مخابرات نوری.

سیگنال نوری ورودی به تقویت‌کننده، چنانکه در شکل واضح است، با طول موج $1550\ nm$ تقویت می‌شود. دراین آرایش از یک جداساز[1] در مسیر ورودی سیگنال استفاده شده است. هدف از به‌کارگیری جداساز آن است که با برخورد سیگنال نوری ورودی به اتصالات و انعکاس آن از اتصالات، سیگنال بازگشتی بر سیگنال ورودی اثر مخرب نداشته باشد؛ ازاین‌رو جداساز سیگنال بازگشتی را حذف می‌کند. دیود لیزری با طول موج کاری 980 یا $1480\ nm$ به‌منظور تقویت موج ورودی ازطریق یک کوپلر وارد تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری اربیومی می‌شود. تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری از جنس سیلیکاست که با اتم‌های اربیومی ناخالص شده است. معمولاً طول فیبر نوری اربیومی در حد چند ده متر و طول بهینهٔ این نوع فیبر به توان دیود لیزری، با طول موج کاری 980 یا $1480\ nm$، وابسته است. به‌دلیل اینکه توان نوری لیزر در طی

[1] Isolator

مسیر فیبر کاهش می‌یابد؛ لذا در انتهای فیبر نوری اربیومی، یک دیود لیزری دیگر نیز به‌کار گرفته شده است.

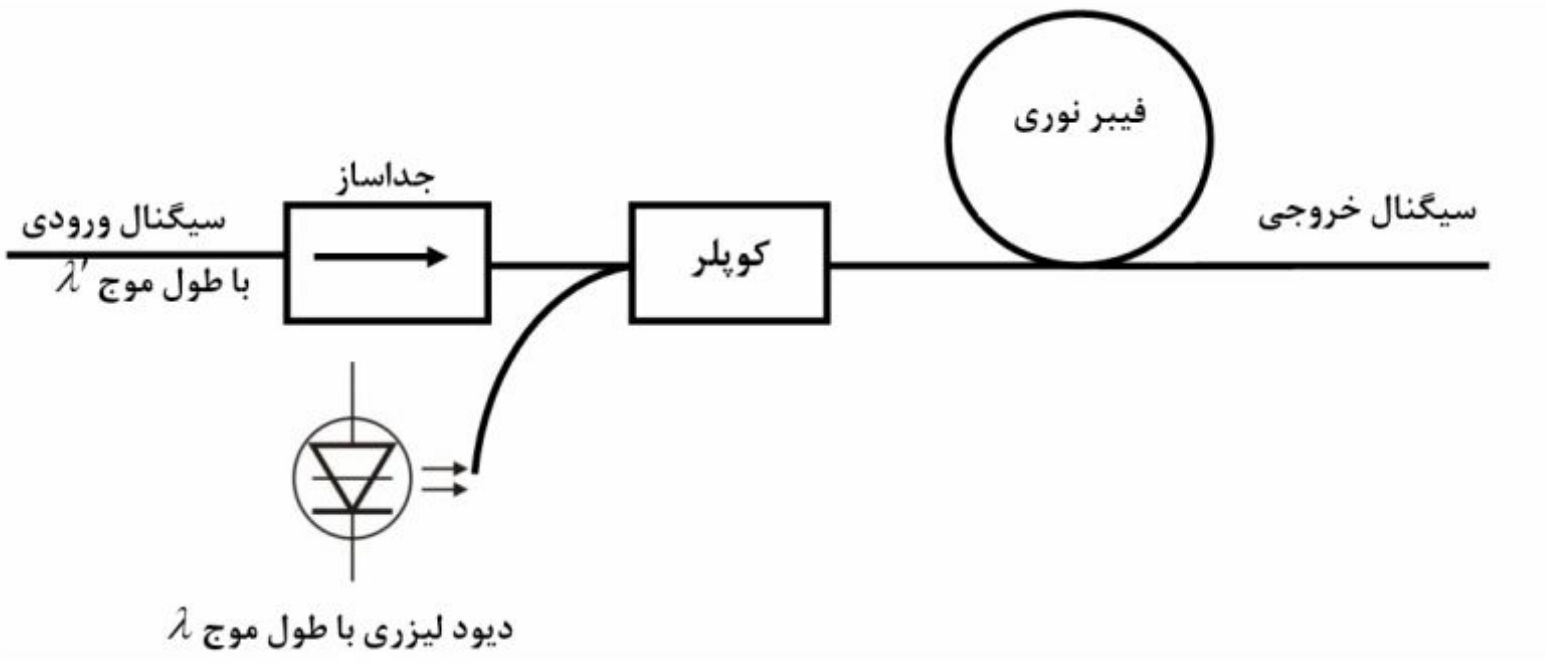
ترازهای انرژی و گذارهای مجاز در فیبر نوری اربیومی، به‌منظور تقویت سیگنال نوری ورودی در شکل ۶-۱۲ نشان داده شده‌اند. تابش فوتون‌های با طول موج کاری *980* یا *1480 nm* سبب انتقال یون‌های اربیومی از تراز پایهٔ E_0 به تراز برانگیختهٔ E_2 می‌شود. با گذار یون‌ها از تراز پایه به تراز برانگیخته و در اثر گذار سریع آن‌ها از تراز E_2 به تراز E_1، یون‌های برانگیخته به تراز E_1 می‌رسند که سبب وارونگی جمعیت میان ترازهای E_0 و E_1 می‌شود. در اثر وارونگی جمعیت و گذار یون‌ها از تراز E_1 به تراز E_0، فوتون‌های با طول موج *1550 nm* گسیل می‌شوند و سیگنال ورودی تقویت می‌شود.



شکل ۶-۱۲: ترازهای انرژی و گذارهای مجاز در فیبر نوری اربیومی.

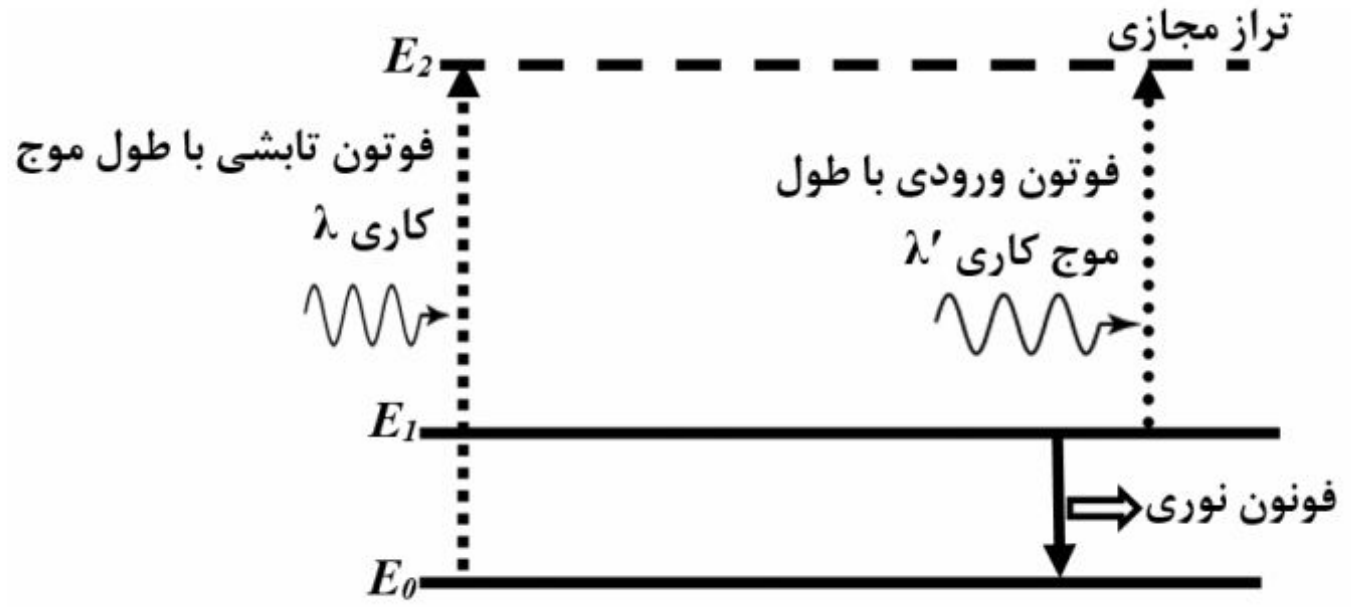
۶-۴-۲-۲. تقویت‌کنندهٔ رامان

تقویت‌کننده‌های رامان برخلاف تقویت‌کننده‌های فیبر نوری اربیومی، توانایی تقویت سیگنال نوری را در باند وسیع از *0.8* تا *1.6* μm دارند. در شکل، آرایش تقویت‌کنندهٔ رامان در سیستم مخابرات نوری نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۳: آرایش تقویت‌کنندهٔ رامان در سیستم مخابرات نوری.

در تقویت‌کنندهٔ رامان، که براساس پراکندگی رامان عمل می‌کند، دو سیگنال نوری در عمل تقویت‌کنندگی شرکت می‌کنند: یکی سیگنال ناشی از دیود لیزری و دیگری سیگنال نوری‌ای که باید تقویت شود. ترازهای انرژی و گذارهای مجاز در تقویت‌کننده، به‌منظور تقویت سیگنال نوری ورودی در شکل ۶-۱۴ نشان داده شده‌اند. مطابق شکل، تابش فوتون با طول موج λ سبب برانگیختگی مولکول به تراز مجازی E_2 می‌شود؛ از طرفی فوتون سیگنال ورودی با طول موج λ' سبب می‌شود تا مولکول‌های برانگیخته از تراز E_2 به تراز E_1 گذار کنند و فوتون‌های هم‌طول موج و هم‌فاز با فوتون سیگنال ورودی به همراه یک فونون نوری با فرکانس $\vartheta=(E_1-E_0)/h$ گسیل شوند. در فیبر نوری از جنس سیلیکا، فرکانس فونون نوری گسیلی در حدود $13.2\ THz$ است.

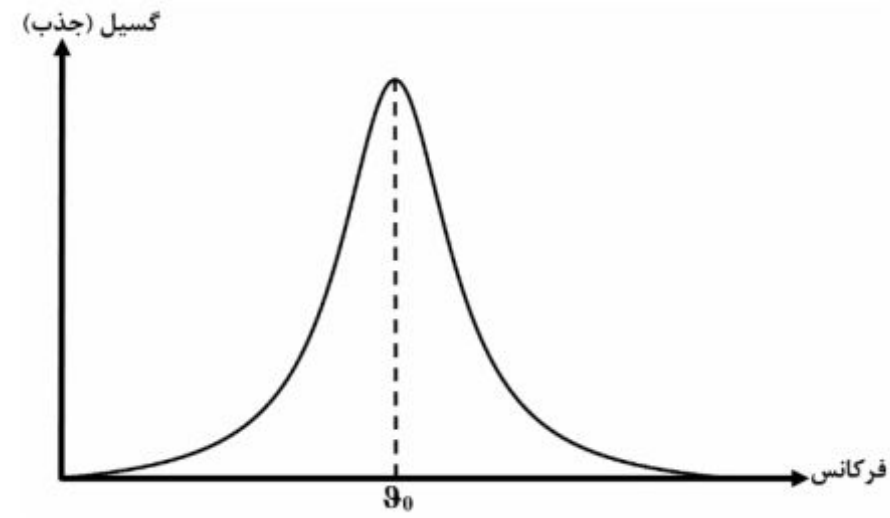


شکل ۶-۱۴: ترازهای انرژی و گذارهای مجاز در تقویت‌کنندهٔ رامان.

در تقویت‌کنندهٔ رامان به‌دلیل اینکه مولکول‌ها، فوتون‌های سیگنال نوری را جذب نمی‌کنند؛ لذا نیازی به وارون‌سازی جمعیت نیست؛ افزون‌براین با انتخاب مناسب از طول موج سیگنال دیود لیزری و با توجه به انرژی فونون نوری فیبر سیلیکایی، امکان تقویت در هر طول موج دلخواهی وجود دارد؛ به همین دلیل است که تقویت‌کنندهٔ رامان برای تقویت‌کنندگی در باندهای S، C و L مطلوب است.

۶-۴-۳. پهن‌شدگی طیفی

گذار اتمی از یک تراز به تراز انرژی دیگر متناظر با جذب و یا گسیل فوتونی با فرکانس رابطهٔ (۵-۳۷) است. مشخصهٔ طیفی این گذار درعمل کاملاً تیز نیست و منحنی‌های جذب و گسیل برحسب فرکانس بیانگر آن هستند، که گذار در یک محدودهٔ فرکانسی با فرکانس مرکزی برابر با فرکانس تشدید رابطهٔ (۵-۳۷) انجام می‌پذیرد (شکل ۶-۱۵) و توابع جذب و گسیل با یک تابع شکل پالس[1] $g(\vartheta)$، توصیف‌پذیر است [۱۶]. $g(\vartheta)d\vartheta$ بیانگر احتمال آن است که گذار بین دو تراز انرژی، به جذب یا تولید فوتونی با فرکانسی ϑ تا $\vartheta+d\vartheta$ منجرشود. $g(\vartheta)$ نرمالیزه‌شده است به‌گونه‌ای‌که $\int_{-\infty}^{+\infty} g(\vartheta)\,d\vartheta = 1$. درنتیجه لزوماً هر فوتون با انرژی $h\vartheta$ فوتون دیگری با انرژی $h\vartheta$ را برانگیخته نمی‌کند؛ به بیان دیگر $g(\vartheta)d\vartheta$ بیانگر احتمال آن است که فوتون برانگیخته، دارای انرژی $h\vartheta$ تا $h(\vartheta+d\vartheta)$ باشد. شکل تابع $g(\vartheta)$ بسته به مکانیزم‌های به‌وجودآورندهٔ آن متفاوت است و در ادامه به تعدادی از این مکانیزم‌ها اشاره شده است.



شکل ۶-۱۵: طیف گسیل یا جذب فوتون برحسب فرکانس ϑ مربوط به دو تراز انرژی.

[1] Lineshape Function

۶-۴-۳-۱. پهن‌شدگی طول عمر[1]

طول عمر هر تراز انرژی در یک سیستم اتمی متأثر از تمامی گذارهای تابشی و غیرتابشی از تراز انرژی مورد نظر به ترازهای پایین‌تر است. در شکل ۶-۱۶ یک سیستم اتمی با ترازهای انرژی متفاوت به همراه گذارهای تابشی و غیرتابشی از دو تراز انرژی مشخص به ترازهای انرژی پایین‌تر نشان داده شده است. طول عمر مربوط به تراز انرژی E_i برابراست با:

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{\tau_i^{rad}} + \frac{1}{\tau_i^{nonrad}} \qquad (۴۱-۶)$$

که در آن τ_i^{rad} و τ_i^{nonrad} به ترتیب سهم گذارهای تابشی و غیرتابشی از تراز انرژی E_i به ترازهای انرژی پایین‌تر است. بنا بر اصل عدم قطعیت، طول عمر یک تراز انرژی E_i به اندازهٔ τ_i، متناظر با عدم قطعیت در انرژی تراز مربوطه است و می‌توان نوشت:

$$\varnothing E_i = \frac{\hbar}{\tau_i} \qquad (۴۲-۶)$$

در یک سیستم اتمی با ترازهای انرژی لیزینگ E_1 و E_2، برای پهن‌شدگی ترازهای انرژی داریم:

$$\varnothing E_1 = \frac{\hbar}{\tau_1} \qquad (۱-۴۳-۶)$$

$$\varnothing E_2 = \frac{\hbar}{\tau_2} \qquad (۲-۴۳-۶)$$

در مجموعه روابط (۶-۴۳) τ_1 و τ_2 به ترتیب طول عمر ترازهای انرژی E_1 و E_2 است؛ بنابراین برای پهن‌شدگی در اختلاف انرژی میان دو تراز می‌توان نوشت:

---

[1] Lifetime Broadening

$$\varnothing E = \varnothing E_1 + \varnothing E_2 = \hbar(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}) \qquad (۴۴-۶)$$

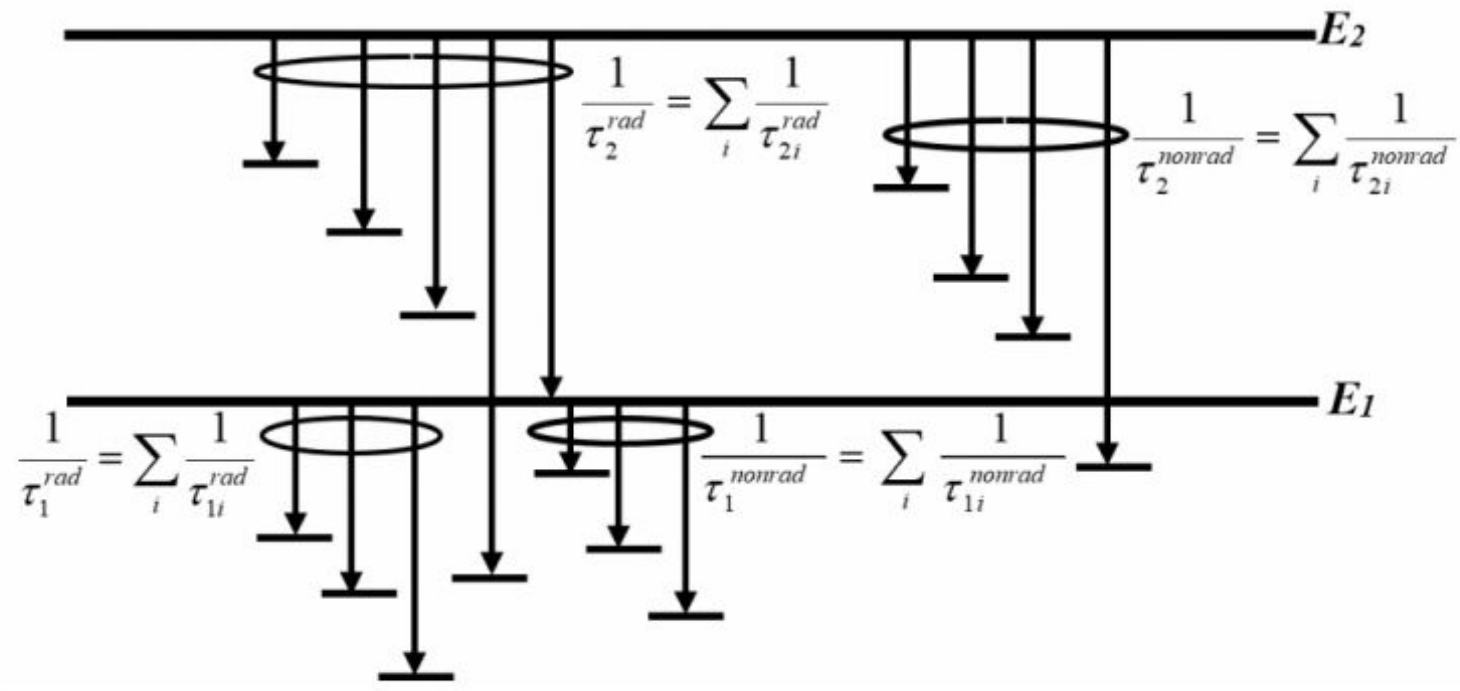
درنتیجه پهن‌شدگی فرکانس گذار مربوطه برابراست با:

$$\varnothing \vartheta = \frac{1}{2\neq}(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}) \qquad (۴۵-۶)$$

این پهن‌شدگی حول فرکانس تشدید $\vartheta_{21}=(E_2-E_1)/h$، قرار دارد و تابع $g(\vartheta)$ دارای یک شکل لورنتسی[1] است [۱۷]:

$$g(\vartheta) = \frac{\varnothing\vartheta / 2\neq}{(\vartheta - \vartheta_{21})^2 + (\varnothing\vartheta / 2)^2} \qquad (۴۶-۶)$$

در رابطهٔ (۶-۴۶)، $\Delta\vartheta$ عرض طیف و یا همان فاصلهٔ فرکانسی دو نقطه، روی منحنی $g(\vartheta)$-ϑ است، که تابع $g(\vartheta)$ در آن نقاط به نصف مقدار بیشینهٔ خود در $\vartheta=\vartheta_{21}$ می‌رسد.



شکل ۶-۱۶: سیستم اتمی با ترازهای انرژی متفاوت به همراه گذارهای تابشی و غیرتابشی از دو تراز انرژی مشخص به ترازهای انرژی پایین‌تر.

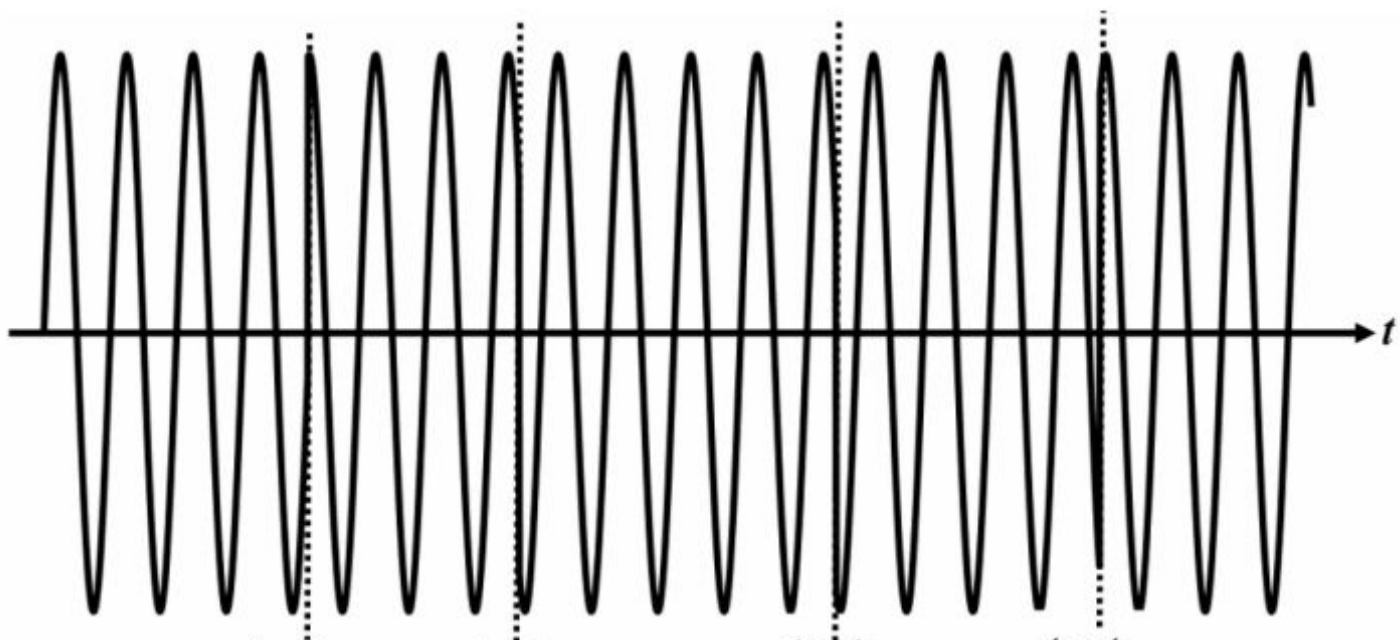
[1] Lorentzian

۶-۴-۳-۲. پهن‌شدگی ناشی از برخورد[1]

صورتی از برخورد که در آن انرژی ذره تغییر می‌کند، برخورد غیرکشسان[2] نامیده می‌شود. این نوع از برخورد به گذارهای اتمی در ترازهای مجاز و به تبع آن تغییر در طول عمر ترازهای لیزینگ و درنهایت آثاری که در قسمت قبل به آن اشاره شد، منجرمی‌شود. در برخورد کشسان[3]، در انرژی ذرات برخوردی تغییری صورت نمی‌گیرد و تنها فاز تابع موج مربوط به سطح انرژی و به تبع آن فاز فوتون تولیدی دستخوش تغییر می‌گردد. تغییرات در فاز تابع سینوسی ناشی از برخورد کشسان در هر بازه زمانی برخورد، متوسط زمان میان برخورد دو ذره (τ_{col})، در شکل ۶-۱۷ نشان داده شده است. تغییرات ناگهانی در فاز فوتون‌های تولیدی ناشی از برخورد کشسان در حوزهٔ زمان به پهن‌شدگی در حوزه فرکانس منجرمی‌شود. با لحاظ کردن برخورد کشسان عرض تابع لورنتسی در رابطهٔ (۶-۴۵) اصلاح می‌شود [۱۷]:

$$\varnothing\vartheta = \frac{1}{2\neq}\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + 2\, f_{col}\right) \qquad (۴۷-۶)$$

در رابطهٔ داده‌شده، f_{col} بیانگر نرخ برخورد (تعداد برخوردها در واحد زمان)، $f_{col}=1/\tau_{col}$، است.



شکل ۶-۱۷: تغییرات ناگهانی در فاز فوتون‌های تولیدی ناشی از برخورد کشسان در حوزه زمان، که به پهن‌شدگی در حوزهٔ فرکانس منجرمی‌شود. چهار برخورد در زمان‌های مشخص آمده است.

---

[1] Collision Broadening [2] Inelastic Collision [3] Elastic Collision

۶-۴-۳-۳. پهن‌شدگی همگن و ناهمگن[1]

دو مکانیزم پهن‌شدگی معرفی‌شده در قسمت قبل، نمونه‌هایی از پهن‌شدگی همگن هستند، که در آن تمامی اتم‌های ساختار به‌طور مساوی تحت تأثیر مکانیزم‌های پهن‌شدگی قرارمی‌گیرند و گسیل و جذب هر اتم از مجموعه، بیانگر پاسخ تمام اتم‌های مجموعه است که تشخیص‌ناپذیر هستند. درواقع ترازهای انرژی E_1 و E_2 در هر اتم به‌صورت مساوی تحت تأثیر پهن‌شدگی قرارمی‌گیرند. پهن‌شدگی ناشی از این مکانیزم‌ها، پهن‌شدگی همگن نامیده می‌شود.

پهن‌شدگی ناشی از فشار در یک گاز نیز نمونه‌ای از مکانیزم پهن‌شدگی همگن است. به‌دلیل اینکه در یک سیستم اتمی با چگالی بالا، با توجه به تعداد برخوردهای زیاد، مکانیزم پهن‌شدگی ناشی از برخورد مکانیزم غالب است. دمای بالای یک گاز نیز سبب افزایش برخوردهای اتمی گاز و پهن‌شدگی طیف گسیلی از آن خواهد شد.

در پهن‌شدگی ناهمگن، مکانیزم های فیزیکی موجود، تمامی اتم‌های را به‌صورت مساوی تحت تأثیر قرارنمی‌دهد و این موضوع سبب می‌شود تا جابه‌جایی ترازهای انرژی E_1 و E_2 از یک اتم به اتم دیگر در مجموعه اتم‌ها متفاوت باشد و هر اتم دارای یک تابع شکل پالس متفاوت با فرکانس مرکزی متمایز است. یک دلیل برای متفاوت بودن جابه‌جایی ترازهای انرژی لیزینگ برای اتم‌های مختلف، وجود ایزوتوپ‌های مختلف از اتم‌های با جنس یکسان است. تحت این شرایط یک تابع شکل پالس متوسط داریم:

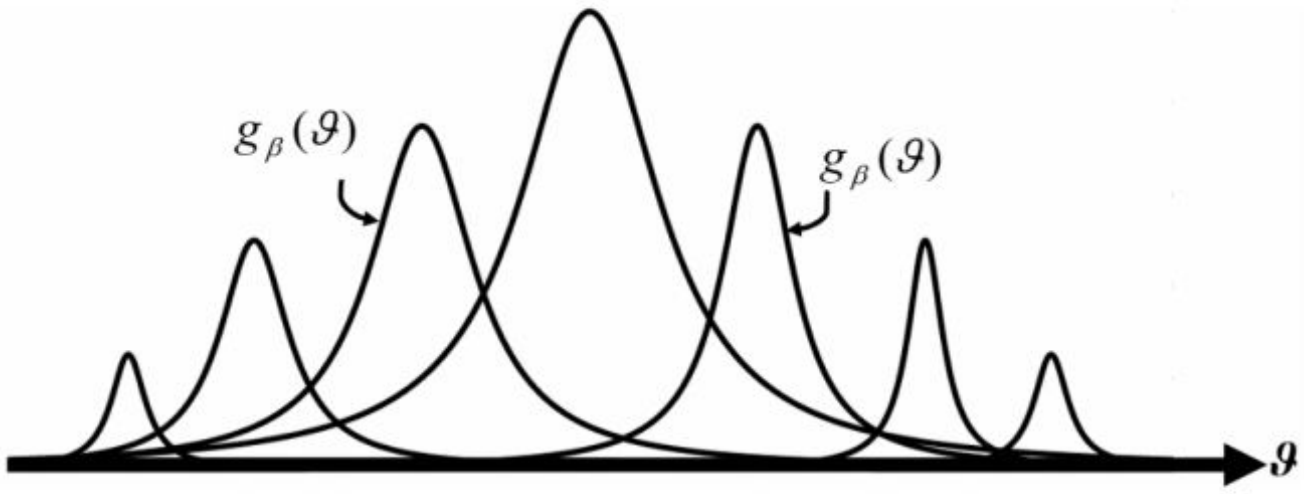
$$\overline{g}(\vartheta) =< g_{\beta}(\vartheta) > \qquad (۴۸-۶)$$

که در آن $\langle . \rangle$، نشان‌دهندهٔ متوسط مقدار است و اندیس β، مربوط به آن دسته از اتم‌هایی است که دارای تابع شکل پالس، برابر با $g_{\beta}(\vartheta)$ هستند (شکل ۶-۱۸).

یک مثال از پهن‌شدگی ناهمگن مربوط به اتم‌های ناخالصی یا نقص‌هایی‌ست، که به‌صورت تصادفی در یک شبکهٔ کریستالی توزیع شده‌اند.

---

[1] Homogeneous and Inhomogeneous Broadening



شکل ۶-۱۸: پهن‌شدگی ناهمگن گروهی از اتم‌ها.

یک نمونهٔ دیگر از مکانیزم‌های فیزیکی مربوط به پهن‌شدگی ناهمگن، پهن‌شدگی دوپلر[1] است. اثر دوپلر به‌دلیل حرکت نسبی منبع و ناظر است. هرگاه ناظر و منبع به سمت هم حرکت کنند، فرکانس منبع از دید ناظر بزرگ‌تر از فرکانس واقعی منبع است و اگر ناظر و منبع از هم دور شوند، ناظر فرکانس منبع را کمتر از فرکانس واقعی آن اندازه‌گیری می‌کند. این اثر قابل اعمال به مجموعهٔ اتمی، که فرکانس ϑ_{21} را گسیل می‌کنند، نیز هست و فرکانس نور گسیلی از دید ناظر برابراست با:

$$\vartheta'_{21} = \vartheta_{21}\left(1 \pm \frac{v_z}{c}\right) \qquad (۶-۴۹)$$

که در آن v_z مؤلفهٔ سرعت اتم در راستای دید ناظر است و فرض می‌شود $v_z << c$. به‌دلیل اینکه در یک گاز، طبق شکل ۶-۱۹، اتم‌های ساختار در جهات مختلف و با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند؛ لذا ناظر یک طیف فرکانسی از تابش گسیلی را بسته به جهت و اندازه سرعت ذرات مشاهده می‌کند. علامت مثبت در رابطهٔ (۶-۴۹) مربوط به شرایطی است که اتم و ناظر به‌هم نزدیک می‌شوند و بنابر رابطهٔ (۶-۴۹) فرکانس نور گسیل‌شده از دید ناظر، بزرگ‌تر از فرکانس نور گسیل‌شده از خود اتم است. در شکل ۶-۱۹ اتم *1* به سمت ناظر حرکت می‌کند و فرکانس فوتون تولیدی از دید ناظر، بزرگ‌تر از فرکانس گسیلی از اتم ϑ_{21}، است. علامت منفی بیانگر شرایطی است که ناظر و منبع در یک جهت حرکت می‌کنند.

---

[1] Doppler Broadening

طبق شکل ۶-۱۹، اتم *2* در جهت ناظر حرکت می‌کند و فرکانس فوتون گسیل‌شده از دید ناظر، کوچک‌تر از فرکانس فوتون گسیلی از خود اتم است. سرعت اتم‌های *3* و *4* دارای مؤلفه در راستای سرعت ناظر نیستند و ناظر، فرکانس نور گسیلی از اتم‌ها را همان فرکانس واقعی اندازه می‌گیرد.

اثر پهن‌شدگی ناهمگن برای یک گاز با یک تابع توزیع گوسین توصیف‌پذیر است [۱۵]:

$$g(\vartheta) = \frac{2(\ln 2)^{1/2}}{\pi^{1/2}\Delta\vartheta} e^{-[4(\ln 2)(\vartheta-\vartheta_{21})^2/\Delta\vartheta^2]} \qquad (۵۰-۶)$$

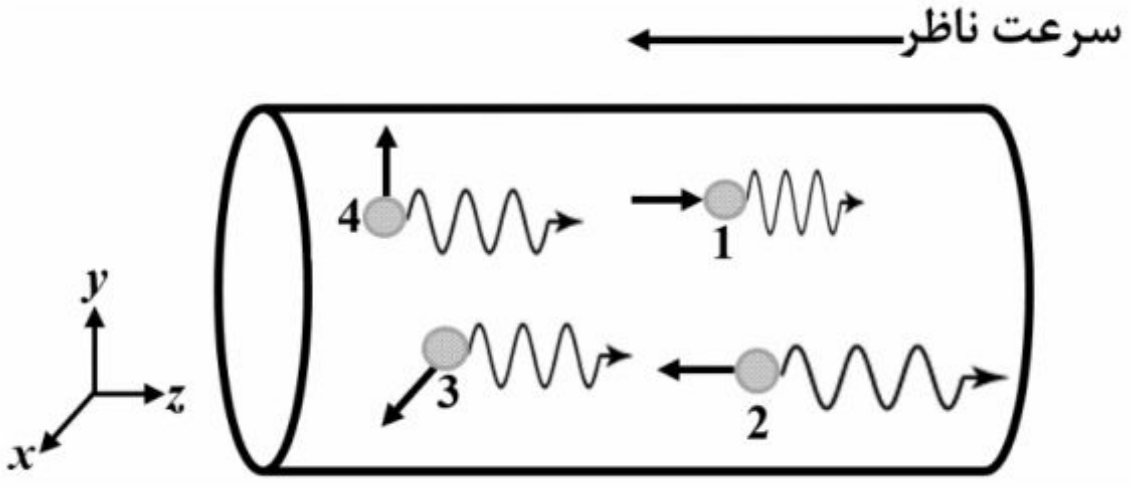
که در آن:

$$\Delta\vartheta = 2\vartheta_{21}\sqrt{\frac{2KT}{M_{Gas}c^2}\ln 2} \qquad (۵۱-۶)$$

در رابطهٔ (۶-۵۱) M_{Gas} جرم اتمی گاز است.

در عمل روابط (۶-۴۶) و (۶-۵۰) در $\vartheta=\vartheta_{21}$ تقریب زده می‌شوند:

$$g(\vartheta_{21}) \approx \frac{1}{\Delta\vartheta} \qquad (۵۲-۶)$$



شکل ۶-۱۹: اتم‌های ساختار در جهات مختلف و با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند و ناظر، یک طیف فرکانسی از تابش گسیلی را بسته به جهت و اندازهٔ سرعت ذرات مشاهده می‌کند.

در جدول ۶-۱ مشخصهٔ چند نمونه لیزر آمده است، طول موج لیزینگ، پهن‌شدگی مشخصهٔ گسیل ،$\Delta\vartheta$ ضریب شکست ناحیهٔ فعال ،n و طول عمر گسیل خودبه‌خودی ،τ_{sp} سیاهه شده است.

جدول ۶-۱- مشخصهٔ چند نمونه لیزر [۱۵].

ناحیه فعال	طول موج (λm)	$\Delta\vartheta$	N	τ_{sp}
HeNe	*0.6328*	*1.5 GHz*	*1*	*300 ns*
CO_2	*10.6*	*60 MHz*	*1*	*4 s*
Copper Vapor	*0.5105*	*2.3 GHz*	*1*	*500 ns*
Ruby	*0.6943*	*330 GHz*	*1.76*	*3 ms*
Ar ion	*0.488*	*2.7 GHz*	*1*	*13 ns*

۶-۴-۴. آستانهٔ پمپینگ و وارون‌سازی جمعیت

به‌دلیل مکانیزم‌های پهن‌شدگی متفاوت، آن‌گونه‌که در بخش پیشین گفتیم، نمی‌توان انتظار داشت که گسیل یک سیستم اتمی، تک‌رنگ باشد و همواره گسیل در فضای طول موج با توجه به مکانیزم به‌وجودآورندهٔ آن، گسترده است و این گستردگی با یک تابع $g(\vartheta)$ در روابط (۶-۴۶) و (۶-۵۰) توصیف‌شدنی است. اگر یک پرتو تک‌رنگ با فرکانس ϑs با مجموعه‌ای از اتم‌ها اندرکنش کند، ضریب بهرهٔ سیگنال کوچک رابطهٔ (۶-۳۰) بازنویسی می‌شود [۱۶]:

$$k_g(\vartheta_s) = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \frac{B_{21} h \vartheta_s n g(\vartheta_s)}{c} \qquad (۵۳-۶)$$

در شرایط آستانه، ضریب بهره برابراست با:

$$k_g(\vartheta_s) = k_{g-th} = \alpha_s + \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{R_{M1} R_{M2}} \right) \qquad (۵۴-۶)$$

بنابراین برای آستانهٔ وارون‌سازی جمعیت داریم:

$$N_{th} = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right)_{th} = \frac{k_{g-th} c}{B_{21} h \vartheta_s n g(\vartheta_s)} \qquad (۵۵-۶)$$

رابطهٔ (۶-۵۵) را می‌توان به کمک روابط اینشتین و برحسب طول عمر گسیل خودبه‌خودی از تراز 2 به تراز 1، τ_{21}، نوشت:

$$N_{th} = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right)_{th} = \frac{8 \neq \vartheta_s^{\,2} k_{g-th} \tau_{21} n^2}{c^2 g(\vartheta_s)} \qquad (۵۶-۶)$$

با فرض $\vartheta s = \vartheta_{21}$ و به کمک رابطهٔ (۶-۵۲)، برای آستانهٔ وارون‌سازی جمعیت در معادلهٔ (۶-۵۶) داریم:

$$N_{th} = \frac{8 \neq \vartheta_{21}^{\,2} k_{g-th} \tau_{21} \varnothing \vartheta n^2}{c^2} \qquad (۵۷-۶)$$

بنابر معادلات داده‌شده، لیزینگ زمانی آغاز می‌شود که وارون‌سازی جمعیت به آستانه برسد؛ برهمین اساس می‌توان آستانهٔ پمپینگ را از رابطهٔ (۶-۳۲-۲) برای یک سیستم چهار ترازهٔ اتمی معرفی کرد:

$$(N_2 - N_1)_{th} = R_{P-th} \left(\frac{1 - A_{21} / A_{10}}{A_{21} + \rho_\vartheta B_{21}} \right) \qquad (۵۸-۶)$$

در پایین‌تر از آستانه، می‌توان از ρ_ϑ چشم‌پوشی است؛ زیرا هنوز لیزینگ شروع نشده است و قسمت بیشتر توان نوری به‌صورت گسیل خودبه‌خودی است. در آستانهٔ لیزینگ نیز مقدار ρ_ϑ کوچک است. همچنانکه پیشتر نیز اشاره شد، $1 \oplus 1 - A_{21} / A_{10}$؛ درنتیجه آستانهٔ پمپینگ به‌دست می‌آید:

$$R_{P-th} = N_{th} / \tau_{21} \qquad (۵۹-۶)$$

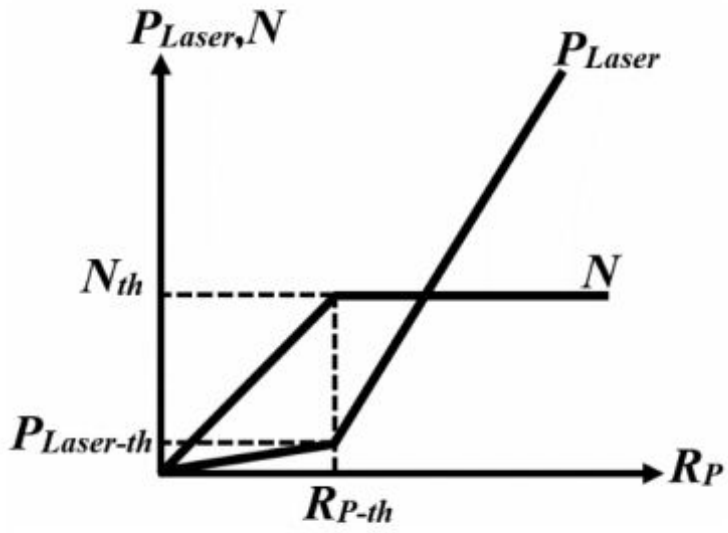
در سیستم چهار ترازهٔ نشان داده‌شده در شکل ۶-۷، اتم‌هایی که به تراز E_2 رسیده باشند، نیازمند انرژی به اندازهٔ E_3-E_0=E_3 هستند و برای توان پمپینگ داریم:

$$P_{Laser-th} = E_3 N_{th} / \tau_{21} \qquad (۶۰-۶)$$

با جاگذاری روابط مربوط به وارون‌سازی جمعیت آستانه، رابطهٔ آستانهٔ توان پمپینگ را می‌توان بیان کرد:

$$P_{Laser-th} = \frac{E_3 8 \neq \vartheta_{21}{}^2 k_{g-th} \varnothing \vartheta n^2}{c^2} \qquad (۶۱-۶)$$

در آستانهٔ توان پمپینگ، بهره به‌واسطهٔ وارون‌سازی جمعیت، دقیقاً مساوی با تلفات کاواک است. اگرچه افزایش مقدار پمپینگ در ابتدا سبب افزایش وارون‌سازی جمعیت و به تبع آن افزایش گسیل برانگیخته می‌شود و بهره از تلفات بزرگ‌تر است، اما چنانکه پیشتر نیز اشاره شد، افزایش انرژی گسیل‌شده، وارون‌سازی جمعیت را تحت‌الشعاع قرارمی‌دهد و به کاهش وارون‌سازی جمعیت و به تبع آن کاهش بهره می‌انجامد؛ بنابر این استدلال، در شرایط ماندگار امکان افزایش وارون‌سازی جمعیت با افزایش نرخ پمپینگ وجود ندارد و مقدار وارون‌سازی جمعیت با افزایش بیشتر نرخ پمپینگ از مقدار آستانه در سیستم اتمی چهار ترازه، همان مقدار N_{th} باقی می‌ماند. توان خروجی لیزر و وارون‌سازی جمعیت برحسب توان پمپینگ در شکل ۶-۲۰ نشان داده شده است. طبق شکل، در پایین‌تر از شرایط آستانه، توان به‌وسیلهٔ گسیل خودبه‌خودی، مانند آنچه در دیود نورگسیل اتفاق می‌افتد، محدود می‌شود؛ به همین دلیل توان خروجی در پایین‌تر از شرایط آستانهٔ کوچک است.



شکل ۶-۲۰: توان خروجی لیزر و وارون‌سازی جمعیت برحسب توان پمپینگ.

مثال ۶-۳: یک لیزر گازی *HeNe*، در طول موج $\lambda=632.8\ nm$ کار می‌کند. اختلاف جمعیت دو تراز لیزینگ را برای بهرهٔ سیگنال کوچک $0.5\ m^{-1}$ تعیین کنید.

حل:

فرکانس و انرژی فوتون‌های تولیدی به ترتیب $\vartheta_{21} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8\ (m/s)}{632.8\ (nm)} = 474.083\ (THz)$ و $E_g = \frac{1.24}{0.6328\ (\mu m)} = 1.96\ eV$ است.

ضریب شکست گاز طبق جدول ۶-۱ برابر یک و ضریب A_{21} عکس طول عمر تراز برانگیخته $300\ ns$، و برابر با $3.33\times10^6\ s^{-1}$ است. از رابطهٔ (۶-۱۴) برای ضریب B_{21} داریم:

$$B_{21} = \frac{3.33\times10^6\ (s^{-1})\times 27\times10^{24}\ (m^3/s^3)}{8\times\neq\times 6.63\times10^{-34}\ (J.s)\times(474.083\times10^{12})^3\ (Hz^3)}$$
$$= 8.1024\ (m^3 s^{-2} eV^{-1})$$

اختلاف جمعیت دو تراز لیزینگ از رابطهٔ (۶-۵۵) تعیین می‌شود:

$$N_{th} = \frac{0.5\ (m^{-1})\times 3\times10^8\ (m/s)\times 1.5\ (GHz)}{8.1024\ (m^3 s^{-2} eV^{-1})\times 1.96\ (eV)\times 1} = 1.416\times10^{16}\ m^{-3}$$

مثال ۶-۴: در لیزر *Ruby*، درشرایطی‌که آستانهٔ وارون‌سازی جمعیت $5\times10^{22}\ m^{-3}$ باشد، بهرهٔ سیگنال کوچک و پمپینگ آستانه را تعیین کنید.

حل:

با توجه به اطلاعات داده‌شده در جدول ۶-۱، برای ضریب A_{21} داریم:

$$A_{21}=\frac{1}{\tau_{sp}}=\frac{1}{3ms}=333.33\ s^{-1}$$

فرکانس و انرژی فوتون‌های تولیدی به ترتیب $\vartheta_{21}=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^{8}\ (m/s)}{694.3\ (nm)}=432.09\ \ THz$ و $E_{21}=\frac{1.24\ (eV.\mu m)}{0.6943\ (\mu m)}=1.786\ eV$ است. از رابطهٔ (۶-۱۴) ضریب B_{21} محاسبه می‌شود:

$$B_{21}=\frac{333.33\ (s^{-1})\times27\times10^{24}\ (m^3/s^3)}{8\times\neq\times6.63\times10^{-34}\ (J.s)\times(432.09\times10^{12})^3\ (Hz^3)\times(1.76)^3}$$
$$=1.2281\times10^{15}\ (m^3s^{-1}W^{-1})$$

از رابطهٔ (۶-۵۳) برای بهرهٔ سیگنال کوچک می‌توان نوشت:

$$k_g=\frac{1.228\times10^{15}\ (m^3s^{-1}W^{-1})\times6.63\times10^{-34}\ (J.s)}{3\times10^{8}\ (m/s)\times330\times10^{9}\ (Hz)}$$
$$\times432.09\times10^{12}\ (Hz)\times5\times10^{22}\ (m^{-3})\times1.76=0.3127\ (m^{-1})$$

از رابطهٔ (۶-۵۹) پمپینگ آستانه محاسبه می‌شود:

$$R_{P-th}=\frac{5\times10^{22}\ (m^{-3})}{3\ (ms)}=1.667\times10^{25}\ (m^{-3}s^{-1})$$

۶-۴-۵. مدهای لیزر

بنابر آنچه در بخش‌های قبل بیان شد، تابش گسیلی از مجموعه‌ای از اتم‌ها در حوزهٔ فرکانس بنابر مکانیزم‌های ذکرشده اندکی پهن می‌شود. شاید در ابتدا این‌گونه به نظر برسد که در یک لیزر با مجموعه‌ای از اتم‌ها به عنوان ناحیهٔ فعال نیز پهن‌شدگی الگوی تابشی در حوزهٔ فرکانس همان میزان پهن‌شدگی تابش ناحیهٔ فعال باشد، درحالیکه در لیزر به‌دلیل وجود کاواک، الگوی طیف تابشی خروجی با الگوی طیف تابشی گسیلی از ناحیهٔ فعال متفاوت است. در این راستا در ادامه به مطالعهٔ مدهایی که در کاواک پایدار هستند می‌پردازیم و کاواک متشکل از دو آینهٔ تخت موازی با ضریب انعکاس بالا را، که به کاواک فابری- پرو[1] مشهور است، مطالعه می‌کنیم.

۶-۴-۵-۱. مدهای طولی

با توجه به اینکه کاواک از دو آینه تشکیل شده است، که از هم به اندازهٔ L فاصله دارند و نور در داخل کاواک حرکتی رفت و برگشتی دارد؛ بنابراین در داخل کاواک الگوهایی از امواج ایستاده ایجاد می‌شود. طبق معادلات بخش ۲-۷ میدان الکتریکی موج تک‌رنگ به‌صورت داده‌شده بیان می‌شود:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \Re e\{\xi(\mathbf{r})\exp(i\omega t)\} \qquad (۶۲-۶)$$

دامنهٔ مختلط $\xi(\mathbf{r})$ در معادلهٔ هلم هولتز (۲-۳۶-۱) صدق می‌کند. مدهای کاواک حل معادلهٔ هلم هولتز با شرایط مرزی $\xi(\mathbf{r})=0$ در مرزهای کاواک هستند. میدان الکتریکی در شکل ۶-۲۱ (a) در صفحات $z=0$ و $z=L$ صفر است. دامنهٔ میدان الکتریکی در داخل کاواک به‌صورت $\xi(z)=\xi_0 \sin kz$ بیان می‌شود. در معادله، دامنهٔ موج ایستادهٔ ξ_0 عددی ثابت است و معادلهٔ هلم هولتز را برآورده می‌کند، همچنین در مرزهای $z=0$ و $z=L$ مقدار دامنهٔ موج ایستاده با شرط داده‌شده صفر است:

[1] Fabry-Perot Cavity

$$k_m = m\frac{\neq}{L}; m = 1,2,3,... \qquad (۶۳-۶)$$

درنتیجه دامنهٔ مدهای مختلط برابراست با:

$$\xi(z) = \xi_{0,m} \sin k_m z \qquad (۶۴-۶)$$

لازم به ذکر است که در معادلهٔ (۶-۶۴)، مقادیر منفی m شامل مدهای مستقل نیستند؛ زیرا $sink_{-m}z=-sink_mz$. علاوه‌براین $m=0$ مربوط به مدی با انرژی صفر است؛ زیرا $k_m=0$ و $sink_mz=0$. درنتیجه مدهای طولی در کاواک به مقادیر مثبت از m مربوط می‌شوند که به آن عدد مد گفته می‌شود. هر مد دلخواه در کاواک را می‌توان به‌صورت جمع آثاری از مدهای تشدیدی بیان کرد:

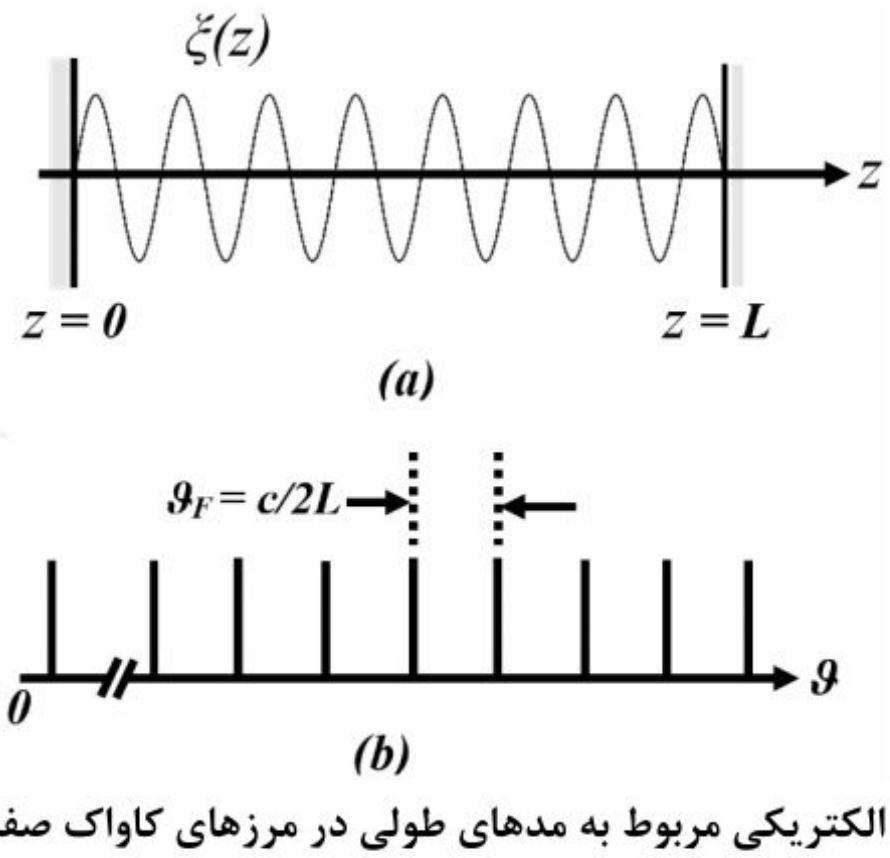
$$\xi(z) = \sum_m \xi_{0,m} \sin k_m z \qquad (۶۵-۶)$$

به کمک رابطهٔ (۶-۶۳) فرکانس‌های تشدید مربوط به مدها در کاواک تعیین می‌شوند:

$$\vartheta_m = m\frac{c}{2L} \qquad (۶۶-۶)$$

چنانکه در شکل ۶-۲۱ (b) نشان داده شده است، فاصلهٔ میان دو فرکانس تشدید مجاور برابراست با:

$$\vartheta_F = \frac{c}{2L} \qquad (۶۷-۶)$$



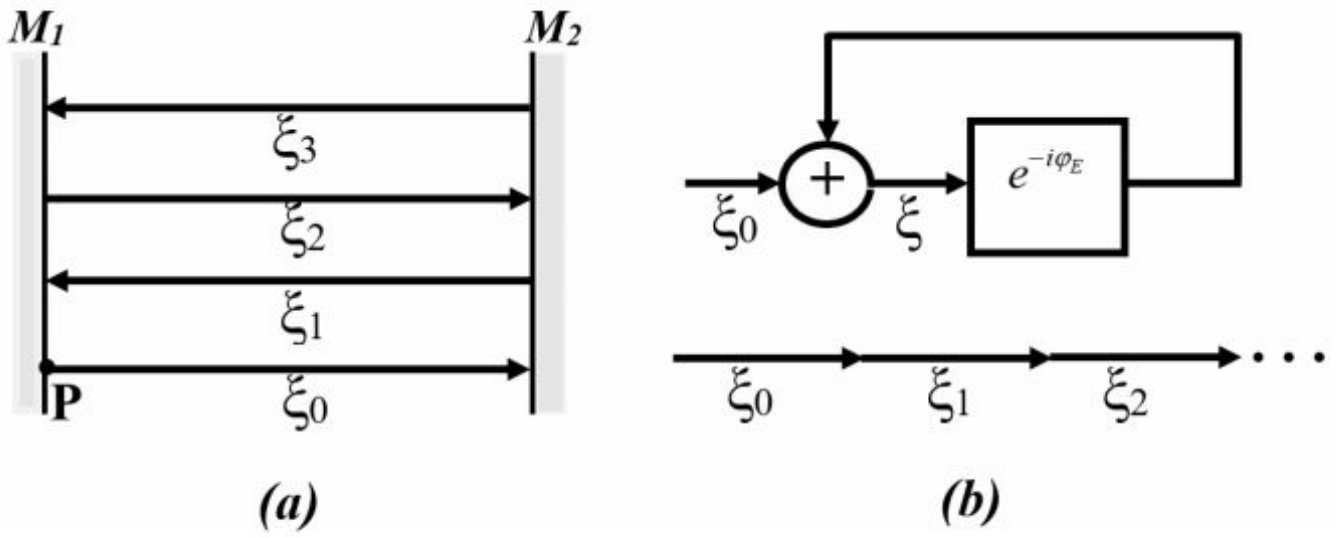
شکل ۶-۲۱: میدان الکتریکی مربوط به مدهای طولی در مرزهای کاواک صفر هستند (a). فاصلهٔ میان مؤلفه‌های فرکانسی تشدید و فاصلهٔ میان دو فرکانس تشدید مجاور (b).

با روشی دیگر نیز می‌توان فرکانس مدهای تشدید را در کاواک تعیین کرد. طبق شکل ۶-۲۲ (a) هر مد در حرکت رفت و برگشت کامل بین دو آینه، دچار یک تغییر فاز برابر با $\varphi_E=2kL$ می‌شود. در واقع امواج ایستاده زمانی تشکیل می‌شوند که این تأخیر ضریبی صحیح از 2π باشد:

$$\varphi_E = 2Lk = 2m\pi \qquad (۶۸-۶)$$

با توجه به معادلهٔ (۶-۶۸)، فرکانس مدهای تشدید در کاواک به رابطهٔ (۶-۶۶) می‌انجامد. حرکت رفت و برگشت موج در داخل کاواک و معادلهٔ (۶-۶۸)، فیدبک مثبت شکل ۶-۲۲ (b) را تداعی می‌کند. یک موج تخت تک‌فام با دامنهٔ مختلط ξ_0 در نقطهٔ **P**، که به سمت راست انتشار می‌یابد، نخست از آینهٔ دوم انعکاس می‌یابد و به سمت آینهٔ اول انتشار می‌یابد، سپس از آینهٔ اول نیز انعکاس می‌یابد و دامنهٔ آن در نقطهٔ **P** برابر با ξ_1 است. در دومین رفت و برگشت، دامنهٔ موج در نقطهٔ **P** برابر با ξ_2 است و .... بدین ترتیب موج کل در نقطهٔ **P** مجموع بی‌نهایت موج تک‌فام است :

$$\xi = \xi_0 + \xi_1 + \xi_2 + \ldots \qquad (۶۹-۶)$$



شکل ۶-۲۲: مد در حرکت رفت و برگشت کامل بین دو آینه، دچار یک تغییر فاز برابر با $\varphi_E=2m\pi$ می‌شود (*a*). بلوک دیاگرام فیدبک سیستم نوری در ازای اختلاف فاز φ_E و دیاگرام فازوری میدان الکتریکی داخل کاواک در هر رفت و برگشت برای $\varphi_E=2\pi$ (*b*).

اختلاف فاز میان دو فازور پشت سر هم در یک رفت و برگشت برابر با $\varphi_E=2m\pi$ است. شکل ۶-۲۲ (*b*) بلوک دیاگرام فیدبک سیستم نوری را در ازای اختلاف فاز φ_E و دیاگرام فازوری میدان الکتریکی داخل کاواک را در هر رفت و برگشت برای $\varphi_E=2\pi$ نشان می‌دهد. امواج ایستاده زمانی تشکیل می‌شوند که فازورها مطابق با شکل هم‌راستا باشند. در کاواک، فاصلهٔ میان هر دو فرکانس تشدید با رابطهٔ (۶-۶۷) بیان می‌شود و هر مد متشکل از دو پلاریزاسیون عمود بر هم است؛ درنتیجه در بازه فرکانسی ϑ_F تعداد مدها برابر با $2\times 1/\vartheta_F$ است؛ بنابراین چگالی مدها در کاواک، که بیانگر تعداد مدها در واحد طول در واحد فرکانس است، به‌دست می‌آید:

$$M=\frac{4}{c} \qquad (۶-۷۰)$$

با در نظر گرفتن تلفات دامنه موج در هر رفت و برگشت کامل با ضریب $h_E=|r_E|e^{i\varphi E}$ تضعیف می‌شود، که مربوط به بازتاب و جذب آینه‌هاست ($|r_E|<1$)؛ بنابراین میدان در نقطهٔ **P** به شکل داده‌شده بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0+\xi_1+\xi_2+\ldots=\xi_0+h_E\xi_0+h_E^2\xi_0+\ldots\\ &=\xi_0(1+h_E+h_E^2+\ldots)=\frac{\xi_0}{1-h_E}\end{aligned} \qquad (۶-۷۱)$$

شدت نور در داخل کاواک برابراست با:

$$I = |\xi|^2 = \frac{|\xi_0|^2}{|1 - |r_E| e^{-i\varphi_E}|^2} = \frac{I_0}{1 + |r_E|^2 - 2|r_E| \cos\varphi_E} \qquad (۷۲-۶)$$

در رابطهٔ $I_0=|\xi_0|^2$ شدت موج اولیه است. رابطهٔ (۶-۷۲) را می‌توان به شکل دیگری نوشت:

$$I = \frac{I_{max}}{1 + (2F/\pi)^2 \sin^2(\varphi_E/2)}; I_{max} = \frac{I_0}{(1 - |r_E|)^2} \qquad (۷۳-۶)$$

که در آن

$$F = \frac{\pi\sqrt{|r_E|}}{1 - |r_E|} \qquad (۷۴-۶)$$

بیانگر تفکیک‌پذیری[1] کاواک است [۱۷]. به کمک روابط (۶-۶۶) تا (۶-۶۸) می‌توان رابطهٔ (۶-۷۳) را بازنویسی کرد:

$$I = \frac{I_{max}}{1 + (2F/\pi)^2 \sin^2(\pi\vartheta_m/\vartheta_F)} \qquad (۷۵-۶)$$
$$; I_{max} = \frac{I_0}{(1 - |r_E|)^2}$$

کمینه شدت مد موج در فرکانس‌های مابین فرکانس‌های تشدید برابراست با:

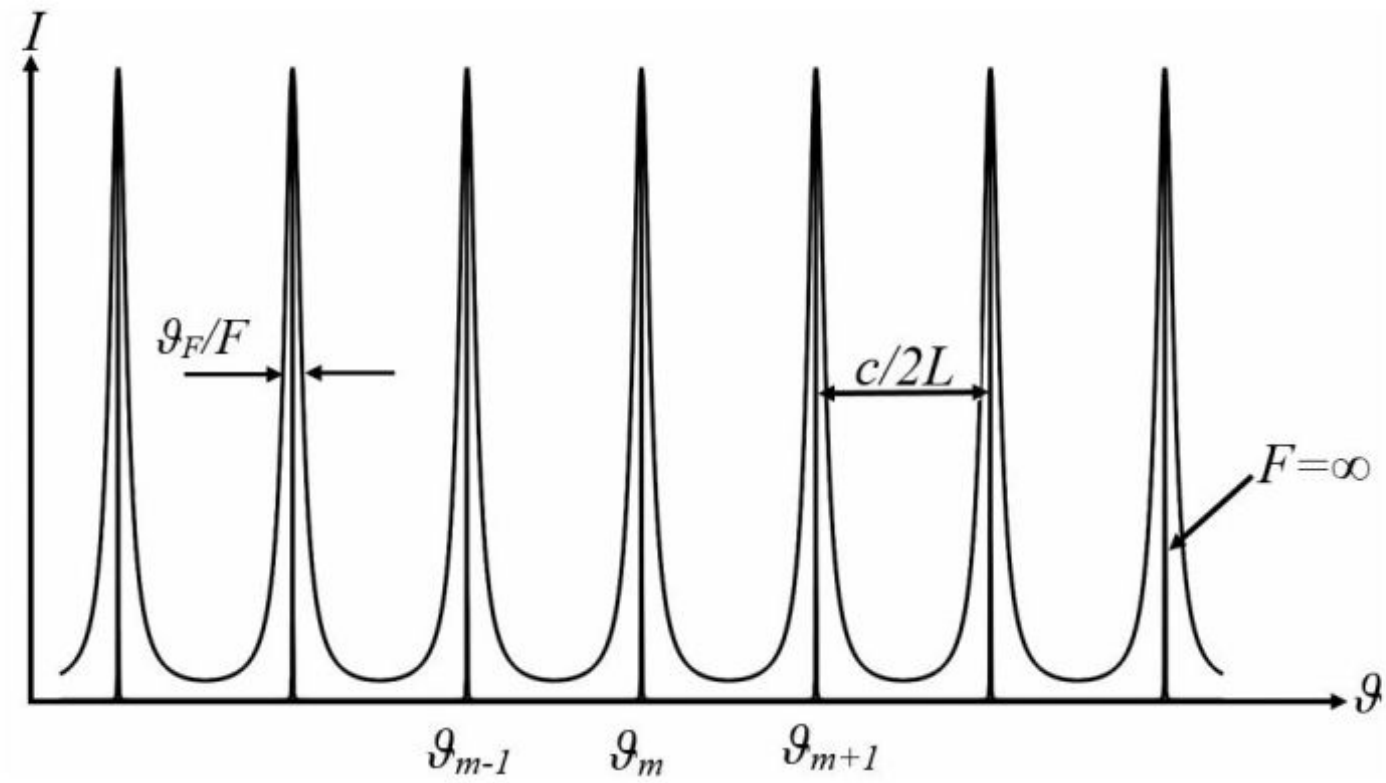
$$I_{min} = \frac{I_{max}}{1 + (2F/\pi)^2} \qquad (۷۶-۶)$$

---

[1] Finesse

در شکل ۶-۲۳ شدت موج برحسب فرکانس برای یک کاواک مطلوب ($F=\infty$) و یک کاواک با اتلاف نشان داده شده است. پهنای طیفی شدت هر مد تشدید در نصف شدت بیشینه درشرایطی‌که $\sin^2(\pi\vartheta_m/\vartheta_F) \approx (\pi\vartheta_m/\vartheta_F)^2$ تقریب زده می‌شود:

$$\delta_\vartheta \approx \frac{\vartheta_F}{F} \qquad (۶-۷۷)$$



شکل ۶-۲۳: شدت موج برحسب فرکانس برای یک کاواک مطلوب و یک کاواک با اتلاف.

درشرایطی‌که آینه‌ها دارای ضرایب انعکاس بسیار نزدیک به یک باشند، می‌توان روابط (۶-۳۵-۱) و (۶-۳۵-۲) را تقریب زد:

$$\alpha_{M1} \approx \frac{1-R_{M1}}{2L} \qquad (۶-۷۸-۱)$$

$$\alpha_{M2} \approx \frac{1-R_{M2}}{2L} \qquad (۶-۷۸-۲)$$

از آنجا که در یک رفت و برگشت، چگالی شار فوتونی با ضریب $R_{M1}R_{M2}exp(-2\alpha_S L)$ کاهش می‌یابد؛ لذا تفکیک‌پذیری کاواک طبق رابطهٔ (۶-۷۴) برابراست با:

$$F = \frac{\neq \exp(-\gamma_S L/2)}{1-\exp(-\gamma_S L)} \qquad (۱-۷۹-۶)$$

درشرایطی‌که $\gamma_S L << 1$ رابطهٔ (۶-۷۹-۱) را می‌توان تقریب زد:

$$F \oplus \frac{\neq}{\gamma_S L} \qquad (۲-۷۹-۶)$$

و برای پهنای طیفی هر مد با جاگذاری روابط (۶-۶۷) و (۶-۷۹-۲) در رابطهٔ (۶-۷۷) داریم:

$$\delta_\vartheta \oplus \frac{c\gamma_S}{2\neq} \qquad (۸۰-۶)$$

مقدار $c\gamma_S$ نشان‌دهندهٔ تلفات بر واحد زمان است. با تعریف زمان کاهش با رابطهٔ داده‌شده:

$$\tau_{ph} = \frac{1}{c\gamma_S} \qquad (۸۱-۶)$$

که بیانگر طول عمر کاواک یا طول عمر فوتون نیز هست، می‌توان نوشت:

$$\delta_\vartheta = \frac{1}{2\neq\tau_{ph}} \qquad (۸۲-۶)$$

و حاصل‌ضرب عدم قطعیت زمان در فرکانس $\delta_\vartheta \times \tau_{ph} = 1/2\neq$ است؛ بنابراین پهن‌شدگی خطوط تشدید را می‌توان درنتیجهٔ کاهش انرژی نورانی به‌سبب وجود تلفات در کاواک دانست. تبدیل فوریه انرژی نورانی، که با نرخ $exp(-t/\tau_{ph})$ کاهش می‌یابد، متناسب با $1/(i4\neq\vartheta\tau_{ph}+1)$ و دارای پهنای طیفی $\delta_\vartheta = 1/(2\neq\tau_{ph})$ است.

ضریب کیفیت[1] معیار دیگری برای عملکرد کاواک است که به‌صورت داده‌شده تعریف می‌شود:

$$Q = 2\pi \frac{\text{انرژی ذخیره شده در کاواک}}{\text{انرژی اتلاف شده در یک سیکل}} \qquad (۸۳-۶)$$

تلفات کوچک در کاواک به مقادیر بزرگ ضریب کیفیت می‌انجامد. انرژی ذخیره‌شده در کاواک با نرخ $c\gamma_S$ (بر واحد زمان) کاهش می‌یابد و معادل با اتلاف انرژی در یک چرخه با نرخ $c\gamma_S/\vartheta_0$ است، که در آن ϑ_0 فرکانس تشدید کاواک است؛ درنتیجه ضریب کیفیت برابر است با:

$$Q = \frac{2\pi}{c\gamma_S / \vartheta_0} = \frac{2\pi\vartheta_0}{c\gamma_S} \qquad (۸۴-۶)$$

از رابطهٔ (۶-۸۰) نیز می‌توان ضریب کیفیت را بیان کرد:

$$Q = \frac{\vartheta_0}{\delta_\vartheta} \qquad (۸۵-۶)$$

با جاگذاری رابطهٔ (۶-۸۲) در (۶-۸۵) ضریب کیفیت با طول عمر کاواک (طول عمر فوتون) در ارتباط است:

$$Q = 2\pi\vartheta_0\tau_{ph} \qquad (۸۶-۶)$$

با استفاده از روابط (۶-۷۷) و (۶-۸۶)، ضریب کیفیت و تفکیک‌پذیری کاواک به هم مربوط می‌شوند:

$$Q = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_F} F \qquad (۸۷-۶)$$

---

[1] Quality Factor

از آنجاکه فرکانس‌های تشدید در کاواک بسیار بزرگ‌تر از فاصلهٔ مؤلفه‌های فرکانسی هستند؛ درنتیجه $Q >> F$.

مثال ۶-۵: در یک لیزر، طول کاواک $100\ cm$ و ضرایب انعکاس آینه‌ها 0.96 و 0.98 است. اگر لیزر در طول موج $1.064\ \mu m$ کار کند، با فرض اینکه ضریب شکست ناحیهٔ فعال واحد باشد و از تلفات فوتون در ناحیهٔ فعال چشم‌پوشی شود، مطلوب است محاسبهٔ: الف) تفکیک‌پذیری کاواک؛ ب) اختلاف فرکانسی مدهای داخل کاواک و پهنای طیفی هر مد؛ ج) طول عمر فوتون‌های داخل کاواک؛ د) ضریب کیفیت.

حل:

الف) با توجه به اینکه ضرایب انعکاس آینه‌ها بسیار نزدیک به واحد است؛ درنتیجه با استفاده از روابط تقریبی (۶-۷۸-۱) و (۶-۷۸-۲) برای ضریب اتلاف آینه‌ها داریم:

$$\alpha_{M1} \approx \frac{1-0.98}{2\times 100\ (cm)} = 0.01\ (m^{-1})$$

$$\alpha_{M2} \approx \frac{1-0.96}{2\times 100\ (cm)} = 0.02\ (m^{-1})$$

مقدار تلفات کل صرف‌نظر از تلفات ناحیهٔ فعال از رابطهٔ (۶-۳۴) محاسبه می‌شود:

$$\gamma_S = 0.01\ (m^{-1}) + 0.02\ (m^{-1}) = 0.03\ (m^{-1})$$

درنهایت برای تفکیک‌پذیری از رابطهٔ (۶-۷۹-۱) می‌توان نوشت:

$$F = \frac{\pi \exp(-0.03\ (m^{-1})\times 1\ (m)/2)}{1-\exp(-0.03\ (m^{-1})\times 1\ (m))} = 104.72$$

ب) از رابطهٔ (۶-۶۷)، فاصلهٔ مدهای فرکانسی داخل کاواک $\vartheta_F = \frac{3\times 10^8\ (m/s)}{2\times 100\ (cm)} = 150\ (MHz)$ و با استفاده از رابطهٔ (۶-۷۷)، پهنای طیفی هر مد $\delta_\vartheta \approx \frac{150\,(MHz)}{104.720} = 1.432\ (MHz)$ است.

ج) از رابطهٔ (۶-۸۱)، طول عمر فوتون‌های داخل کاواک $\tau_{ph} = \frac{1}{3\times10^{8}\,(m/s)\times 0.3\,(m^{-1})} = 11.111\,(ns)$ است.

د) فرکانس تشدید لیزر از طول موج کاری تعیین می‌شود و مقدار آن $\vartheta_0 = \frac{3\times10^{8}\,(m/s)}{1.064\,(\mu m)} = 281.955\,(THz)$ است. ضریب کیفیت کاواک از رابطهٔ (۶-۸۶) به‌دست می‌آید:

$$Q = 2\pi \times 281.955\,(THz)\times 11.111\,(ns) = 1.97\times10^{7}$$

همان‌گونه‌که پیشتر نیز ذکر شد، با توجه به اینکه پهنای طیفی بسیار کوچک‌تر از فرکانس تشدید است، ضریب کیفیت از تفکیک‌پذیری کاواک بسیار بزرگ‌تر است.

مثال ۶-۶: در یک لیزر که در طول موج $0.87\,\mu m$ کار می‌کند، فاصلهٔ فرکانسی مدهای طولی $278\,GHz$ است. طول کاواک و تعداد مدهای طولی پشتیبانی‌شده توسط کاواک را تعیین کنید. فرض کنید ضریب شکست مادهٔ فعال 3.6 باشد.

حل:

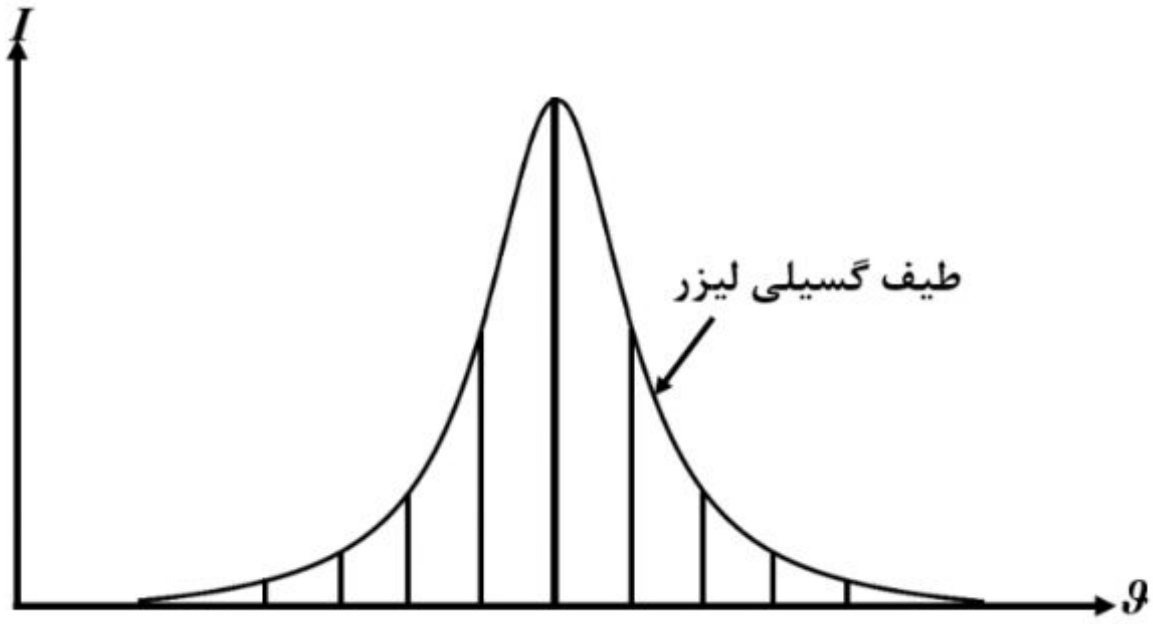
درصورتی‌که ضریب شکست مادهٔ فعال n باشد، رابطهٔ (۶-۶۷) به‌صورت $\vartheta_F = \frac{c}{2nL}$ اصلاح می‌شود و برای طول کاواک داریم:

$$L = \frac{3\times10^{8}\,(m/s)}{2\times 3.6\times 278\,(GHz)} \oplus 150\ \mu m$$

تعداد مدها از رابطهٔ (۶-۶۶) با فرض اینکه ناحیهٔ فعال دارای ضریب شکست n باشد، محاسبه می‌شود:

$$m = \frac{2nL}{\lambda_0} = \frac{2\times 3.6\times 150\,(\mu m)}{0.87\,(\mu m)} = 1.241\times10^{3}$$

اگرچه تعداد مدهای پشتیبانی‌شده توسط کاواک بسیار زیاد است، اما با توجه به مطالبی که پیشتر در زمینهٔ دلایل پهن‌شدگی گسیل از لیزر مطرح شد، تابش خروجی لیزر تنها شامل مدهای طولی‌ای است که در داخل طیف گسیلی لیزر طبق شکل ۶-۲۴ قرارمی‌گیرند.



شکل ۶-۲۴: مدهای طولی در خروجی لیزر.

۶-۴-۵-۲. مدهای مورب[1]

یک کاواک نوری با آینه‌های تخت کاملاً موازی و ابعاد بی‌نهایت، توان پشتیبانی مدهای مورب را نیز دارد. هر موج تخت، که با زاویهٔ θ نسبت به محور کاواک (راستای z) به آینه‌ها برخورد می‌کند و در فضای داخل کاواک حرکت رفت و برگشت انجام می‌دهد، در راستای x انتشار می‌یابد. شرایط مرزی در سطح آینه‌ها ایجاب می‌کند که مؤلفهٔ محوری بردار انتشار موج ($k_z=k\cos\theta$) مضرب صحیحی از π/L باشد. از آنجاکه کاواک در راستای x محدود نیست؛ لذا چنین شرایطی برای مؤلفهٔ x بردار موج برقرار نیست؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vartheta = m\frac{c}{2L}\sec\theta = m\vartheta_F \sec\theta \qquad (۶-۸۸)$$

[1] Off-Axis Modes

بنابر رابطهٔ (۶-۸۸) در ازای یک زاویهٔ مشخص، فاصلهٔ دو فرکانس تشدید مجاور $\vartheta_F \sec\theta$ است (شکل ۶-۲۵ (*a*))، با افزایش زاویهٔ θ، فاصلهٔ میان فرکانس‌های مجاور نیز افزایش می‌یابد. برای یک مقدار معین از فرکانس موج تخت برخوردی مقادیر گسسته‌ای از θ_m در رابطهٔ (۶-۸۸) صدق می‌کند (شکل ۶-۲۵ (*b*)) و داریم :

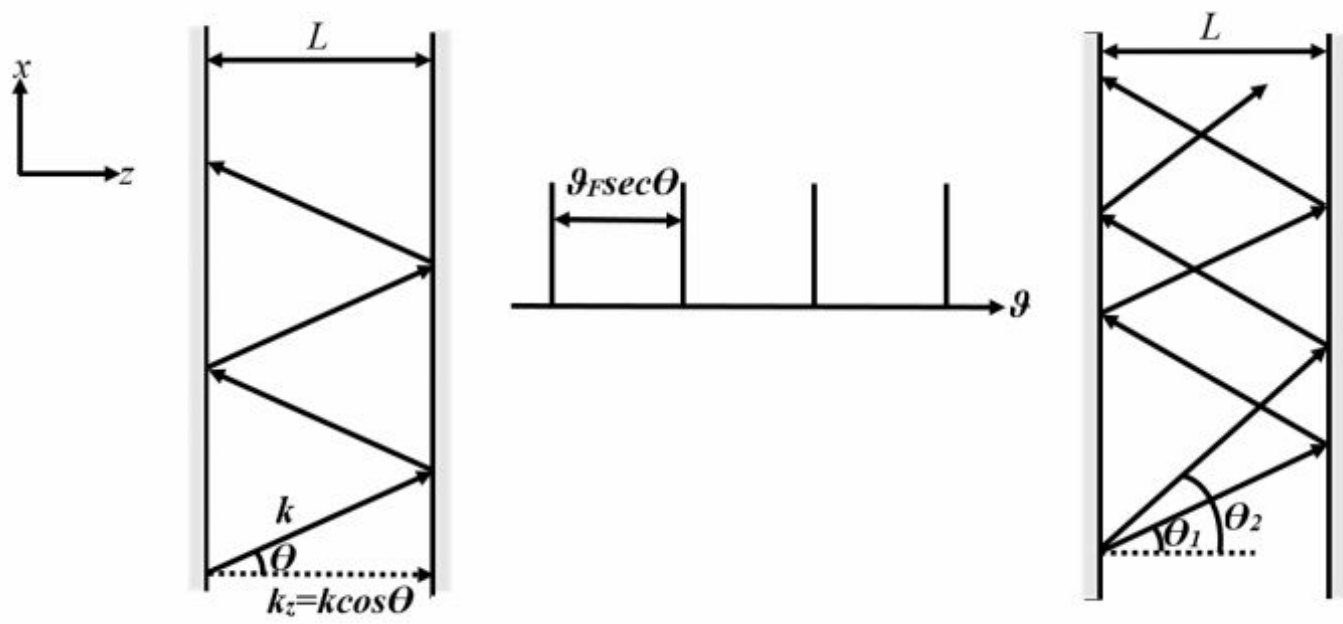
$$\cos\theta_m = m\vartheta_F / \vartheta \qquad (۸۹-۶)$$

مثال ۶-۷: یک لیزر به طول کاواک $4\ cm$ در طول موج $0.55\ \propto m$ کار می‌کند. تعداد مدهای مورب را که با زاویهٔ 60° نسبت به محور کاواک به آینه‌های تخت برخورد می‌کنند، تعیین کنید.

حل:

فرکانس کاری لیزر $\vartheta_0 = \dfrac{3\times10^8\ (m/s)}{0.55\ (\propto m)} = 545.454\ (THz)$ است و تعداد مدهای مورب در ازای زاویهٔ مشخص از (۶-۸۸) به‌دست می‌آید:

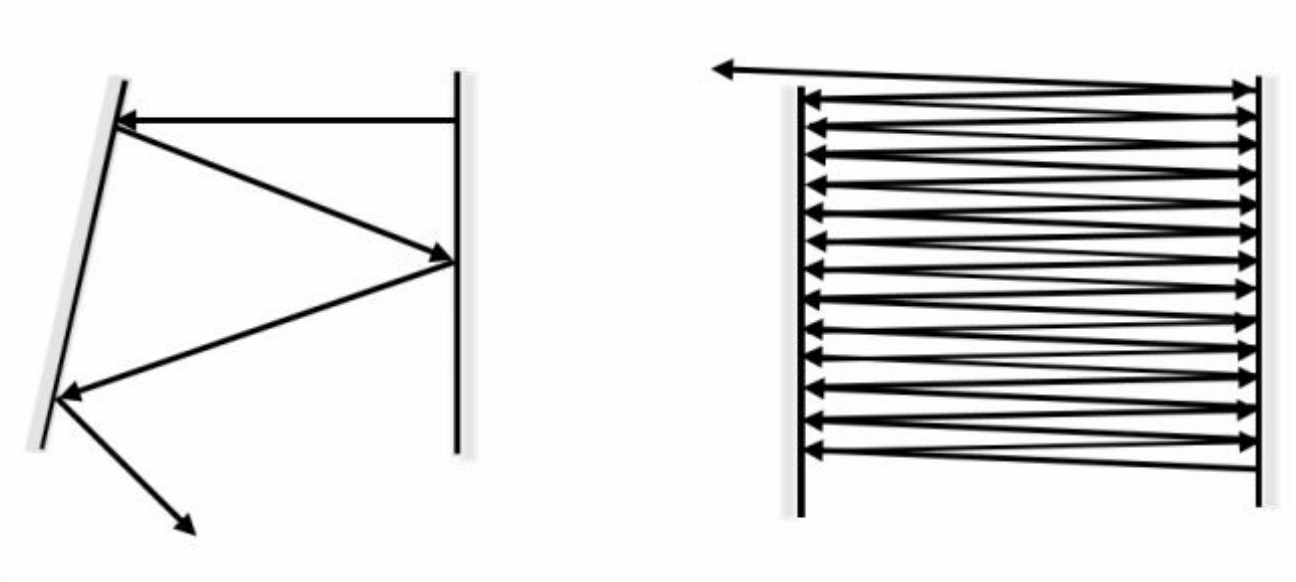
$$m = \frac{2L\vartheta_0}{c\sec\theta} = \frac{2\times4\,(cm)\times545.454\times10^{12}\ (Hz)}{3\times10^8\ (m/s)\sec60^\circ} = 7.272\times10^4$$



شکل ۶-۲۵: فاصلهٔ دو فرکانس تشدید مجاور در ازای زاویهٔ مشخص θ (*a*). مدهای مورب در ازای مقدار معین از فرکانس موج تخت برخوردی (*b*).

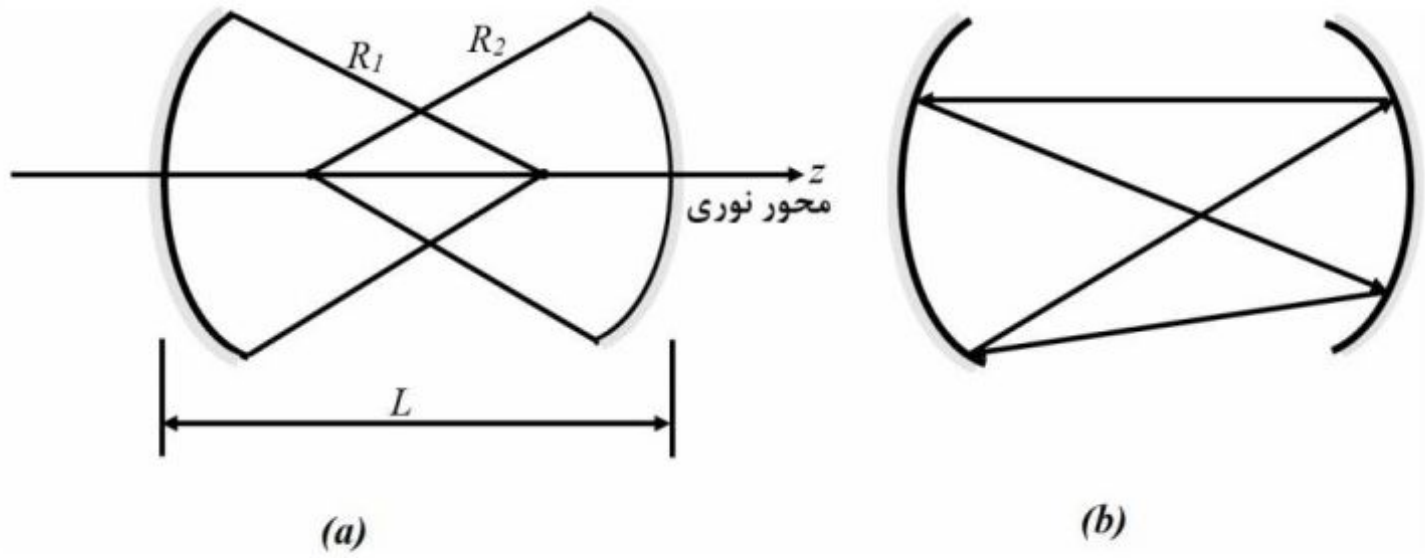
۶-۴-۵-۳. مدهای عرضی

کاواکی که دارای دو آینهٔ تخت موازی است، در برابر ناهم‌راستایی بسیار حساس است؛ علاوه‌بر این، درشرایطی‌که آینه‌ها کاملاً موازی نباشند و یا پرتوها کاملاً عمود بر سطح آینه‌ها تابیده نشوند، امکان خروج پرتو به خارج از محیط کاواک در طی بازتاب‌های متوالی وجود دارد (شکل۶-۲۶). کاواک‌های متشکل از آینه‌های کروی، دارای آرایش پایدارتری برای محصورکردن نور و همین‌طور دارای حساسیت کمتری نسبت به ناهم‌راستایی هستند. کاواک با آینه‌های کروی از دو آینهٔ کروی با شعاع‌های R_1 و R_2، که به فاصلهٔ L از هم طبق شکل قرارگرفته‌اند، تشکیل شده است (شکل ۶-۲۷ (a)). خط واصل میان مراکز آینه‌ها، محور نوری[1] خوانده می‌شود. هر یک از آن‌ها می‌تواند کاو یا محدب باشد. کاواک با آینه‌های تخت، حالت خاصی از کاواک با آینه‌های کروی است که در آن $R_1=R_2=\infty$. در کاواک با آینه‌های کروی، مدهای عرضی ناشی از بازتاب‌های متوالی از سطح دو آینه، پرتوهای غیرمحوری مطابق شکل ۶-۲۷ (b) است.



شکل ۶-۲۶: امکان خروج پرتو از کاواک، درشرایطی‌که آینه‌ها کاملاً موازی نباشند (سمت چپ) و یا پرتوها کاملاً عمود بر سطح آینه‌ها تابیده نشوند (سمت راست).

[1] Optical Axis



شکل ۶-۲۷: کاواک با آینه‌های کروی از دو آینهٔ کروی با شعاع‌های R_1 و R_2، که به فاصلهٔ L از هم قرارگرفته اند (a). بازتاب‌های متوالی از سطح دو آینه، پرتوهای غیرمحوری مدهای عرضی را تشکیل می‌دهند (b).

۶-۴-۵-۳-۱. پرتو گوسین[1]

همان‌گونه‌که در فصل دوم اشاره شد، موج تخت، جوابی از معادلهٔ هلم هولتز است که با رابطهٔ (۲-۳۶) توصیف می‌شود. یک جواب دیگر از معادلهٔ هلم هولتز به شکل داده‌شده است [۱۸]:

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{A}_E}{r} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} \qquad ;r \uparrow 0 \qquad (۹۰-۶)$$

که در آن، $\mathbf{A}_E$ برداری دلخواه است. جواب داده‌شده در رابطهٔ (۶-۹۰) در هر نقطه از کره‌ای که در مرکز منبع موج قرارگرفته است، دارای اندازهٔ ثابتی است؛ ازاین‌رو یک موج کروی[2] خوانده می‌شود. پرتو لیزر به‌صورت یک موج تقریباً تک‌جهت و در سطح مقطع محدود انتشار می‌یابد؛ لذا امواج کروی و امواج تخت نمی‌توانند توصیف‌کنندهٔ پرتو مربوط به لیزر باشند؛ چرا که موج تخت دارای سطح انتشاری بی‌نهایت بزرگ است و امواج کروی تک‌جهت[3] نیستند؛ بنابراین برای بیان میدان الکتریکی در داخل کاواک لیزر، باید به دنبال جواب معادلهٔ هلم هولتز بود، که توصیف‌کنندهٔ پرتوهای ساطع‌شده از لیزر باشد. در این راستا جوابی دیگر از معادلهٔ هلم هولتز را درنظرمی‌گیریم:

---

[1] Gaussian Beam [2] Spherical Wave [3] Unidirectional

$$\xi(\mathbf{r}) = \xi_0(\mathbf{r})e^{-ikz} \qquad (۹۱-۶)$$

که با میدان الکتریکی مربوط به موج تخت متفاوت است؛ زیرا دارای دامنهٔ متغیر با مکان است. با فرض اینکه تغییرات $\xi_0(\mathbf{r})$ و $\frac{\partial}{\partial z}\xi_0(\mathbf{r})$ در فاصلهٔ مکانی به اندازه طول موج و در راستای z قابل صرف‌نظرکردن باشد، در آن صورت داریم:

$$\lambda\left|\frac{\partial \xi_0}{\partial z}\right| << |\xi_0| \quad , \qquad \lambda\left|\frac{\partial^2 \xi_0}{\partial z^2}\right| << \left|\frac{\partial \xi_0}{\partial z}\right| \qquad (۱-۹۲-۶)$$

با توجه به رابطهٔ عدد موج و طول موج ($k=2\pi/\lambda$) می‌توان رابطهٔ (۶-۹۲-۱) را به‌صورت دیگری بیان کرد:

$$\left|\frac{\partial \xi_0}{\partial z}\right| << k|\xi_0| \quad , \qquad \left|\frac{\partial^2 \xi_0}{\partial z^2}\right| << k\left|\frac{\partial \xi_0}{\partial z}\right| \qquad (۲-۹۲-۶)$$

بنابراین تغییرات $\xi(\mathbf{r})$ نسبت به z (چندین برابر طول موج) تقریباً مانند تغییرات e^{-ikz} است. هر سه مؤلفهٔ میدان الکتریکی رابطهٔ (۶-۹۱)، معادلهٔ هلم هولتز را برآورده می‌کنند:

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2})\xi_{0,s}(\mathbf{r})e^{-ikz} + k^2\xi_{0,s}(\mathbf{r})e^{-ikz} = 0 \qquad ;s = x, y, z \qquad (۹۳-۶)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2}{\partial z^2}\xi_{0,s}(\mathbf{r})e^{-ikz} \\
&= (\frac{\partial^2}{\partial z^2}\xi_{0,s}(\mathbf{r}) - 2ik\frac{\partial}{\partial z}\xi_{0,s}(\mathbf{r}) - k^2\xi_{0,s}(\mathbf{r}))e^{-ikz} \qquad (۹۴-۶)\\
&\approx -2ik\frac{\partial}{\partial z}\xi_{0,s}(\mathbf{r}) - k^2\xi_{0,s}(\mathbf{r}))e^{-ikz}
\end{aligned}$$

با استفاده از تقریب رابطهٔ (۶-۹۴)، معادلهٔ هلم هولتز بازنویسی می‌شود:

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}-2ik\frac{\partial}{\partial z})\xi_{0,s}(\mathbf{r})=0 \qquad ;s=x,y,z \tag{۶-۹۵}$$

معادلهٔ زیر

$$(\nabla_T^2-2ik\frac{\partial}{\partial z})\xi_{0,s}(\mathbf{r})=0 \qquad ;s=x,y,z \tag{۶-۹۶}$$

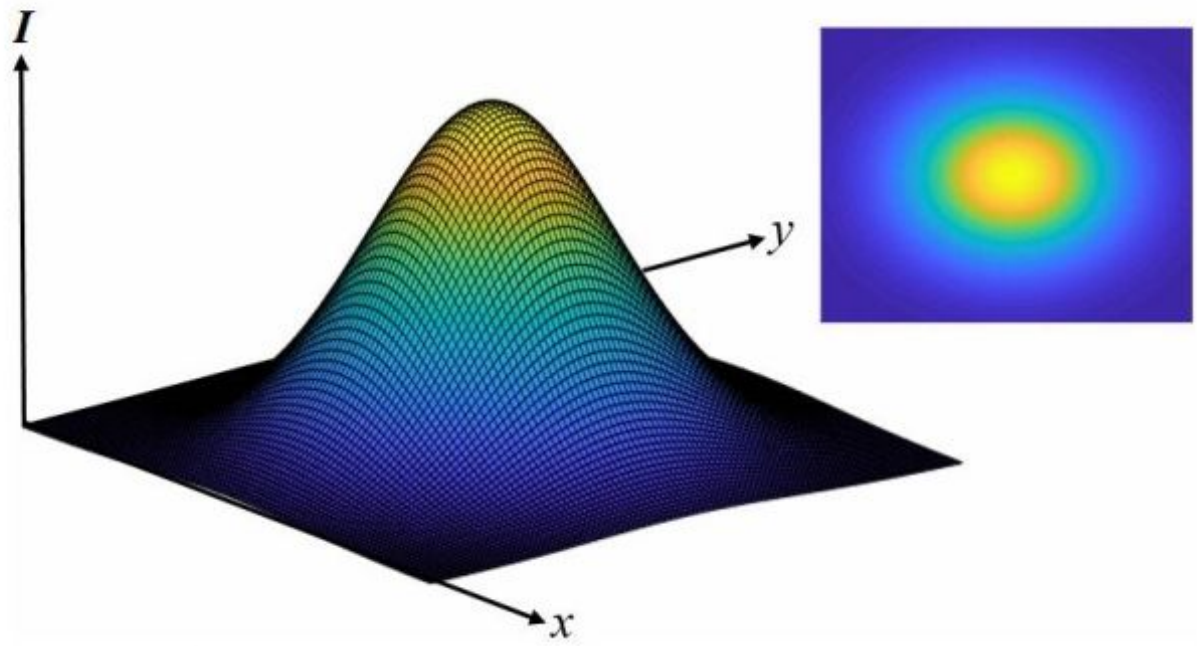
به معادلهٔ موج پاراکسیال معروف است و در آن برای لاپلاسین عرضی داریم:

$$\nabla_T^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{۶-۹۷}$$

شدت یک پرتو انتشاری در جهت z در فواصل دور از محور z کاهش می‌یابد. شدت یک پرتو گوسین در صفحهٔ عمود بر راستای انتشار برابراست با:

$$I(x,y,z)\sim\left|\xi_0\right|^2 e^{-2(x^2+y^2)/w^2} \tag{۶-۹۸}$$

در فاصلهٔ عرضی w از محور z ، شدت پرتو با ضریب $e^{-2}(=0.135)$ نسبت به بیشینهٔ شدت روی محور کاهش می‌یابد. تصویر پرتو بر صفحهٔ عرضی یک نقطهٔ نورانی به شعاع تقریباً برابر با w است (شکل ۶-۲۸).



شکل ۶-۲۸: شدت پرتو گوسین به‌همراه تصویر پرتو بر صفحهٔ عرضی.

شدت پرتوهای لیزری غالباً دارای الگویی مشابه با رابطهٔ (۶-۹۸) هستند؛ بنابراین جواب معادلهٔ (۶-۹۶) عبارت است از:

$$\xi_{0,s}(\mathbf{r}) = A_E e^{-ik(x^2+y^2)/2q(z)} e^{-ip(z)} \qquad (۶-۹۹)$$

در رابطهٔ فوق A_E عددی ثابت است و توابع $p(z)$ و $q(z)$ می‌باید تعیین شوند. اگر

$$\frac{1}{q} = -\frac{2i}{kw^2} = -\frac{i\lambda}{\pi w^2} \qquad (۶-۱۰۰)$$

آنگاه شدت میدان الکتریکی، دارای الگویی مشابه با شدت پرتو گوسین (رابطهٔ (۶-۹۸)) خواهد بود. کمیت $q(z)$ پارامتر q [1] نامیده می‌شود. رابطهٔ (۶-۹۹) با این احتمال نوشته شده است که اندازهٔ نقطهٔ[2] پرتو گوسین می‌تواند در طول انتشار تغییر کند؛ یعنی همان چیزی که در پرتوهای واقعی لیزر مشاهده می‌شود.

از رابطهٔ (۶-۹۹) داریم:

[1] q-Parameter [2] Spot Size

$$\frac{\partial \xi_{0,s}}{\partial z} = iA_E[-\frac{dp}{dz} + \frac{k}{2}(x^2+y^2)\frac{1}{q^2}\frac{dq}{dz}]e^{-ik(x^2+y^2)/2q(z)}e^{-ip(z)} \quad (۱۰۱-۶)$$

و

$$\nabla_T^2 \xi_{0,s} = A_E[-\frac{2ik}{q} - \frac{k^2}{q^2}(x^2+y^2)]e^{-ik(x^2+y^2)/2q(z)}e^{-ip(z)} \quad (۱۰۲-۶)$$

درنتیجه می‌توان نوشت:

$$\nabla_T^2 \xi_{0,s} - 2ik\frac{\partial \xi_{0,s}}{\partial z} = A_E\left[\frac{k^2}{q^2}(x^2+y^2)\left(\frac{dq}{dz}-1\right) - 2k\left(\frac{dp}{dz}+\frac{i}{q}\right)\right]e^{-ik(x^2+y^2)/2q(z)}e^{-ip(z)} \quad (۱۰۳-۶)$$

جواب پیشنهادی با شرایط داده‌شده در معادلهٔ موج پاراکسیال صدق می‌کند:

$$\frac{dq}{dz} = 1 \quad (۱-۱۰۴-۶)$$

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{i}{q} \quad (۲-۱۰۴-۶)$$

برای حل دو معادله داریم:

$$q(z) = q_0 + z \quad (۱۰۵-۶)$$

و

$$p(z) = -i\ln\frac{q_0+z}{q_0} \quad (۱۰۶-۶)$$

با توجه به اینکه q ممکن است عددی مختلط باشد، در آن صورت داریم:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)} \qquad (۱۰۷-۶)$$

که در آن، R و w حقیقی هستند.$R(z)$ و $w(z)$ به ترتیب معیاری از عرض پرتو و شعاع انحنای جبههٔ موج گوسین هستند. از معادلهٔ (۶-۱۰۷) می‌توان نوشت:

$$e^{-ik(x^2+y^2)/2q(z)} = e^{-ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w^2(z)} \qquad (۱۰۸-۶)$$

همچنین از معادلهٔ (۶-۱۰۶) داریم:

$$e^{-ip(z)} = \exp(-\ln\frac{q_0+z}{q_0}) = \frac{1}{1+z/q_0} = \frac{1}{1+z/R_0 - i\lambda z/\pi w_0^2} \qquad (۱۰۹-۶)$$

که در آن R_0 و w_0 مقادیر $R(z)$ و $w(z)$ در $z=0$ هستند. با توجه به اینکه در انتخاب $z=0$ آزاد هستیم، صفحهٔ $z=0$ را طوری انتخاب می‌کنیم که در این صفحه، مقدار R_0 بی‌نهایت بزرگ باشد؛ درنتیجه از معادلهٔ (۶-۱۰۷) داریم:

$$\frac{1}{q_0} = -\frac{i\lambda}{\pi w_0^2} \qquad (۱۱۰-۶)$$

برای معادلهٔ (۶-۱۰۷) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1/q_0}{1+z/q_0} = \frac{-i\lambda/\pi w_0^2}{1-iz\lambda/\pi w_0^2}$$
$$= \frac{-i\lambda/\pi w_0^2 + (1/z)\left(z\lambda/\pi w_0^2\right)^2}{1+\left(z\lambda/\pi w_0^2\right)^2} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \qquad (۱۱۱-۶)$$

با برابر قرار دادن مقادیر حقیقی و موهومی داریم:

$$R(z) = z + \frac{z_0^2}{z} \qquad (۶-۱۱۲-۱)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2 / z_0^2} \qquad (۶-۱۱۲-۲)$$

در مجموعه روابط (۶-۱۱۲):

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \qquad (۶-۱۱۳)$$

این پارامتر جدید، محدودهٔ رایلی[1] نام دارد [۱۸]. درنهایت معادلهٔ (۶-۱۰۹) برابراست با:

$$e^{-ip(z)} = \frac{1}{1 - iz / z_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + z^2 / z_0^2}} e^{i\phi_G(z)} \qquad (۶-۱۱۴)$$

که در آن:

$$\phi_G(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right) \qquad (۶-۱۱۵)$$

با توجه به معادلات به‌دست آمده، جواب معادلهٔ موج پاراکسیال به شکل داده‌شده است:

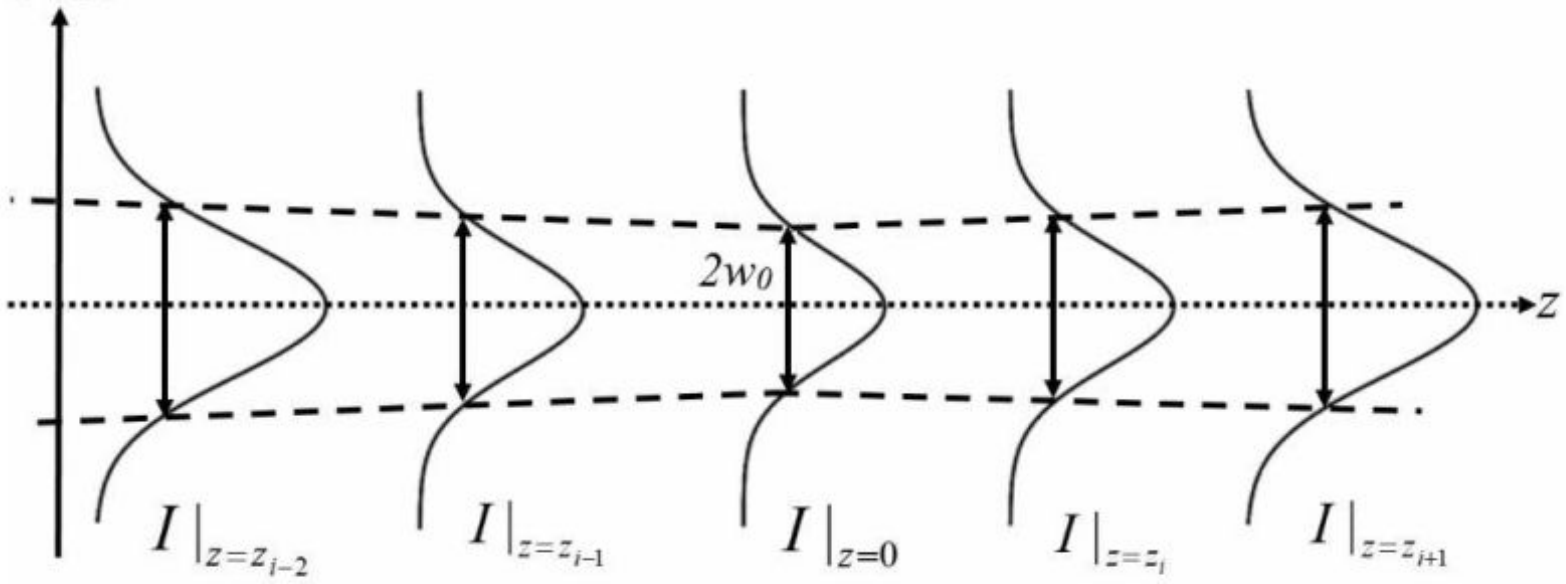
$$\xi_{o,s}(\mathbf{r}) = \frac{A_E e^{i\phi_G(z)}}{\sqrt{1 + z^2 / z_0^2}} e^{-ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w^2(z)} \qquad (۶-۱۱۶)$$

[1] Rayleigh Range

طبق شکل ۶-۲۹، که جبههٔ موج گوسین را به‌همراه اندازهٔ نقطه در صفحات مختلف نشان می‌دهد، اندازهٔ نقطه در صفحهٔ $z=0$ به کمترین مقدار خود (w_0) می‌رسد، که آن را کمربند پرتو[1] می‌نامند[۱۸]. اندازهٔ نقطه در محدودهٔ رایلی برابراست با:

$$w(z_0) = w_0\sqrt{2} \qquad (۱۱۷-۶)$$

عمق کانونی[2] دو برابر محدودهٔ رایلی،$2z_0$، است.



شکل ۶-۲۹: جبههٔ موج گوسین به‌همراه اندازهٔ نقطه در صفحات مختلف.

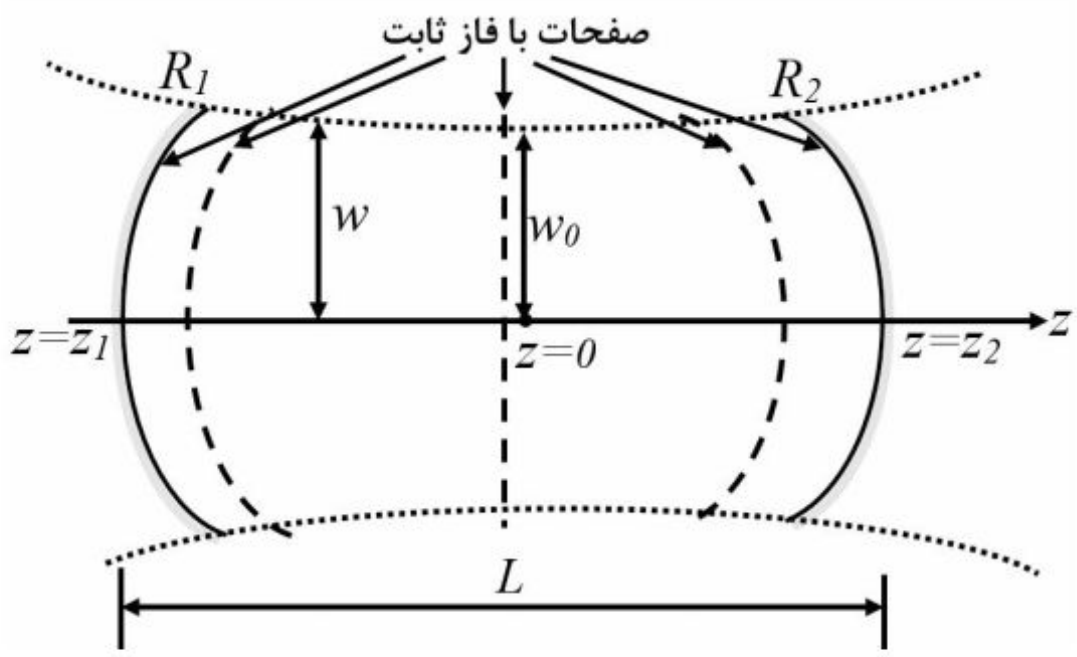
۶-۴-۵-۳-۲. مدهای پرتو گوسین

پیش ازاین گفتیم که پرتو گوسین با انتشار تغییر نمی‌کند و همچنان یک پرتو گوسین باقی می‌ماند و تنها عرض و شعاع انحنای پرتو دستخوش تغییر می‌شود. با برخورد موج گوسین به آینهٔ کروی و لنز، عرض تابع توزیع شدت پرتو دچار تغییر نمی‌شود و تنها شعاع انحنای جبههٔ موج تغییر می‌کند. برای بررسی آثار ناشی از آینه‌های کروی و لنزهای نازک بر مشخصات موج گوسین، به مرجع [۱۸] مراجعه شود. درصورتی‌که شعاع انحنای پرتو گوسین در محل هر آینه برابر با شعاع انحنای آن آینه باشد، پرتو گوسین متناظر با یک مد عرضی کاواک است و در غیراین‌صورت آینه، شعاع انحنای پرتو را درنتیجهٔ بازتاب پرتو تغییر می‌دهد

---

[1] Beam Waist [2] Depth of Focus

و مد تشکیل نمی‌شود. طبق شکل ۶-۳۰ دو آینه با شعاع‌های انحنای مشخص‌شده در فاصلهٔ L از هم قرارگرفته‌اند.



شکل ۶-۳۰: دو آینه با شعاع‌های انحنای مشخص در فاصلهٔ L از هم قرارگرفته‌اند. جبهه‌های موج گوسین.

برای شعاع انحنای پرتو گوسین در آینهٔ سمت چپ بنابر رابطهٔ (۶-۱۱۲-۱) داریم:

$$R(z_1) = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1} \qquad (۱۱۸-۶)$$

که در آن، z_0 محدودهٔ رایلی و z_1 محل قرارگرفتن آینه نسبت به کمربند پرتو است؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$R(z_1) = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1} = -R_1 \qquad (۱۱۹-۶)$$

به‌صورت مشابه برای آینهٔ سمت راست داریم:

$$R(z_2) = z_2 + \frac{z_0^2}{z_2} = R_2 \qquad (۱۲۰-۶)$$

برای فاصله میان آینه‌ها نیز داریم:

$$z_2 - z_1 = L \qquad (۱۲۱-۶)$$

از حل سه معادلهٔ اخیر پارامترهای z_0 ،z_1 و z_2 به‌دست می‌آیند:

$$z_1 = \frac{-L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \qquad (۱-۱۲۲-۶)$$

$$z_2 = \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \qquad (۲-۱۲۲-۶)$$

$$z_0^2 = \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2} \qquad (۳-۱۲۲-۶)$$

درنتیجه کمینه مقدار اندازهٔ نقطه برابراست با:

$$w_0 = \frac{(\lambda / \neq)^{1/2}[L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)]^{1/4}}{(R_1 + R_2 - 2L)^{1/2}} \qquad (۱۲۳-۶)$$

برای اندازهٔ نقطه در محل هر آینه داریم:

$$w_s = w_0\sqrt{1 + \frac{z_s^2}{z_0^2}} \qquad ; s = 1,2 \qquad (۱۲۴-۶)$$

با توجه به اینکه کمربند پرتو همیشه یک مقدار مثبت است؛ لذا به این نتیجه می‌رسیم:

$$0 \text{ ″ } \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \text{ ″ } 1 \qquad (۱۲۵-۶)$$

که شرط محدودیت نامیده می‌شود و با تعریف پارامتر g_M[1] برای هر آینه:

$$g_{M,s} = 1 - \frac{L}{R_s} \quad ; s = 1,2 \qquad (۱۲۶-۶)$$

برای شرط محدودیت داریم:

$$0 \leq g_{M1} g_{M2} \leq 1 \qquad (۱۲۷-۶)$$

در این شرایط گفته می‌شود که کاواک پایدار است.

برای کاواک متقارن با آینه‌های کروی ($R_1=R_2=|R|$)، که در $z_1=-L/2$ و $z_2=L/2$ قرار گرفته‌اند، از روابط (۶-۱۲۲-۳) و (۶-۱۲۳) داریم:

$$z_0 = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{2|R|}{L} - 1} \qquad (۱-۱۲۸-۶)$$

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda L}{2\pi}\right)\sqrt{\frac{2|R|}{L} - 1} \qquad (۲-۱۲۸-۶)$$

و از شرط محدودیت داریم (به تمرین ۶-۴ مراجعه شود):

$$0 \leq \frac{L}{|R|} \leq 2 \qquad (۱۲۹-۶)$$

در کاواک مبتنی بر آینه‌های کروی متقارن کانفوکال[2]، $L=|R|$، از روابط (۶-۱۲۸) می‌توان نوشت:

---

[1] g-Parameter

[2] Symmetric Confocal

$$z_0 = \frac{L}{2} \qquad (۱-۱۳۰-۶)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\neq}} \qquad (۲-۱۳۰-۶)$$

برای کاواک با آینه‌های هم‌مرکز[1]، $L=2|R|$، اندازهٔ نقطه صفر می‌شود و مقدار اندازهٔ نقطه در محل هر آینه بی‌نهایت می‌شود. دراین‌حالت مدهای پشتیبانی‌شده توسط کاواک به جای گوسین، کروی هستند.

به‌دلیل اینکه سطوح آینه‌ها منطبق بر جبهه‌های موج گوسین هستند، تمامی نقاط روی سطح هر آینه هم فاز هستند. فاز میدان مد گوسین در راستای محور نوری ($r=x^2+y^2=0$) برابراست با:

$$\theta_G(z) = -kz + \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right) \qquad (۱۳۱-۶)$$

زمانی‌که پرتو از آینهٔ اول (سمت چپ) به سمت آینهٔ دوم (سمت راست) درحال انتشار است، تغییرات فاز برابراست با:

$$\theta_G(z_2) - \theta_G(z_1) = -k(z_2 - z_1) + \tan^{-1}\left(\frac{z_2}{z_0}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{z_1}{z_0}\right) \qquad (۱۳۲-۶)$$

درنتیجه در یک رفت و برگشت کامل برای تغییر فاز داریم:

$$2\left[\tan^{-1}\left(\frac{z_2}{z_0}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\right] - 2k(z_2 - z_1) \qquad (۱۳۳-۶)$$

شرط تشکیل مد آن است که تغییر فاز در یک رفت و برگشت کامل مضرب صحیحی از 2π

[1] Concentric Mirrors

باشد:

$$\left[\tan^{-1}\left(\frac{z_2}{z_0}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\right]-k(z_2-z_1)=\neq m \quad ;m=0,\pm1,\pm2,... \qquad (۱۳۴-۶)$$

درنتیجه فرکانس مدهای مجاز برابراست با [۱۸]:

$$\vartheta_m=\frac{c}{2L}\left(m+\frac{1}{\neq}\cos^{-1}\sqrt{g_{M1}g_{M2}}\right) \qquad (۱۳۵-۶)$$

از رابطهٔ (۶-۱۳۵) شرط پایداری کاواک به‌دست می‌آید. فاصلهٔ میان دو فرکانس مجاور $c/2L$ است. اگر آینه‌ها تخت باشند، شعاع انحنای آن‌ها بی‌نهایت است و پارامتر g_M مربوط به آینه‌ها برابر یک است، دراین‌صورت رابطهٔ (۶-۱۳۵) به رابطهٔ (۶-۶۶) ساده می‌شود. دقت شود که فاصلهٔ فرکانسی مدهای مجاور با وجود آینه‌های تخت و کروی، همان $c/2L$ است.

مثال ۶-۸: در شکل ۶-۳۰ آینه‌های کاو متقارن کانفوکال هستند و به فاصلهٔ $16\ cm$ از هم قرارگرفته‌اند. با درنظرگرفتن ضریب شکست واحد برای ناحیهٔ فعال، مطلوب است محاسبهٔ: الف) شعاع انحنای آینه‌ها؛ ب) تعیین تمامی فرکانس‌هایی که در بازهٔ فرکانسی $500\ MHz$ تا $4\ GHz$ قرار می‌گیرند.

حل:

الف) آینه‌های کاو متقارن کانفوکال هستند؛ درنتیجه شعاع انحنای آینه‌ها برابر با فاصلهٔ دو آینه از هم است و $R=L=16\ cm$.

ب) پارامتر g_M هر آینه از رابطهٔ (۶-۱۲۶) صفر است. فاصلهٔ فرکانسی مدهای مجاور $\vartheta_F=\frac{3\times10^8\ (m/s)}{2\times16\ (cm)}=937.5\ MHz$ و از رابطهٔ (۶-۱۳۵) فرکانس‌های مدهای مجاز $\vartheta_m=937.5MHz\,(m+\frac{1}{2})$ است؛ بنابراین فرکانس مدهای مجاز در بازهٔ موردنظر عبارتند از: $1.406\ GHz$، $2.343\ GHz$ و $3.281\ GHz$. پرتو گوسین در رابطهٔ (۶-۹۹) یک جواب از معادلهٔ موج پاراکسیال است. این حل تنها جواب معادلهٔ موج پاراکسیال نیست. جواب کلی برای معادلهٔ موج پاراکسیال چنان معرفی می‌شود که پرتو گوسین حالتی خاص از آن است.

این جواب کلی به مدهای پرتو گوسین-هرمیتی[1] مربوط می‌شوند و برای فرکانس مجاز این مدها داریم [۱۸]:

$$\vartheta_{tms} = \frac{c}{2L}[t + \frac{1}{\neq}(m + s + 1)\cos^{-1}\sqrt{g_{M1}g_{M2}}] \qquad (۱۳۶-۶)$$

یک مد گوسین با سه عدد صحیح m،t وs مشخص می‌شود. مدهای گوسین- هرمیتی، که در ازای مقادیر مختلف از m و s مشخص می‌شوند، مدهای عرضی مختلفی را ایجاد می‌کنند و الگوی شدت عرضی مدها نسبت به محور نوری متفاوت است. مدهای طولی مربوط به مقادیر مختلف از t هستند؛ درنتیجه هر مد عرضی مشخص به مدهای مختلف طولی مربوط می‌شود و بالعکس. پرتو گوسین کمترین مرتبه یا مد مرتبهٔ صفر گوسین- هرمیتی است. مشخصهٔ عرضی یک مد گوسین معمولاً با یک مد الکترومغناطیسی عرضی از مرتبهٔ (m,s) (TEM_{ms}) تعیین می‌شود. پرتو گوسین مد TEM_{00} است، که شدت آن در شکل ۶-۲۸ نشان داده شده است. جواب دیگری از معادلهٔ موج پاراکسیال از حل معادله در مختصات استوانه‌ای به‌دست می‌آید و مدهای به‌دست‌آمده مدهای گوسین-لاگرانژ هستند و هر مد گوسین- لاگرانژ به‌صورت ترکیب خطی از مدهای گوسین- هرمیتی بیان می‌شود. خواننده برای مطالعهٔ بیشتر در خصوص مدهای گوسین- هرمیتی و گوسین- لاگرانژ می‌تواند به مرجع [۱۸] پایان فصل مراجعه کند.

۶-۵. دیود لیزری

دیود لیزری تشابه زیادی به دیود نورگسیل دارد، که در فصل پنجم مورد مطالعه قرارگرفت. در هر دو قطعه، منبع انرژی، جریان الکتریکی تزریقی به یک اتصال p-n است. باوجوداین، تولید نور از یک دیود نورگسیل به‌واسطهٔ گسیل خودبه‌خودی و برای یک دیود لیزری ناشی از گسیل برانگیخته است. دیودهای لیزری نسبت به انواع دیگری از لیزر دارای مزایایی از قبیل توان بالا، بازده بالا، ابعاد کوچک، سازگاری با ادوات الکترونیکی و سهولت در پمپینگ و مدولاسیون به‌وسیلهٔ جریان الکتریکی تزریقی است. به‌دلیل اینکه در لیزرهای نیمه‌هادی،

---

[1] Hermite-Gaussian Modes

گذار حامل‌ها بین دو باند انرژی اتفاق می‌افتد تا دو تراز انرژی گسسته، این دسته از لیزرها دارای طیف فرکانسی گسترده‌تر نسبت به سایر لیزرها هستند. این درحالیست‌که پهنای باند گسترده و همدوسی پایین این قبیل دیودها در کاربردهایی خاص می‌تواند مضر باشد [۱۹]. در ادامه دیود لیزری مبتنی بر ساختارهای ناهمگون مضاعف را مطالعه می‌کنیم.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های این دسته از ساختارها، حبس حامل‌ها و نور تولیدی در یک لایه با گاف انرژی کوچک‌تر و ضریب شکست بزرگ‌تر است. در شکل ۵-۲۲ یک آرایش از دیود مبتنی بر پیوندهای ناهمگون مضاعف، که در آن نیمه‌هادی خالص و یا نیمه‌هادی با ناخالصی کم با گاف انرژی کوچک که میان دو نیمه‌هادی نوع n و p با گاف انرژی بزرگ‌تر قرارگرفته است، نشان داده شده است. ناحیه با گاف انرژی کوچک را ناحیهٔ فعال می‌نامند. نمودار نوار انرژی، ضریب شکست و میدان الکتریکی ساختار در حالت تعادل در راستای عمود بر اتصال (راستای x) نیز مشخص شده است. به‌دلیل گاف انرژی بزرگ لایه‌های پوشش، نور تولیدی در ناحیهٔ فعال دارای انرژی کافی برای جذب در لایه‌های پوشش نیست. با اعمال بایاس مستقیم به ساختار الکترون‌ها از نیمه‌هادی نوع n و حفره‌ها از نیمه‌هادی نوع p به ناحیهٔ فعال تزریق می‌شوند. در این شرایط حامل‌ها در ناحیهٔ فعال حبس می‌شوند و احتمال بازترکیب افزایش می‌یابد؛ ازسوی‌دیگر، با توجه به اینکه ضریب شکست ناحیهٔ فعال بزرگ‌تر از ضریب شکست لایه‌های مجاور است؛ بنابراین ساختار مانند یک موج‌بر دی‌الکتریک عمل می‌کند و نور تولیدی از بازترکیب حامل‌ها در ناحیهٔ فعال محبوس می‌شود و درنهایت وجود پیوند مضاعف به بازده و تشعشع بزرگ می‌انجامد.

پارامترهای اثرگذار بر عملکرد قطعه شامل جذب فوتون‌های تولیدی در ناحیهٔ فعال (جذب خودی)، بازترکیب حامل‌ها در مرزهای مشترک ساختمان ناهمگون، چگالی حامل‌های تزریقی، غلظت ناخالصی ناحیهٔ فعال و ضخامت لایهٔ فعال است. لازم به ذکر است که در ساختار به‌واسطهٔ گسیل گرمایونی[1] حامل‌های ناحیهٔ فعال با انرژی بزرگ‌تر از سد پتانسیل به نواحی مجاور، جریان نشتی به‌وجود می‌آید. در شرایط مطلوب تمامی حامل‌هایی که در جریان شرکت می‌کنند، در ناحیهٔ فعال بازترکیب می‌شوند، درحالیکه در عمل تنها کسری از جریان تزریقی (بازده تزریق[2] η_{inj}) در بازترکیب شرکت می‌کند. درواقع به‌دلیل وجود جریان نشتی، تمامی حامل‌های تزریقی در بازترکیب شرکت نمی‌کنند.

---

[1] Thermionically

[2] Injection Efficiency

در شرایط تزریق بالا، تغییرات چگالی حامل‌های تزریقی تقریباً برابر با چگالی حامل‌های تزریقی در ناحیهٔ فعال است و داریم $\varnothing n \Subset n$؛ ازطرفی خنثی بودن بار ایجاب می‌کند که چگالی الکترون‌ها و حفره‌های تزریقی به ناحیهٔ فعال با هم برابر باشند ($n=p$)؛ بنابراین در محاسبات، تنها چگالی الکترون‌ها را درنظرمی‌گیریم.
معادلهٔ نرخ در ساختار ناهمگون مضاعف به شکل داده‌شده بیان می‌شود:

$$\frac{dn}{dt} = R_{inj} - R_{rec} \qquad (۱۳۷-۶)$$

نرخ تولید R_{inj}، در معادلهٔ نرخ مربوط به جریان تزریقی و نرخ بازترکیب متشکل از بازترکیب‌های تابشی، غیرتابشی و جریان نشتی است. با توجه به اینکه تعداد الکترون‌های تزریقی به ناحیهٔ فعال در واحد زمان برابر با $\eta_{inj} I_D/e$ است؛ درنتیجه نرخ تزریق حامل‌ها در حجم V_D برابراست با:

$$R_{inj} = \frac{\eta_{inj} I_D}{eV_D} \qquad (۱۳۸-۶)$$

عبارت بازترکیب اندکی پیچیده‌تر است. این عبارت شامل نرخ گسیل خودبه خودی تابشی $R_{SP}=R_{rad}$ و نرخ بازترکیب غیرتابشی R_{nonrad} است. اگر سد پتانسیل به اندازه کافی بزرگ نباشد نرخ جریان نشتی R_L، نیز می‌باید لحاظ شود؛ علاوه‌براین، نرخ خالص بازترکیب برانگیخته R_{st}، متشکل از جذب و گسیل برانگیخته حائز اهمیت است؛ درنتیجه می‌توان نوشت:

$$R_{rec} = R_{rad} + R_{nonrad} + R_L + R_{st} \qquad (۱۳۹-۶)$$

در رابطهٔ داده‌شده سه عبارت نخست بیانگر نرخ طبیعی کاهش حامل‌هاست و فرایند چهارم نیازمند حضور فوتون است. در فرایندهای طبیعی، کاهش حامل‌ها با طول عمر حامل τ، بیان می‌شود:

$$\frac{n}{\tau} \equiv R_{rad} + R_{nonrad} + R_L \qquad (۱۴۰-۶)$$

درنتیجه برای معادلهٔ نرخ داریم:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\eta_{inj} I_D}{eV_D} - \frac{n}{\tau} - R_{st} \qquad (۱۴۱-۶)$$

در شرایط تزریق بالا، مقدار بازترکیب و درنتیجه طول عمر حامل، تابعی از غلظت حامل‌هاست (روابط بخش ۵-۲):

$$R_{rec} = Bn^2 + (A_e n + C^{AU} n^3) + R_L + R_{st} \qquad (۱۴۲-۶)$$

همچنانکه در فصل پنجم نیز اشاره شد، عبارت نخست بیانگر نرخ بازترکیب تابشی ناشی از گسیل خودبه‌خودی است و عبارت داخل پرانتز، مربوط به نرخ بازترکیب غیرتابشی است؛ ازسوی‌دیگر در ناحیهٔ فعال غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها را برابر درنظرگرفته‌ایم؛ به همین دلیل مقادیر بازترکیب تنها برحسب غلظت یک نوع حامل (الکترون) نوشته شده است. برای طول عمر حامل‌ها در ناحیهٔ فعال داریم:

$$\tau = [A_e + Bn + C^{AU} n^2 + R_L]^{-1} \qquad (۱۴۳-۶)$$

در دیودهای لیزری علاوه‌بر نرخ بازترکیب، با مقدار خالص برانگیختگی نیز روبرو هستیم؛ لذا باید مشابه با معادلهٔ نرخ حامل‌ها، معادلهٔ نرخ فوتون‌های داخل کاواک (n_{ph}) نیز نوشته شود [۱۹]:

$$\frac{dn_{ph}}{dt} = \Gamma R_{st} + \Gamma \beta_{sp} R_{sp} - \frac{n_{ph}}{\tau_{ph}} \qquad (۱۴۴-۶)$$

در رابطهٔ (۶-۱۴۴) ، β_{sp} ضریب گسیل خودبه‌خودی[1] است و بیانگر درصد گسیل خودبه-خودی پیوندی به مدهای لیزر است. Γ ضریب انحصار[2] و نشان‌دهندهٔ میزان محصورشدگی میدان نوری در هستهٔ موجبر دی الکتریک یا ناحیهٔ فعال است و به‌صورت نسبت شدت میدان داخل هسته به شدت میدان در کل ساختار تعریف می‌شود [۱۹]:

$$\Gamma = \frac{\iint_{inside} |\xi(x,y)|^2 dxdy}{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int |\xi(x,y)|^2 dxdy} \qquad (۱۴۵-۶)$$

عبارت سوم سمت راستِ رابطهٔ (۶-۱۴۴)، بیانگر تلفات فوتون‌های تولیدی در کاواک است و مشابه با طول عمر حامل‌ها ، τ_{ph} طول عمر فوتون‌های تولیدی را مشخص می‌کند. بدون حضور منابع تولید فوتون، چگالی فوتون‌ها کاهش می‌یابد:

$$n_{ph} = n_{ph}(0)e^{-t/\tau_{ph}} \qquad (۱۴۶-۶)$$

طبق رابطهٔ (۶-۲۹)، شدت پرتو نوری با عبور از محیط بهره، به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد؛ بنابراین با عبور نور از محیط بهره به مسافت dx، جمعیت فوتون‌ها از n_{ph} به $n_{ph}+dn_{ph}$، افزایش می‌یابد و داریم:

$$n_{ph} + dn_{ph} = n_{ph}e^{k_g dx} \approx n_{ph}(1 + k_g dx) \qquad (۱۴۷-۶)$$

ازسوی‌دیگر فوتون‌ها مسافت dx را در زمان dt با سرعت گروه v_g می‌پیمایند ($dx=v_g dt$)، و درنهایت برای نرخ تولید فوتون‌ها در واحد حجم می‌توان نوشت:

$$\frac{dn_{ph}}{dt} = R_{st} = v_g k_g n_{ph} \qquad (۱۴۸-۶)$$

---

[1] Spontaneous Emission Factor

[2] Confinement Factor

در معادلات، برای سادگی $\Gamma=1$ فرض شده است. درنهایت معادلات نرخ در دیود لیزری، که دو معادلهٔ تجمیعی هستند، بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\eta_{inj} I_D}{eV_D} - \frac{n}{\tau} - v_g k_g n_{ph} \qquad (۱-۱۴۹-۶)$$

$$\frac{dn_{ph}}{dt} = \Gamma v_g k_g n_{ph} + \Gamma \beta_{sp} R_{sp} - \frac{n_{ph}}{\tau_{ph}} \qquad (۲-۱۴۹-۶)$$

در شرایط ماندگار و با توجه به اینکه میزان کوپلینگ گسیل خودبه‌خودی به مدهای لیزر کوچک است (β_{sp} کوچک) معادلهٔ مدیریت‌کنندهٔ جمعیت فوتون‌ها ساده می‌شود:

$$\Gamma k_{g-th} = \frac{1}{v_g \tau_{ph}} \qquad (۱۵۰-۶)$$

که عبارت سمت چپ در رابطهٔ (۶-۱۵۰) را بهرهٔ مدی[1] می‌نامند. همان‌گونه‌که در ابتدای فصل اشاره شد، بهرهٔ مدی در آستانهٔ لیزینگ باید با تلفات ناحیهٔ فعال و تلفات آینه‌ها برابر باشد:

$$\Gamma k_{g-th} = \alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2} \qquad (۱۵۱-۶)$$

و

$$k_{g-th} = \frac{\alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}}{\Gamma} \qquad (۱۵۲-۶)$$

همچنین برای معادلهٔ مدیریت‌کنندهٔ جمعیت حامل‌ها در شرایط ماندگار از روابط (۶-۱۴۰) و (۶-۱۴۹-۱) داریم:

---

[1] Modal Gain

$$\frac{\eta_{inj} I_{D-th}}{eV_D} = \frac{n_{th}}{\tau} = R_{rad} + R_{nonrad} + R_L \qquad (۱۵۳-۶)$$

لازم به ذکر است که در آستانه و زیرآستانهٔ لیزینگ، جمعیت فوتون‌ها کوچک است و از عبارت سومِ رابطهٔ (۶-۱۴۱) چشم‌پوشی شده است.

همچنین در اوایل فصل اشاره شد که در شرایط بالاتر از آستانهٔ بهره، جمعیت حامل‌ها با مقادیر مربوطه در آستانه برابراست. با افزایش جریان از جریان آستانه ($I_D > I_{D-th}$) معادلهٔ (۶-۱۴۹-۱) در حالت ماندگار برابراست با:

$$\frac{\eta_{inj} I_D}{eV_D} - \frac{n_{th}}{\tau} - v_g k_{g-th} n_{ph} = 0 \qquad (۱۵۴-۶)$$

از ترکیب معادلات (۶-۱۵۳) و (۶-۱۵۴) داریم:

$$\frac{\eta_{inj}(I_D - I_{D-th})}{eV_D v_g k_{g-th}} = n_{ph} \qquad (۱۵۵-۶)$$

به کمک روابط (۶-۱۵۰) و (۶-۱۵۱) برای طول عمر فوتون‌ها داریم:

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = \Gamma k_{g-th} v_g = v_g(\alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}) \qquad (۱۵۶-۶)$$

مقدار انرژی ذخیره‌شده در کاواک با حاصل‌ضرب چگالی فوتون‌های تولیدی در انرژی هر فوتون در حجم مؤثر کاواک برابراست؛ درنتیجه داریم:

$$w_{stored} = n_{ph} \times h\vartheta \times V_{C-eff} \qquad (۱۵۷-۶)$$

ازآنجاکه میدان نوری کاملاً در ناحیهٔ فعال محصور نمی‌شود؛ درنتیجه حجم مؤثر کاواک با حجم واقعی کاواک متفاوت است و $\Gamma = V_C/V_{C-eff}$. برای محاسبهٔ توان خروجی دیود لیزری

کافیست انرژی ذخیره‌شده را در مقدار اتلاف انرژی توسط آینه‌ها ضرب کنیم $v_g(\alpha_{M1}+\alpha_{M2})$ درنتیجه با جاگذاری روابط (۶-۱۵۵) و (۶-۱۵۶) در (۶-۱۵۷) داریم:

$$P_{LD} = \eta_{inj} \frac{h\vartheta}{e} \left(\frac{\alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}}{\alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}} \right) (I_D - I_{D-th}) \quad ; I_D > I_{D-th} \qquad (۱۵۸-۶)$$

در پایین‌تر از شرایط آستانه، گسیل خودبه‌خودی مکانیزم غالب خواهد بود و در شرایط ماندگار از معادلهٔ (۶-۱۴۹-۲) صرف‌نظر از نرخ گسیل برانگیخته، جمعیت فوتون‌ها برابراست با:

$$n_{ph} = \Gamma \beta_{sp} R_{sp} \tau_{ph} \qquad ; I_D < I_{D-th} \qquad (۱۵۹-۶)$$

از ترکیب روابط (۶-۱۵۱)، (۶-۱۵۳)، (۶-۱۵۷) و (۶-۱۵۹) داریم:

$$P_{LD} = \eta_{inj} \eta_{rad} \frac{h\vartheta}{e} \left(\frac{\alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}}{\alpha_s + \alpha_{M_1} + \alpha_{M_2}} \right) \beta_{sp} I_D \quad ; I_D < I_{D-th} \qquad (۱۶۰-۶)$$

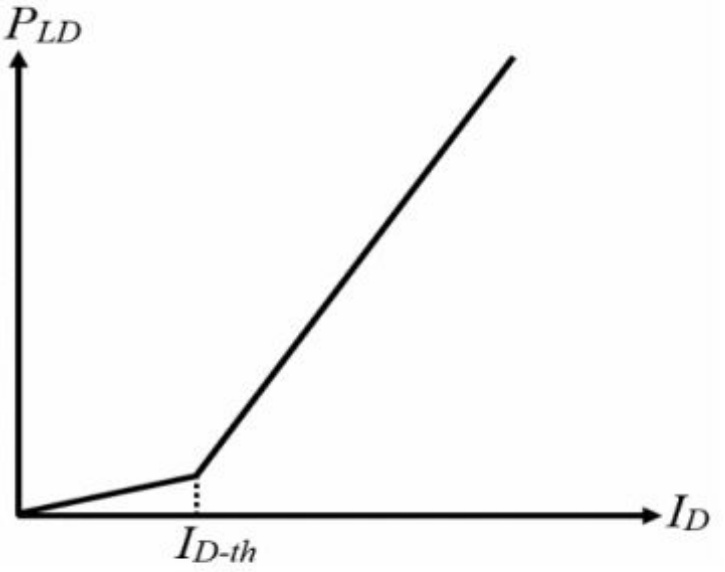
که در آن η_{rad}، بازده بازترکیب تابشی است:

$$\eta_{rad} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{nonrad} + R_L} \qquad (۱۶۱-۶)$$

بازده تفاضلی کوانتومی خارجی دیود لیزری در بالاتر از شرایط آستانه به‌صورت داده‌شده تعریف می‌شود[۱۹]:

$$\eta_d = \frac{dP_{LD} / dI_D}{h\vartheta / e} = \eta_{inj} \frac{\alpha_{M1} + \alpha_{M2}}{\alpha_{M1} + \alpha_{M2} + \alpha_s} \qquad ; I_D > I_{D-th} \qquad (۱۶۲-۶)$$

نمودار توان خروجی برحسب جریان در شکل ۶-۳۱ نشان داده شده است. آن‌گونه‌که از نمودار واضح است، دیودهای لیزری در زیرآستانه نیز توانایی تولید نور دارند. نور تولیدی در این حالت ناشی از گسیل خودبه‌خودی در ساختار است. دیود لیزری در این ناحیه، مانند یک دیود نور گسیل لبه‌ای عمل می‌کند. در بالاتر از آستانه، بخش بزرگی از نور تولیدی دیود لیزری ناشی از گسیل برانگیخته است.



شکل ۶-۳۱: نمودار توان خروجی دیود لیزری برحسب جریان.

مثال ۶-۹: برای یک لیزر نیمه‌هادی، که در طول موج $1.33\ \mu m$ کار می‌کند، تلفات داخلی $6\ cm^{-1}$ است و آینه‌ها مشابه و دارای ضریب انعکاس 0.35 هستند. با فرض اینکه بازده تزریق ساختار 0.65 باشد، مطلوب است: الف) بازده تفاضلی کوانتومی خارجی را برحسب طول کاواک تعیین کنید و معکوس بازده تفاضلی کوانتومی خارجی را برحسب طول کاواک ترسیم کنید؛ ب) تعیین بازده تفاضلی کوانتومی خارجی درصورتی‌که طول کاواک $500\ \mu m$ باشد؛ ج) محاسبهٔ بهرهٔ مدی؛ د) با فرض اینکه جریان آستانه $0.35\ mA$ باشد، توان خروجی لیزر را درشرایطی‌که جریان تزریقی $0.45\ mA$ است، محاسبه کنید؛ ه) تعیین توان خروجی قطعه در جریان $0.25\ mA$، اگر بازده تابشی 0.255 باشد ($\beta sp=10^{-5}$).

حل:

الف) تلفات در آینه‌ها از روابط (۶-۳۵) تعیین می‌شوند و با توجه به اینکه آینه‌ها مشابه هستند، داریم $\alpha_{M1} + \alpha_{M2} = \frac{1}{L}\ln(\frac{1}{R_1})$؛ بنابراین رابطهٔ (۶-۱۶۲) را می‌توان برحسب طول کاواک نوشت:

$$\eta_d = \eta_{inj} \frac{\ln(1/R)}{\ln(1/R) + L\alpha_s}$$

$$\eta_d^{-1} = \frac{1}{\eta_{inj}} \times \frac{\ln(1/0.35) + L \times 6\ (cm^{-1})}{\ln(1/0.35)} = 1.5384\ + L \times 8.792\ (cm^{-1})$$

ب) بنابراین برای بازده تفاضلی کوانتومی خارجی داریم:

$$\eta_d = \frac{1}{1.5384\ + 500\ (\mu m) \times 8.792\ (cm^{-1})} = 50.55\%$$

ج) بهرهٔ مدی از رابطهٔ (۶-۱۵۱) تعیین می‌شود و می‌توان نوشت:

$$\Gamma k_{g-th} = 6\ (cm^{-1}) + \frac{1}{500\ (\mu m)} \ln(\frac{1}{0.35}) \approx 27\ (cm^{-1})$$

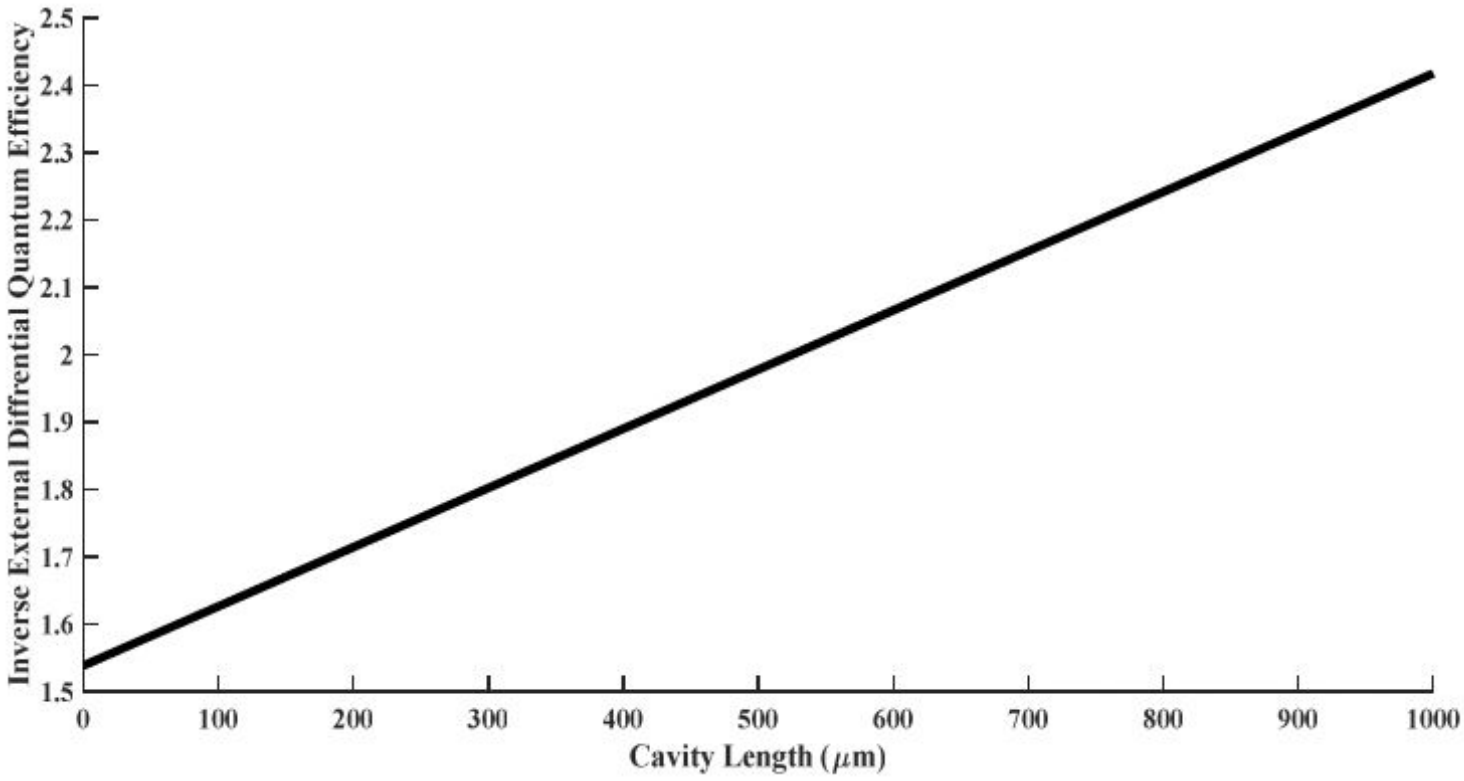
د) توان خروجی از رابطهٔ (۶-۱۵۸) محاسبه می‌شود:

$$P_{LD} = 0.65 \frac{6.63 \times 10^{-34}\ (J.s) \times 3 \times 10^{8}\ (m/s)}{1.6 \times 10^{-19}\ (C) \times 1.33\ (\mu m)}$$
$$\times \frac{12\ (cm^{-1})}{27\ (cm^{-1})} (0.45\ (mA) - 0.35\ (mA)) = 27\ \mu W$$

ه) از رابطهٔ (۶-۱۶۰) توان خروجی در پایین‌تر از شرایط آستانه تعیین می‌شود:

$$P_{LD} = 0.65 \times 0.255 \times \frac{6.63 \times 10^{-34}\ (J.s) \times 3 \times 10^{8}\ (m/s)}{1.6 \times 10^{-19}\ (C) \times 1.33\ (\mu m)}$$
$$\times \frac{12\ (cm^{-1})}{27\ (cm^{-1})} \times 10^{-5} \times 0.25\ (mA) = 172\ \ pW$$

آن‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، با توجه به محدود شدن نور تولیدی به‌واسطهٔ گسیل خود-به‌خودی در پایین‌تر از جریان آستانه، مقدار توان خروجی در پایین‌تر از جریان آستانه، بسیار کوچک‌تر از توان خروجی در جریان‌های بزرگ‌تر از جریان آستانه است.



شکل ۶-۳۲: معکوس بازده تفاضلی کوانتومی خارجی برحسب طول کاواک.

مثال ۶-۱۰: اطلاعات داده‌شده مربوط به یک دیود لیزری است که در طول موج $1.55\ \mu m$ کار می‌کند. با فرض اینکه تلفات مربوط به آینه‌ها و تلفات داخلی $20\ cm^{-1}$، بازده تزریق 70% و جریان آستانه $36\ mA$ باشد، جمعیت فوتون‌ها را در پایین‌تر از شرایط آستانه و بالاتر از شرایط آستانه در جریان $40\ mA$ تعیین کنید.

$$V_D = 3\times10^{-11}\ cm^3, \tau_{ph} = 1.69\ ps, \Gamma = 0.2, v_g = 8.33\times10^9\ cm/s$$
$$, a_g = 9.9\times10^{-16}\ cm^2, \beta_{sp} = 3\times10^{-5}, R_{sp} = 1.18\times10^{12}\ cm^{-3}s^{-1}$$

حل:

جمعیت فوتون‌ها در پایین‌تر از شرط آستانه از رابطه (۶-۱۵۹) محاسبه می‌شود:

$$n_{ph} = 0.2\times3\times10^{-5}\times1.18\times10^{12}\ (cm^{-3}s^{-1})\times1.69\ (ps) = 1.196\times10^{-5}\ (cm^{-3})$$

برای جمعیت فوتون‌ها در بالاتر از آستانه از ترکیب روابط (۶-۱۵۵) و (۶-۱۵۶) داریم:

$$n_{ph} = \frac{\Gamma \eta_{in}(I_D - I_{D-th})}{eV_D v_g(\alpha_s + \alpha_{M1} + \alpha_{M2})}$$
$$= \frac{0.2 \times 70\% \times 4\,(mA)}{1.6\times10^{-19}\,(C) \times 3\times10^{-11}\,(cm^3) \times 8.33\times10^{9}\,(cm/s) \times 20\,(cm^{-1})}$$
$$= 7\times10^{14}\,(cm^{-3})$$

اعداد به‌دست‌آمده تأییدکنندهٔ آن است که جمعیت فوتون‌ها در پایین‌تر از آستانه و به تبع توان خروجی دیود لیزری بسیار کوچک است، درحالیکه در بالاتر از شرایط آستانه، جمعیت فوتون‌ها بزرگ و درنهایت توان خروجی مقدار بزرگ‌تری دارد.

۶-۵-۱. پاسخ فرکانسی

بالاتر از شرایط آستانه با اعمال جریان مستقیم به اندازهٔ I_{D0}، همراه با یک جریان متغیر سینوسی کوچک با دامنهٔ I_{D1} با فرکانس ω، جمعیت حامل‌ها و فوتون‌ها نیز از مقدار ثابت با فرکانس مذکور تغییر می‌کند؛ یعنی داریم:

$$I_D = I_{D0} + I_{D1}e^{j\omega t} \qquad (۶-۱۶۳-۱)$$

$$n = n_0 + n_1 e^{j\omega t} \qquad (۶-۱۶۳-۲)$$

$$n_{ph} = n_{ph0} + n_{ph1}e^{j\omega t} \qquad (۶-۱۶۳-۳)$$

در شرایط اعمال سیگنال کوچک، می‌توان بهره را به‌صورت تابعی خطی از تغییرات حامل‌ها درنظرگرفت $k_g = a_g \Delta n$، که در آن $a_g = \partial k_g / \partial n$. به‌علاوه فرض می‌کنیم که جریان مستقیم به اندازهٔ کافی بالاتر از جریان آستانه است، به‌گونه‌ای‌که بتوان از نرخ گسیل خودبه‌خودی چشم‌پوشی کرد؛ بنابراین برای معادلات نرخ (۶-۱۴۹) می‌توان نوشت:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\eta_{inj} I_D}{eV_D} - \frac{n}{\tau} - v_g (k_{g-th} + a_g \Delta n) n_{ph} \qquad (۱-۱۶۴-۶)$$

$$\frac{dn_{ph}}{dt} = \Gamma v_g (k_{g-th} + a_g \Delta n) n_{ph} - \frac{n_{ph}}{\tau_{ph}} \qquad (۲-۱۶۴-۶)$$

در معادلات (۶-۱۶۴) $\Delta n = n_1 e^{i\omega t}$ و بهرهٔ آستانه طبق رابطهٔ (۶-۱۵۰) با $[\Gamma v_g \tau_{ph}]^{-1}$ برابراست. مؤلفه‌های مستقیم معادلات فوق را در شرایط ماندگار برآورده می‌کند ($d/dt \to 0$). با عملیات جبری، مجموعه روابط (۶-۱۶۴) بازنویسی می‌شود (تمرین ۶-۶):

$$i\omega n_1 = \frac{\eta_{inj} I_{D1}}{eV_D} - \frac{n_1}{\tau} - \frac{n_{ph1}}{\Gamma \tau_{ph}} - v_g a_g n_1 n_{ph0} \qquad (۱-۱۶۵-۶)$$

$$i\omega n_{ph1} = \Gamma v_g a_g n_1 n_{ph0} \qquad (۲-۱۶۵-۶)$$

از معادلهٔ (۶-۱۶۵-۲) داریم:

$$n_1 = i\omega n_{ph1} / \Gamma v_g a_g n_{ph0} \qquad (۱۶۶-۶)$$

با جاگذاری رابطهٔ (۶-۱۶۶) در (۶-۱۶۴-۱) و استفاده از

$$P_{ac-LD} = v_g (\alpha_{M1} + \alpha_{M2}) n_{ph1} h\vartheta V_{C-eff}$$

می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{ac-LD}(\omega)}{I_{D1}(\omega)} = \frac{\eta_{inj} h\vartheta}{e} \frac{v_g (\alpha_{M1} + \alpha_{M2})(v_g a_g n_{ph0})}{v_g a_g n_{ph0} / \tau_{ph} - \omega^2 + i\omega [v_g a_g n_{ph0} + 1/\tau]} \qquad (۱۶۷-۶)$$

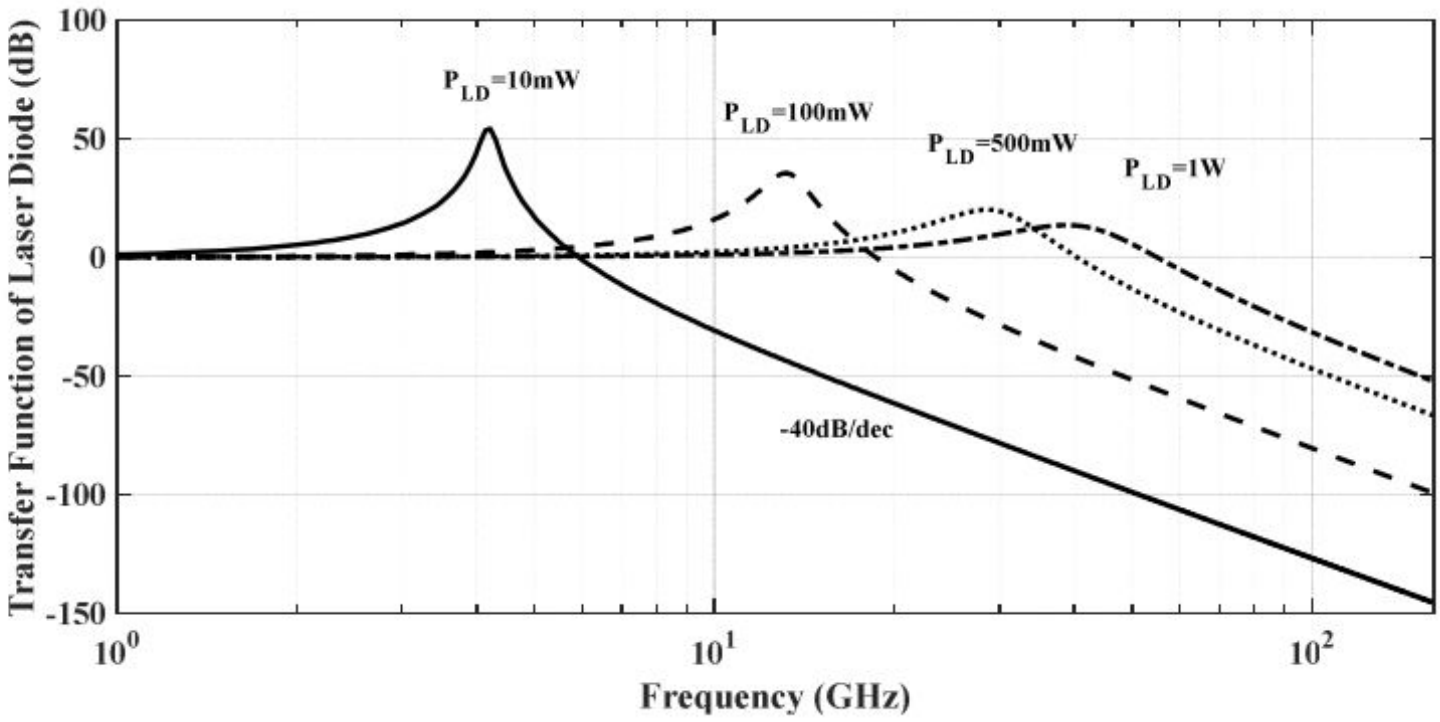
نخستین جمله در مخرج رابطهٔ (۶-۱۶۷)، مربع فرکانس طبیعی تشدید است و تعریف می‌شود [۱۹]:

$$\omega_R^2 \equiv \frac{v_g a_g n_{ph0}}{\tau_{ph}} \qquad (۶-۱۶۸)$$

با استفاده از روابط (۶-۱۵۶)، (۶-۱۶۲) و (۶-۱۶۸) تابع انتقال به شکل داده‌شده قابل بازنویسی است:

$$\Re_{LD}(\omega) = \frac{P_{ac-LD}(\omega)}{I_{D1}(\omega)} = \frac{\eta_d h\vartheta}{e} \frac{1}{1-(\omega/\omega_R)^2 + i(\omega/\omega_R)[\omega_R \tau_{ph} + 1/\omega_R \tau]} \qquad (۶-۱۶۹)$$

در شکل ۶-۳۳ پاسخ فرکانسی دیود لیزری در بازهٔ گسترده‌ای از فرکانس موج اعمالی در ازای مقادیر مختلف از توان در بایاس مستقیم، ترسیم شده است.



شکل ۶-۳۳: پاسخ فرکانسی دیود لیزری در بازهٔ گسترده‌ای از فرکانس موج اعمالی در ازای مقادیر مختلف از توان در بایاس مستقیم.

در ازای مقادیر کوچک از میرایی فرکانس قطع *-3 dB* به‌صورت $\omega_{-3dB} = \sqrt{1+\sqrt{2}}\omega_R$ بیان می‌شود. با توجه به رابطهٔ به‌دست‌آمده برای جمعیت فوتون‌ها در بالاتر از شرایط آستانه در مثال ۶-۱۰ و رابطهٔ (۶-۱۵۸)، جمعیت فوتون‌ها برحسب توان خروجی قابل بیان است:

$$n_{ph} = \frac{\Gamma}{V_D v_g (\alpha_{M1} + \alpha_{M2}) h\vartheta} P_{LD} \qquad (۶-۱۷۰)$$

درنتیجهٔ فرکانس قطع از روابط (۶-۱۵۰)، (۶-۱۶۸) و (۶-۱۷۰) در ازای میرایی کوچک، برحسب توان خروجی برابر است با:

$$f_{-3dB} \oplus \frac{1.55}{2\neq}\left[\frac{\Gamma v_g a_g}{h\vartheta V_D}\frac{(\alpha_s + \alpha_{M1} + \alpha_{M2})}{(\alpha_{M1} + \alpha_{M2})}\right]^{1/2}\sqrt{P_{LD}} \qquad (۶-۱۷۱)$$

بنابراین پهنای باند لیزر با افزایش توان خروجی بایاس مستقیم (مطابق شکل ۶-۳۰) گسترده‌تر می‌شود.

مثال ۶-۱۱: در مثال ۶-۱۰ با فرض اینکه دیود لیزری در جریان *0.65 mA* کار می‌کند و تلفات داخلی $6\ cm^{-1}$ است، مطلوب است: الف) پهنای باند لیزر را محاسبه کنید؛ ب) رابطه‌ای برای محاسبهٔ فرکانس تشدید لیزر برحسب جریان تزریقی به دیود لیزری به دست آورید و فرکانس تشدید لیزر را تعیین کنید. میرایی، در حل مسئله، اندک درنظرگرفته شود.

حل:

الف) مقدار توان خروجی از رابطهٔ (۶-۱۵۸) محاسبه می‌شود:

$$P_{LD} = 0.7 \times \frac{6.63\times10^{-34}\ (J.s)\times 3\times10^{8}\ (m/s)}{1.6\times10^{-19}\ (C)\times 1.33\ (\propto m)} \times\left(\frac{14\ (cm^{-1})}{20\ (cm^{-1})}\right)\times(0.65\ (mA) - 0.36\ (mA)) \oplus 132.81\ \propto W$$

انرژی فوتون‌های تولیدی برابراست با

$$h\frac{c}{\lambda} = 6.63\times10^{-34}\ (J.s)\times\frac{3\times10^{8}\ (m/s)}{1.33\times10^{-6}\ (\propto m)} = 934.681\ meV$$

و با جاگذاری در رابطهٔ (۶-۱۷۱) داریم:

$$f_{-3dB}\oplus\frac{1.55}{2\neq}\left[\frac{0.2\times8.33\times10^{9}\ (cm/s)\times9.9\times10^{-16}\ (cm^{2})}{934.681\ (meV)\times3\times10^{-11}\,cm^{3}}\times\frac{20\ (cm^{-1})}{14\ (cm^{-1})}\right]^{1/2}$$
$$\sqrt{132.81\ (\propto W)} = 2.06\ GHz$$

(ب) با جاگذاری رابطهٔ به‌دست‌آمده در مثال ۶-۱۰ برای چگالی فوتون در رابطهٔ (۶-۱۶۸)، برای فرکانس تشدید برحسب جریان اعمالی می‌توان نوشت:

$$\omega_R\oplus\left[\frac{\Gamma v_g a_g}{eV_D}\eta_{inj}(I_D - I_{D-th})\right]^{1/2}$$

با جاگذاری مقادیر در رابطهٔ داده‌شده، فرکانس تشدید محاسبه می‌شود:

$$f_R\oplus\frac{1}{2\neq}\left[\frac{0.2\times8.33\times10^{9}\ (cm/s)\times9.9\times10^{-16}\ (cm^{2})\times0.7}{1.6\times10^{-19}\ (C)\times3\times10^{-11}\ (cm^{3})}\right]^{1/2}$$
$$\times\sqrt{(0.65\ (mA) - 0.36\ (mA))} = 1.33\ GHz$$

۶-۵-۲. توزیع مکانی تابش

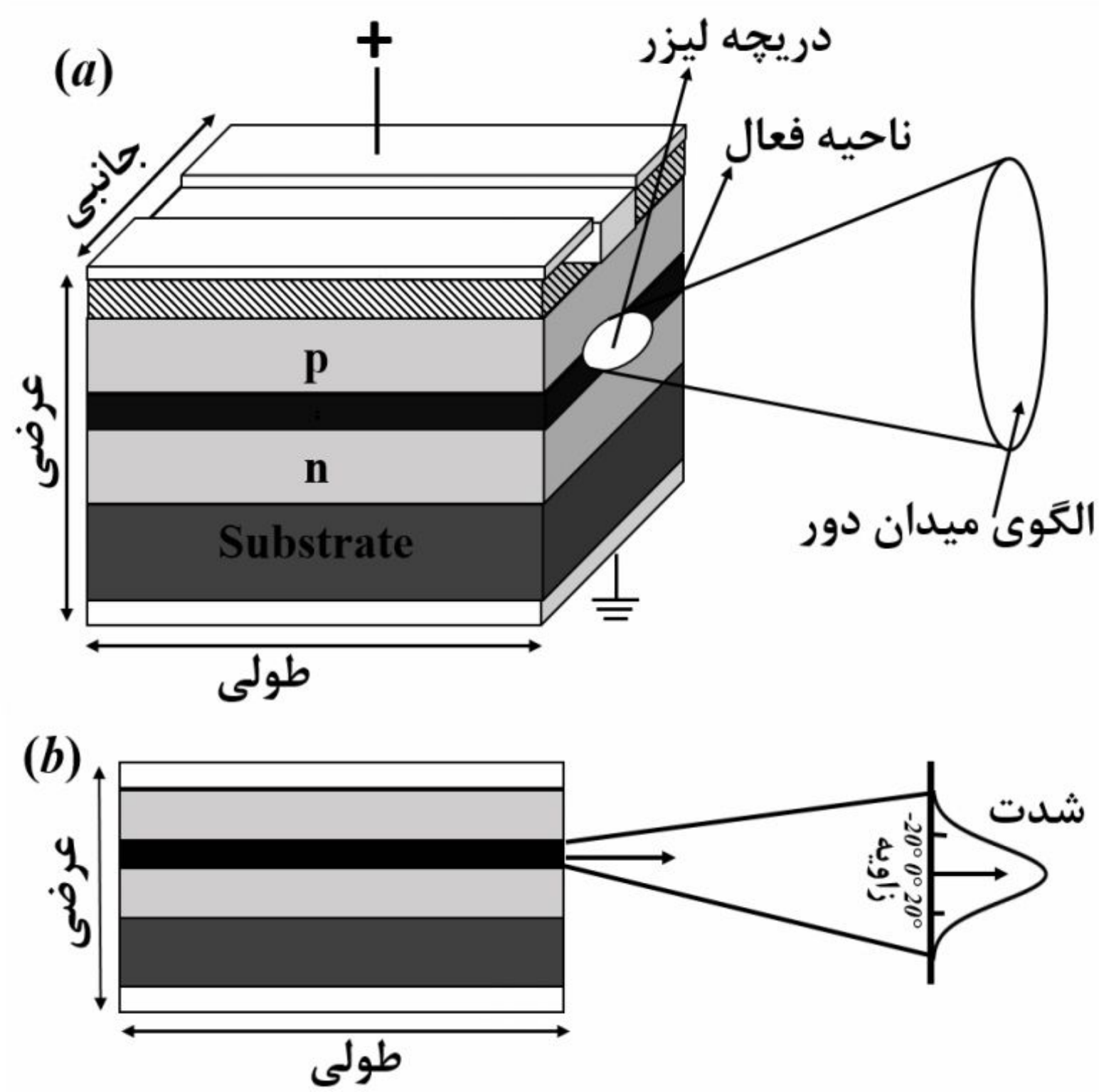
نوسانات در لیزرهای نیمه‌هادی همچون سایر لیزرها به دو شکل عرضی[1] و جانبی[2] است. در دیگر نوع لیزرها، پرتو نوری کاملاً در ناحیهٔ فعال قرارمی‌گیرد و توزیع مکانی مدهای مختلف، به‌وسیلهٔ شکل آینه‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر تعیین می‌شود. این وضعیت در لیزرهای نیمه‌هادی متفاوت است؛ زیرا پرتو لیزری به خارج از ناحیهٔ فعال نیز نفوذ می‌کند. مدهای عرضی و جانبی در دیود مورد مطالعه، مانند مدهای انتشاری در موج‌بر دی الکتریک مستطیلی

[1] Transverse Modes [2] Lateral Modes

است. مدهای دیود لیزری را، که در راستای عمود بر صفحهٔ رشد لایه‌های قطعه توزیع می‌شوند، مدهای عرضی می‌نامند. مدهای جانبی در دیود لیزری در صفحهٔ رشد لایه‌ها و عمود بر جهت گسیل پرتو قرارمی‌گیرند. (همچون تابش در دیود نورگسیل لبه‌ای فصل پنجم). در شکل ۶-۳۴ (*a*) یک ساختار ساده از دیود لیزری نشان داده شده است. با عبور جریان از اتصال فلزی، الکترون‌ها از نیمه‌هادی نوع *n* و حفره‌ها از نیمه‌هادی نوع *p* به سمت ناحیهٔ فعال تزریق و در آن ناحیه بازترکیب می‌شوند و این امر سبب گسیل نور از ساختار می‌شود. مدهای لیزر از حرکت رفت و برگشت و بازتاب پرتوهای تولیدی از مرزهای ناحیهٔ فعال شکل می‌گیرند. با افزایش جریان تزریقی در یک رفت و برگشت کامل، اگر بهرهٔ نوری بر تلفات (جذب و پراکندگی) در کاواک نوری غالب شود، لیزینگ آغاز می‌شود. طبق شکل برای این نوع دیود لیزری، یک لایهٔ اکسیدی نازک بر روی نیمه‌هادی نوع *p* نشانده شده است. این لایهٔ اکسیدی به گونه‌ای حکاکی شده است که یک پنجرهٔ باریک در راستای طولی ساختار ایجاد شده و درنهایت اتصال فلزی شکل گرفته است. نور خروجی از لیزر در یک بیضی عمودی قرارمی‌گیرد، درحالیکه دریچهٔ لیزر ساختار یک بیضی افقی است. سطح مقطع طولی از ساختار در شکل ۶-۳۴ (*b*) آمده است. در راستای عمود بر اتصال، مد نوری در داخل دیود انتشار می‌یابد و این مد به‌صورت عرضی از ناحیهٔ فعال به لایه‌های بالا و پایین گسترده می‌شود (مد عرضی). برای دیود لیزری با ناحیهٔ فعال به ضخامت حدوداً کمتر از $0.3\ \mu m$ تنها مد اصلی عرضی پشتیبانی می‌شود [۲۰]. طبق شکل شدت مد عرضی یک منحنی گوسین زنگوله‌ای[1] شکل است. اگرچه نور کاملاً در راستای عرضی محدود است، اما این شرایط در راستای جانبی وجود ندارد و در نگاه اول چنین به نظر می‌رسد که مدهای جانبی، در کل صفحهٔ ناحیهٔ فعال گسترده هستند. حال آنکه حامل‌های تزریقی(الکترون‌ها و حفره‌ها) به‌صورت مستقیم در ناحیهٔ فعال، سبب تغییر ضریب شکست این ناحیه در زیر اتصال الکتریکی می‌شوند. اگر اتصال الکتریکی در یک نوار باریک به عرض کمتر از $8\ \mu m$ شکل گیرد، خاصیت موج‌بری ضعیفی در راستای جانبی به‌وجود می‌آید و سبب انحصار نور در راستای جانبی می‌شود (شکل ۶-۳۵ سمت چپ). این دسته از ادوات را لیزر هدایت‌کنندهٔ بهره[2] می‌نامند. با وجود اینکه در این دسته از لیزرها، توان خروجی به بیش از $100\ mW$ می‌رسد، اما ناپایداری بالا و بالا بودن

[1] Bell-Shaped
[2] Gain-Guided Laser

آستیگماتیک[1] پرتو محصورشده (که در راستای جانبی دارای دو قله مطابق شکل ۶-۳۵ سمت چپ است) سبب محدود شدن کاربرد این لیزرها می‌شود [۲۰].



شکل ۶-۳۴: یک ساختار ساده از دیود لیزری(a). سطح مقطع طولی از ساختار (b) شدت پرتو عرضی یک منحنی گوسین زنگوله‌ای شکل است.

انحصار مدهای جانبی، موجب تحقق معرفی ساختارهایی با پایداری بالا و مبتنی بر موج‌برهای دی‌الکتریک مطابق شکل ۶-۳۵ (شکل وسط و شکل سمت راست) می‌شود. در این ساختارها،

[1] Astigmatic

برای انحصار نور در راستای جانبی، موج‌برهای دی‌الکتریک در جهت جانبی شکل می‌گیرند و این ادوات را لیزر هدایت‌کنندهٔ ضریب می‌نامند[1] . ساختارهای محصورکنندهٔ موج به دو دستهٔ موج‌برهای ضریب مثبت[2] و موج‌برهای ضریب منفی[3] تقسیم می‌شوند. در موج‌بر ضریب مثبت، ناحیهٔ مرکزی دارای ضریب شکست بزرگ‌تر از نواحی خارجی است و پرتوهای تولیدی در ناحیهٔ فعال در مرزهای این ناحیه دچار بازتاب داخلی کلی می‌شوند، مانند آنچه در فیبرهای نوری اتفاق می‌افتد. با تنظیم اختلاف ضریب شکست ناحیهٔ فعال و نواحی مجاور و عرض ناحیه با ضریب شکست بزرگ‌تر، این امکان به‌وجود می‌آید که تنها مد اصلی جانبی در ساختار انتشار یابد (شکل ۶-۳۵ وسط). در موج‌برهای ضریب منفی، ضریب شکست ناحیهٔ فعال کوچک‌تر از ضرایب شکست نواحی مجاور آن است؛ درنتیجه بخشی از پرتو تولیدی به داخل ناحیهٔ فعال بازتاب می‌شود و بخشی دیگر به خارج از ناحیهٔ فعال شکسته و اتلاف می‌شود (شکل ۶-۳۵ سمت راست)؛ درنتیجهٔ این امر، الگوی تابشی در راستای جانبی مطابق با شکل ۶-۳۵ سمت راست دارای دو لوب در کناره‌های پرتو مرکزی است. در شکل ۶-۳۶ دو نمونه لیزر هدایت‌کنندهٔ ضریب نشان داده شده است. نوار فلزی به عرض *1-2 ∝m* در هر ساختار ایجاد شده است. لیزر *AlGaAs* با ناحیهٔ فعال از جنس *GaAs* (سمت چپ) در بازهٔ طول موجی *800-900 nm* کار می‌کند.

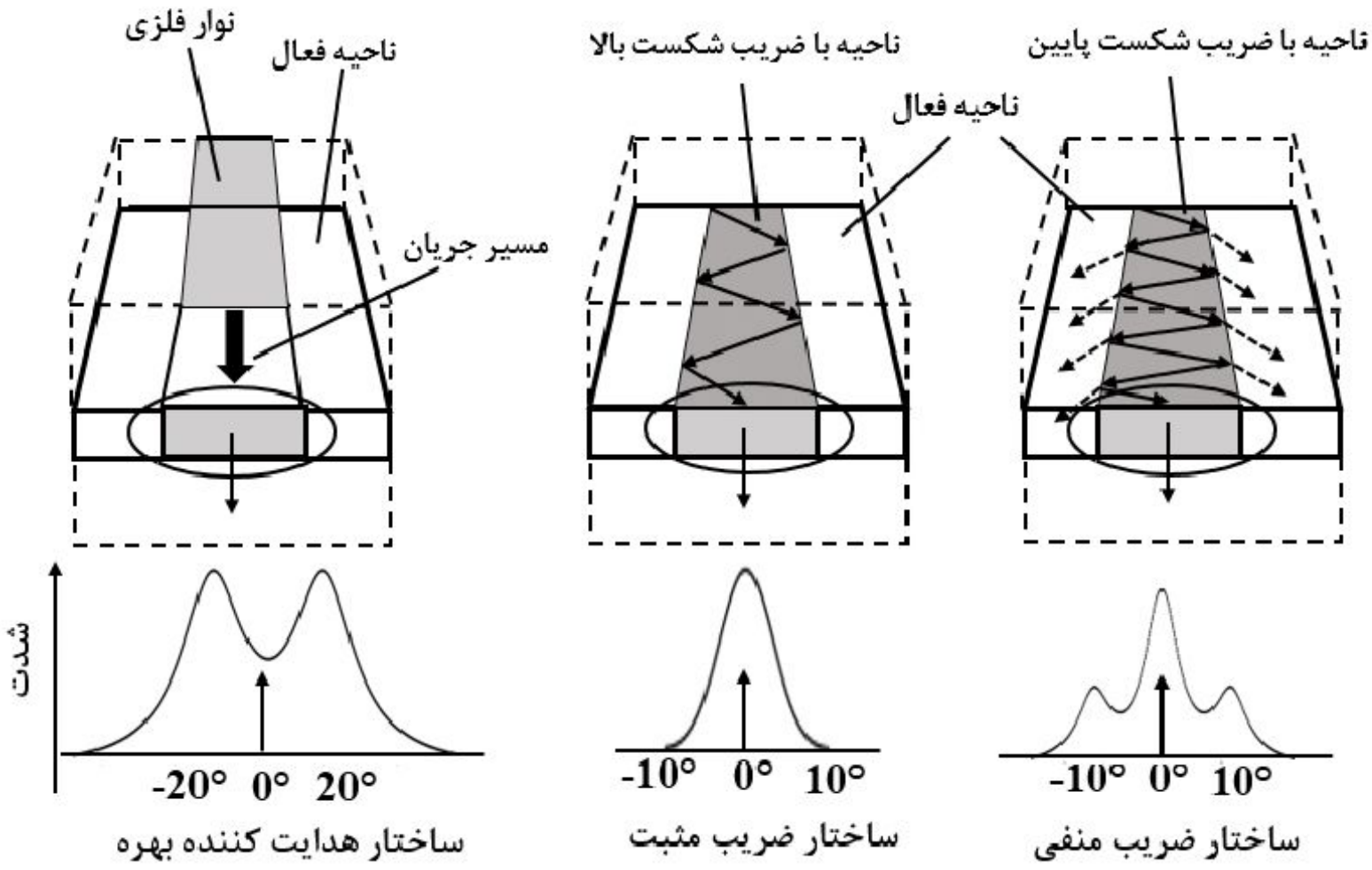
لیزر سمت راست مبتنی بر *InP* در باند طول موجی *1300-1600 nm* کار می‌کند و ناحیهٔ فعال از جنس *InGaAsP* است.

---

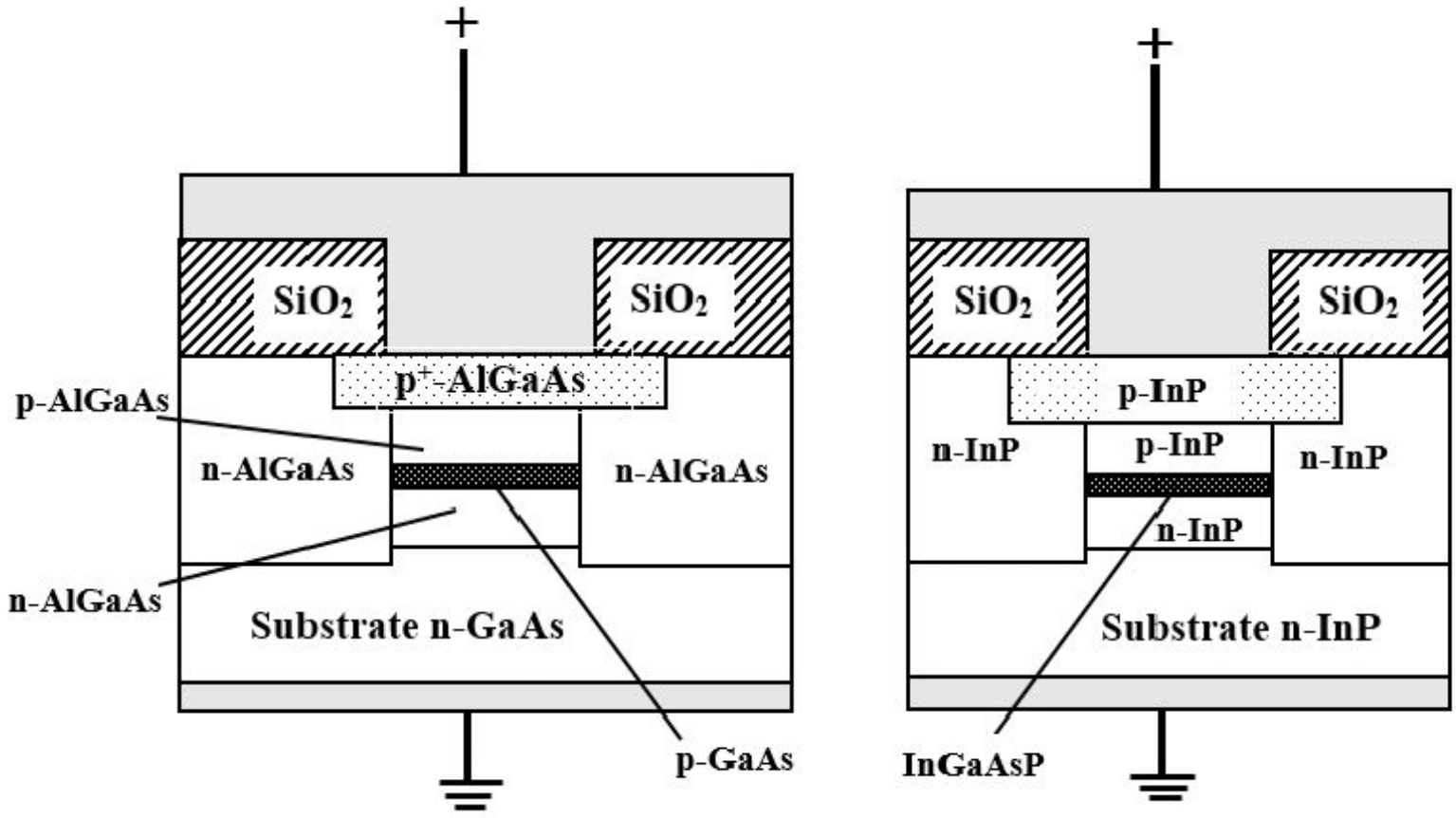
[1] Index-Guided Laser

[2] Positive-Index Waveguide

[3] Negative-Index Waveguide

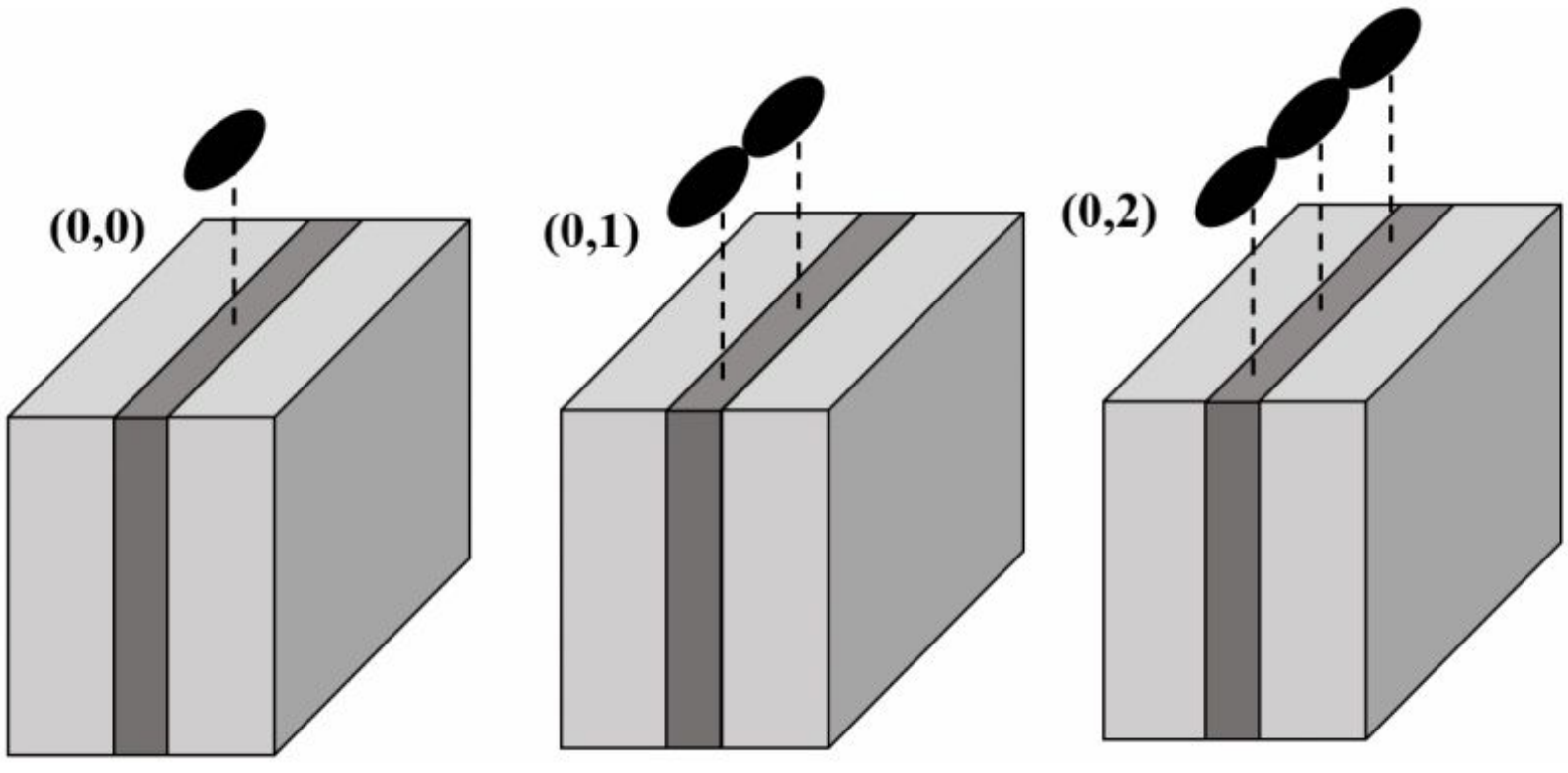


شکل ۶-۳۵: شدت مد طولی برای ساختار هدایت‌کنندهٔ بهره (سمت چپ)، ساختار ضریب مثبت (وسط) و ساختار ضریب منفی (سمت راست).



شکل ۶-۳۶: دو نمونه لیزر هدایت‌کنندهٔ ضریب، لیزر *AlGaAs* با ناحیهٔ فعال از جنس *GaAs* (سمت چپ)، که در بازهٔ طول موجی *800-900 nm* کار می‌کند و لیزر مبتنی بر *InP* با ناحیهٔ فعال از جنس *InGaAsP* (سمت راست)، که در باند طول موجی *1300-1600 nm* کار می‌کند.

اگر ابعاد ناحیهٔ فعال در راستای جانبی بزرگ‌تر از مقادیر داده‌شده در ساختار شکل ۶-۳۴ باشد، دیود لیزری تعدادی از مدهای جانبی مرتبه بالاتر را نیز پشتیبانی می‌کند. با توجه به مطالب بیان‌شده در مورد موج‌برهای دی‌الکتریک، که مدهای عرضی و جانبی مرتبه بالاتر کمتر در ناحیهٔ فعال حبس می‌شوند، به‌منظور دست‌یابی به توان خروجی بالاتر، لیزرهای تک‌مدی طراحی می‌شوند. در شکل ۶-۳۷ شدت تابش خروجی مربوط به چند مد جانبی پشتیبانی‌شده توسط دیود لیزری به‌همراه شماره مد مربوط نشان داده شده است.



شکل ۶-۳۷: شدت تابش خروجی مربوط به چند مد جانبی پشتیبانی‌شده توسط دیود لیزری به‌همراه شماره مد مربوط.

۶-۵-۳. کاواک در لیزرهای نیمه‌هادی

دیودهای لیزری، درعمل در دو دستهٔ کاواک صفحه‌ای[1] (لیزر گسیل لبه‌ای) و کاواک عمودی[2] قرارمی‌گیرند. دیودهای لیزری با کاواک صفحه‌ای از اواخر سال *1960* به‌وجودآمدند، درحالیکه دیود با کاواک عمودی از حدود سال *1990* در دسترس قرارگرفت. در لیزر با کاواک صفحه‌ای، فیدبک با آینه‌های تکه تکه[3] همراه است، درحالیکه در لیزر با کاواک عمودی،

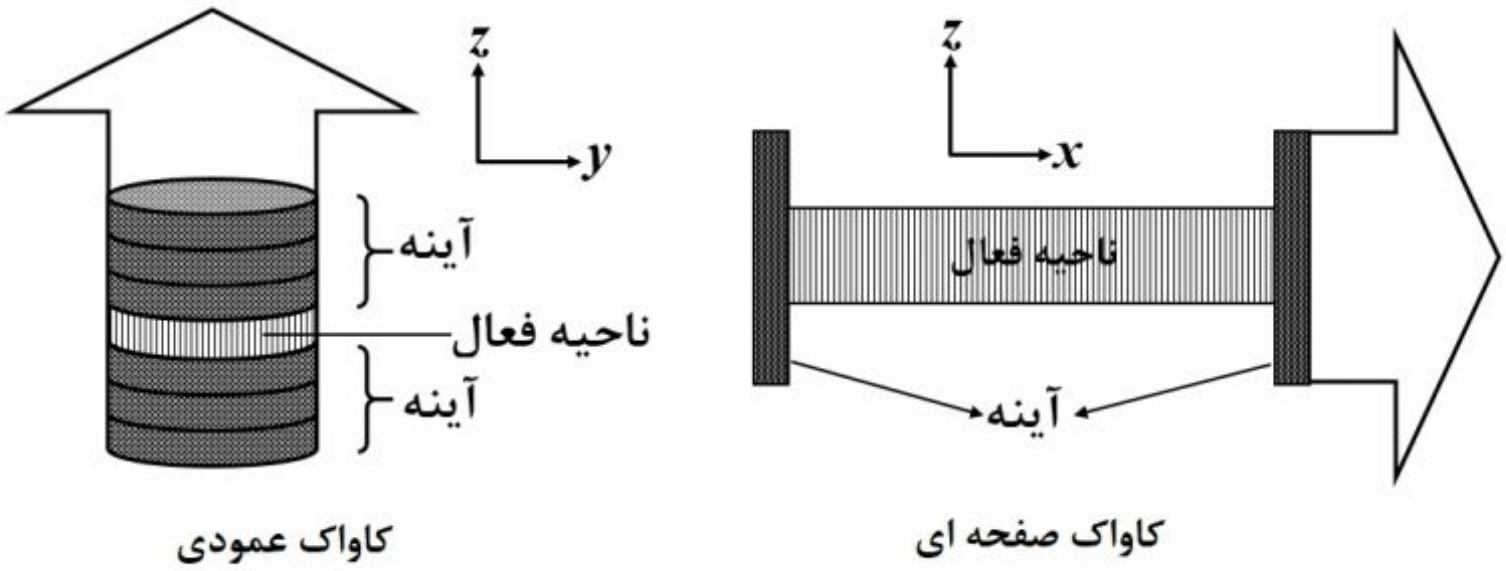
[1] In-Plane Cavity

[2] Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL)

[3] Cleaved-facet mirrors

آینه‌ها با ساختارهای چند لایه در بالا و پایین ناحیهٔ فعال قابل تحقق هستند. در شکل ۶-۳۸ دسته‌بندی دیودهای لیزری نشان داده شده است.

چنانکه از شکل‌ها (۶-۳۴) واضح است، در عمل پرتو خروجی لیزر بسیار باریک است؛ درنتیجه باید ابعاد جانبی ناحیهٔ فعال در هر دو نوع لیزر بسیار کوچک باشد. در لیزر با کاواک صفحه‌ای، یک لیزر رشته‌ای با ابعاد جانبی در حد چند میکرون شکل می‌گیرد و در لیزر با کاواک عمودی، کاواک شامل دایره‌های با سطح مقطع چند میکرون است. به‌دلیل وجود این دریچهٔ گسیل کوچک، کوپلینگ لیزر با فیبر نوری بسیار ساده‌تر صورت می‌پذیرد و لیزر تنها یک مد جانبی را پشتیبانی می‌کند.



شکل ۶-۳۸: نماهایی از دیودهای لیزری کاربردی.

بسیاری از دیودهای لیزری از گریتینگ[1] یا انعکاس‌دهنده‌های توزیع‌شدهٔ براگ[2] در یکی از آینه‌ها و یا هر دو آینه استفاده می‌کنند. گریتینگ آرایه‌ای متناوب از لایه‌های با ضرایب شکست (گاهی اوقات بهره) متفاوت است. دلیل اصلی استفاده از این گریتینگ در لیزرهای با کاواک صفحه‌ای (شکل ۶-۳۹ (*a*))، عملکرد تک‌مد محوری[3] و در نمونه‌های با کاواک عمودی، عمودی، دست‌یابی به انعکاس بیشینه است. انعکاس چشمگیر در گریتینگ در شرایطی رخ می‌دهد که دورهٔ تناوب گرتیتینگ در رابطهٔ $\Lambda=m\lambda/2$ (که در آن m عددی صحیح است) صدق کند. فرکانس‌های متناظر را فرکانس‌های براگ می‌نامند. در لیزر با کاواک عمودی برای

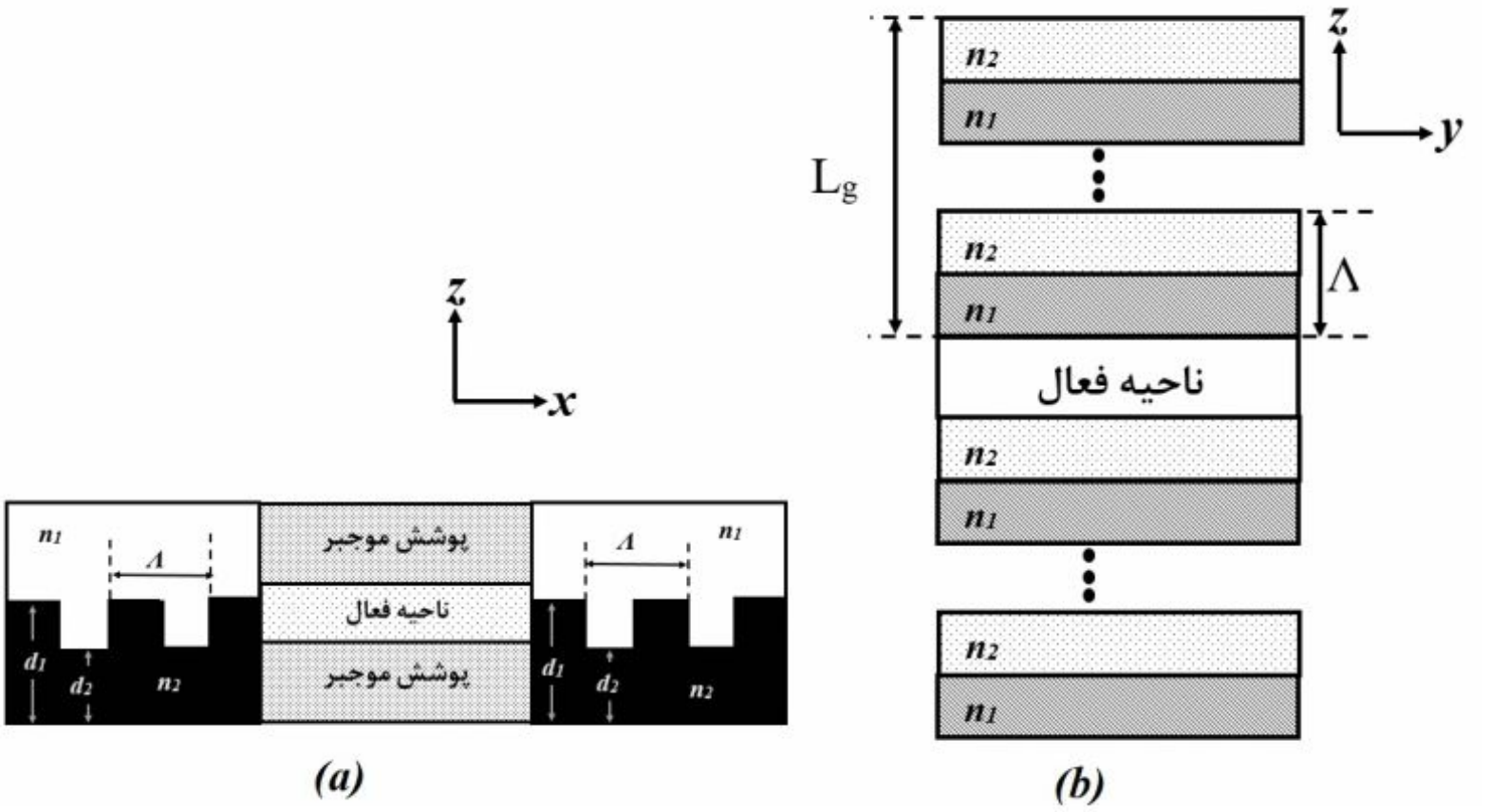
---

[1] Grating

[2] Distributed Bragg Reflectors (DBRs)

[3] Single Axial Mode

تحقق آینه‌ها، دو ماده با ضرایب شکست متفاوت به‌صورت متناوب مطابق با شکل ۶-۳۹ (*b*) در طول رشد در کنار یکدیگر قرارمی‌گیرند.



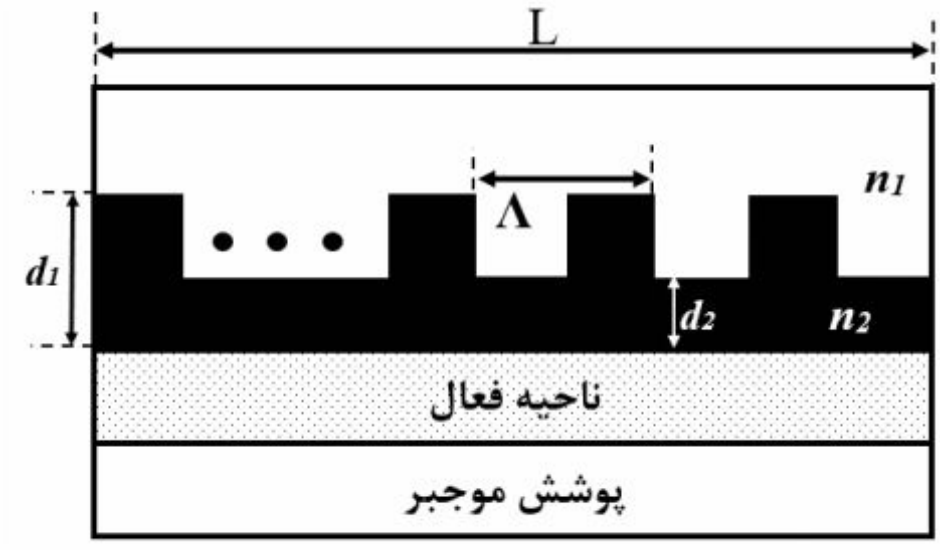
شکل ۶-۳۹: دیود لیزری مبتنی بر انعکاس‌دهنده‌های توزیع‌شدهٔ براگ (*a*). دیود لیزری با کاواک عمودی بر پایهٔ گریتینگ (*b*).

در لیزر با کاواک صفحه‌ای، شکاف‌هایی در سطح موج‌بر به‌وجودمی‌آیند که از مواد با ضرایب شکست متفاوت درحین رشد پر می‌شوند و لیزرهای با فیدبک توزیع‌شده[1] نامیده می‌شوند. در لیزرهای با فیدبک توزیع‌شده، نیز از آینه‌های مبتنی بر گریتینگ استفاده می‌شود، با این تفاوت که تقویت نور در داخل گریتینگ انجام می‌شود؛ درنتیجه به‌سادگی می‌توان یک لیزر را تنها با یک گریتینگ ساده ساخت. شکل ۶-۴۰ یک لیزر با فیدبک توزیع‌شده با کاواک صفحه‌ای را نمایش می‌دهد. هر دو دسته از لیزرها (با کاواک صفحه‌ای و یا عمودی) دارای قابلیت کوک در بازهٔ وسیعی از طول موج و به‌عنوان لیزرهای کاربردی در حوزهٔ مخابرات فیبر نوری هستند و با موفقیت تجاری‌سازی شده و توسعه یافته‌اند. به‌منظور کمینه کردن انعکاس‌های سطح، سطح کریستال با پوشش‌های ضد انعکاسی[2] پوشانده شده است. این قبیل

[1] Distributed Feedback (DFB)

[2] Antireflection Coating

لیزرها نسبت به لیزرهای با انعکاس‌دهنده‌های توزیع‌شدهٔ براگ، به جهت آنکه نیازی به گذار از ناحیهٔ فعال به ناحیه پسیو ندارند، به‌راحتی قابل ساخت هستند. نمونهٔ این گونه لیزرهای کاواک عمودی در عمل هیچ مزیتی بر لیزرهای مبتنی بر انعکاس‌دهنده‌های توزیع‌شدهٔ براگ ندارند و ساخت ساده‌تری نیز ندارند.

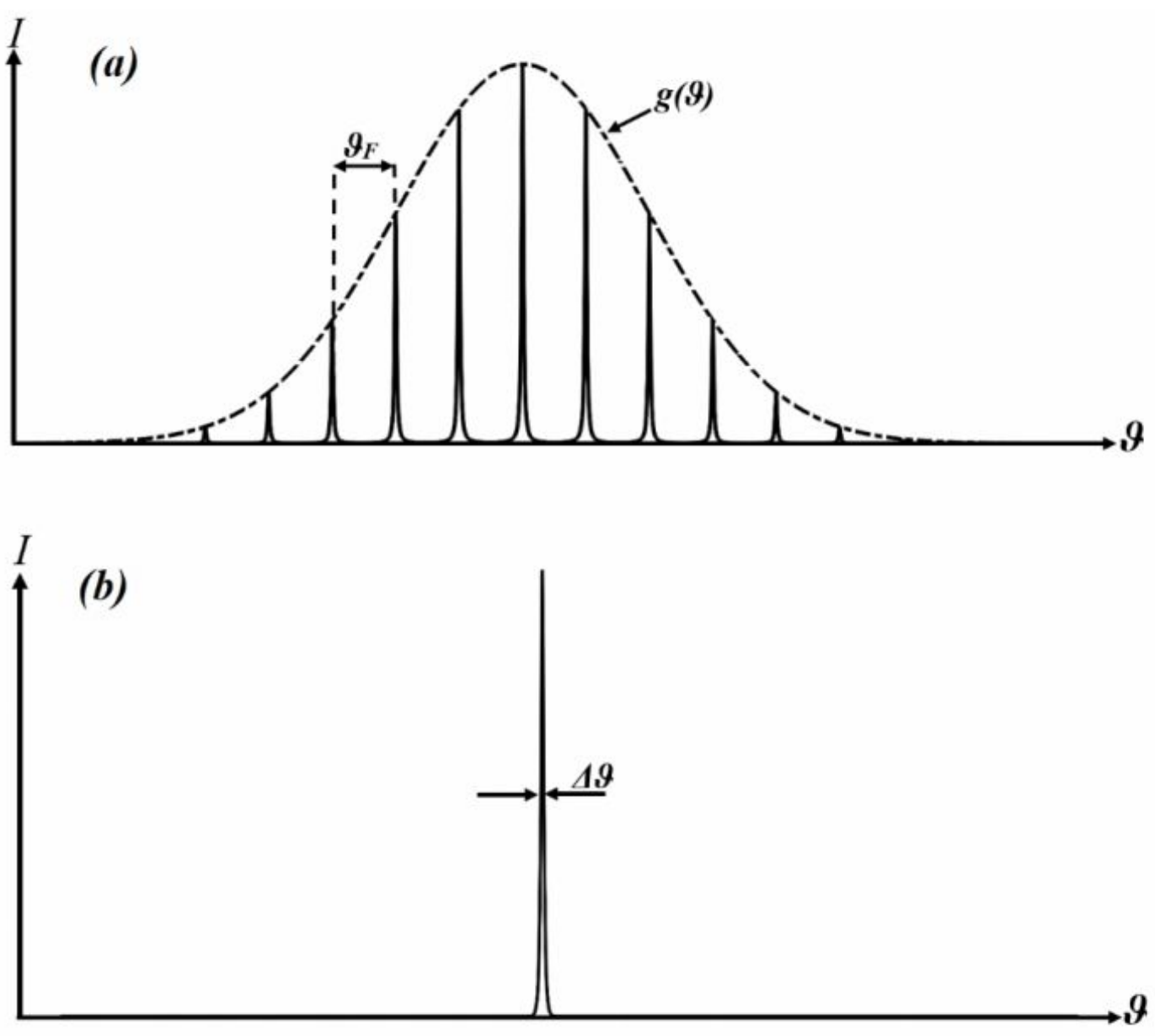


شکل ۶-۴۰: ساختار دیود لیزری با فیدبک توزیع‌شده.

۶-۵-۴. طیف لیزر

مشخصهٔ طیفی، یکی از مشخصات لیزرهای نیمه‌هادی است که لیزر را از دیودهای نورگسیل متمایز می‌کند. بهرهٔ نوری بالا و طول کاواک کوچک، لیزرهای نیمه‌هادی را از سایر لیزرها همچون لیزرهای فیبر نوری متفاوت می‌سازد. با توجه به رابطهٔ (۶-۶۷) با کوچک شدن طول کاواک لیزر، فاصلهٔ مدهای طولی در لیزر و به تبع آن پهنای طیفی با نصف شدت بیشینه بزرگ‌تر می‌شود. برای یک لیزر نیمه‌هادی، طول کاواک $200\text{-}500\ \mu m$ است و فاصلهٔ مدهای طولی در لیزر در بازهٔ $100\text{-}200\ GHz$ قرارمی‌گیرد. با توجه به اینکه پهنای باند بهره در لیزرهای نیمه‌هادی در بازهٔ $10\text{-}20\ THz$ قرار دارد؛ لذا در یک لیزر $10\text{-}20$ مدهای طولی قابلیت نوسان را دارند. پهنای طیفی هر یک از مدهای طولی در بازهٔ $1\text{-}100\ MHz$ تغییر می‌کند؛ به‌عنوان مثال در یک دیود لیزری $InGaAsP$ با طول کاواک $L=400\ \mu m$ و ضریب شکست $n=3.5$ ، فاصلهٔ مدهای طولی $\vartheta_F=107\ GHz$ که متناظر با طول موج $0.6\ nm$ است؛ درنتیجه اگر پهنای باند بهره $1.2\ THz$ باشد، تقریباً 11 مد طولی در این لیزر قابل پشتیبانی است.

در شکل ۶-۴۲ مشخصهٔ طیفی برای یک لیزر نیمه‌هادی چندمدی و یک لیزر تک‌مد نشان داده شده است. در بسیاری از کاربردها، لیزرهای تک‌مد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند؛ برای نمونه برای کاهش پاشندگی پالس نوری در فیبر نوری، لیزرهای تک‌مدی با پهنای باند باریک مطلوب هستند. پهنای طیفی هر مد طولی در دیود لیزری از چند مگاهرتز تا چند گیگاهرتز تغییر می‌کند؛ مثلاً پهنای طیفی برای دیودهای لیزری هدایت‌کنندهٔ بهره در حد چند ده مگاهرتز و لیزر ضریب شکست دارای پهنای طیفی چند گیگاهرتز است. لیزرهای معرفی‌شده در بخش قبل، لیزر *VSCEL* با طول کاواک کوتاه و لیزرهای *DBR* و *DFB* به‌واسطهٔ استفاده از گریتینگ فرکانس گزین[1]، نمونه‌هایی از لیزرهای تک‌مدی هستند. در این لیزرها، پهنای طیفی مد طولی در بازهٔ *1-100 MHz* قرار می‌گیرد.



شکل ۶-۴۱: طیف خروجی لیزر چندمدی (*a*) و لیزر تک‌مدی (*b*).

[1] Selective Frequency Grating

مثال ۶-۱۲: طول کاواک یک دیود لیزری *GaAs*، که در طول موج *865 nm* کار می‌کند، *500 μm* است. بازهٔ طول موجی و فرکانسی مدهای طولی را به‌دست آورید. *n=3.7*

حل:

بازهٔ فرکانسی مدهای طولی از رابطهٔ (۶-۶۷) با درنظرگرفتن ضریب شکست مادهٔ فعال به‌دست می‌آید:

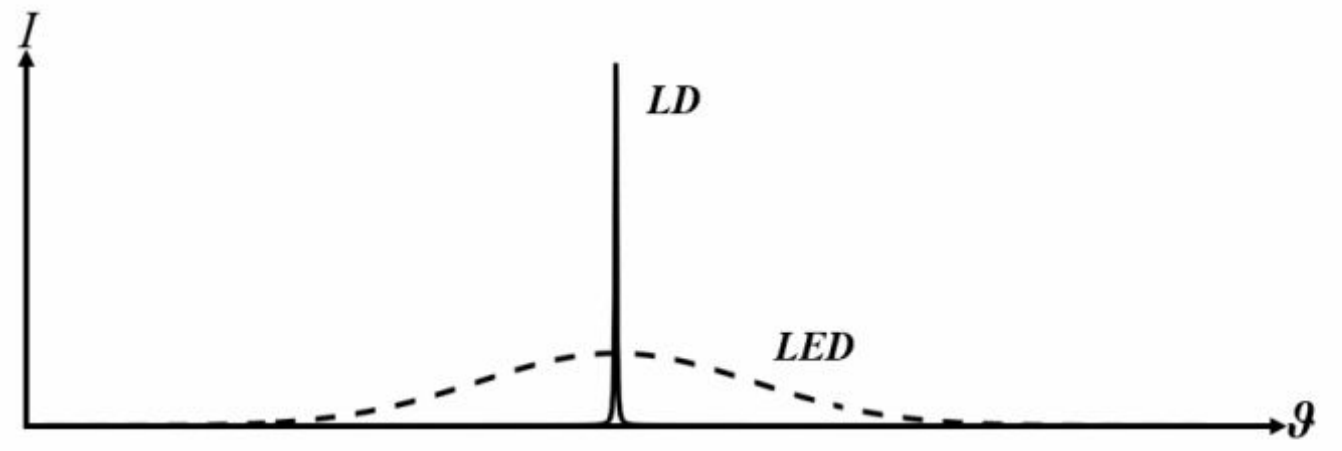
$$\vartheta_F = \frac{c}{2nL} = \frac{3\times10^8\ (m/s)}{2\times3.7\times500\ (\mu m)} = 81.1\ GHz$$

این بازهٔ فرکانسی به بازهٔ طول موجی طبق رابطهٔ $\lambda_F/\lambda_0=\vartheta_F/\vartheta_0$ مربوط می‌شود؛ بنابراین برای تعیین بازهٔ طول موجی داریم:

$$\lambda_F = \frac{\lambda_0\vartheta_F}{\vartheta_0} = \frac{{\lambda_0}^2}{2\times n\times500\ (\mu m)} = \frac{(865\ (nm))^2}{2\times3.7\times500\ (\mu m)} = 0.202\ nm$$

از مقایسهٔ عدد به‌دست‌آمده از این مثال و مثال ۵-۷ فصل پنجم، پهنای طیفی هر مد طولی دیود لیزری بسیار کمتر از پهنای طیفی دیود نورگسیل است؛ به همین دلیل در سیستم‌های مخابرات نوری، برای انتقال پالس نوری به فواصل دور دست و کاهش اثر پاشندگی بر پالس، استفاده از دیود لیزری مناسب‌تر از دیود نورگسیل است. فوتون‌های تولیدی دیود نورگسیل، به‌واسطهٔ گسیل خودبه‌خودی دارای فاز و جهت تصادفی هستند و فوتون‌های لیزر با توجه به مکانیزم گسیل برانگیخته از لحاظ فاز و جهت تقریباً یکسان هستند و در اصطلاح نور خروجی از دیود لیزر، همدوس است. هم‌جهت بودن فوتون‌های تولیدی در دیود لیزری، سبب کاهش تلفات کوپلینگ منبع نوری به فیبر در سیستم‌های مخابرات نوری می‌شود. دیود لیزری با توان تولیدی بالا، امکان انتشار پالس نوری در داخل فیبر را به فواصل دورتر با کمترین تأثیر از تلفات فیبر فراهم می‌سازد. با وجود مزایای ذکرشده برای دیود لیزری، دیودهای نورگسیل به‌دلیل ساختار ساده‌تر نسبت به دیودهای لیزری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند.

شکل ۶-۴۲ با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از مثال ۶-۹ و ۶-۱۲ برای مقایسهٔ طیف دیود لیزری تک‌مد و دیود نورگسیل ترسیم شده است.



شکل ۶-۴۲: طیف دیود لیزری تک‌مد و دیود نورگسیل.

تمرین

۶-۱. با توجه به مشخصهٔ داده‌شده در جدول ۶-۱، بهرهٔ سیگنال کوچک و پمپینگ آستانه را برای لیزر CO_2 با آستانهٔ وارون‌سازی جمعیت به میزان $3\times10^{22}\ m^{-3}$ تعیین کنید.

۶-۲. در یک لیزر با طول کاواک $200\ cm$، تلفات آینه‌ها $0.02\ m^{-1}$ است. اگر لیزر در طول موج $680\ nm$ کار کند، با فرض اینکه ضریب شکست، ناحیهٔ فعال واحد باشد و از تلفات فوتون در ناحیهٔ فعال صرف‌نظر شود، اختلاف طول موجی مدهای داخل کاواک، پهنای طیفی هر مد و تعداد مدهای پشتیبانی‌شدهٔ طولی را محاسبه کنید.

۶-۳. در یک لیزر با طول موج کاری $1\ \mu m$ تعداد مدهای مورب، که با زاویهٔ $30°$ نسبت به محور کاواک به آینه‌های تخت برخورد می‌کنند، 50000 مد است. طول کاواک چقدر است؟

۶-۴. رابطهٔ (۶-۱۲۹) را اثبات کنید.

۶-۵. برای کاواک لیزری نشان داده‌شده در مثال ۶-۸، درشرایطی‌که آینه‌های کاو متقارن و هم مرکز باشند، تمامی فرکانس‌های مجاز در بازهٔ فرکانسی $2\text{-}10\ GHz$ را تعیین کنید.

۶-۶. مجموعه روابط (۶-۱۶۵) را اثبات کنید.

۶-۷. برای یک لیزر نیمه‌هادی، که در طول موج $1.55\ \mu m$ کار می‌کند، تلفات $18\ cm^{-1}$ است و آینه‌ها مشابه و دارای ضریب انعکاس 0.35 هستند. با فرض اینکه بازدهٔ تزریق ساختار 70% باشد، با فرض اینکه جریان آستانه $5\ mA$ باشد، توان خروجی لیزر را درشرایطی‌که جریان تزریقی $10\ mA$ است، محاسبه کنید.

۶-۸. برای دیود لیزری در مثال ۶-۱۰ در ازای جریان‌های مستقیم 45 و $50\ mA$:

الف) فرکانس تشدید و فرکانس قطع پاسخ فرکانسی لیزر را در ازای جریان‌های داده‌شده محاسبه کنید.

ب) طیف پاسخ فرکانسی را برای مقادیر مشخص‌شده از جریان بایاس مستقیم ترسیم کنید.

۶-۹. در مثالِ ۶-۱۲ با درنظرگرفتن پهنای طیفی نمودار بهره در نصف شدت بیشینه به اندازهٔ $1.7\ nm$ تعداد و طول موج مدهای طولی پشتیبانی‌شده توسط دیود لیزری را به‌دست آورید.

منابع

[1] A. Herzog, I. Steinberg, E. Gaisenberg, R. Nomberg, A. A. Ishaaya, "A Route to Laser Angioplasty in the Presence of Fluoroscopy Contrast Media, Using a Nanosecond-Pulsed 355-nm Laser," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 22, 2016.

[2] R. C. Sharma, S. Kumar, S. K. Gautam, S. Gupta, D. Kumar, H.B. Srivastava, "Detection of Ultrasonic Waves Using Resonant Cylindrical Cavity for Defense Application," IEEE Sensors Journal, Vol. 17, 2017.

[3] H. Kaushal, G. Kaddoum, "Applications of Lasers for Tactical Military Operations," IEEE Access, Vol. 5, 2017.

[4] R. Tang, W. Wu, X. Li, H. Pan, H. Zeng, E. Wu, "Low-Noise Infrared Spectroscopy via Tunable Frequency Upconversion at Single-Photon Level," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 27, 2015.

[5] J. Zeng, X, Sui, H. Zhang , "Magnification Rate in 3D Optical Scanning Holography Recording," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 31, 2019.

[6] S. A. Babin, E. A. Zlobina, S. I. Kablukov, "Multimode Fiber Raman Lasers Directly Pumped by Laser Diodes," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 24, 2018.

[7] Y.J. Rao, Y.P. Wang, Z.L. Ran, T. Zhu, "Novel fiber-optic sensors based on long-period fiber gratings written by high-frequency CO2 laser pulses", *IEEE Journal of Lightwave Technology, V0l. 21, 2003.*

[8] G. D. Marshall, David W. Coutts, "High Power(>10 W)Gold Vapor Laser With Second and Third Harmonics for Telecommunication and Engineering Applications," IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol.49, 2013.

[9] G. Fu, W. Jin, X. Fu, W. Bi ,"Air-Holes Collapse Properties of Photonic Crystal Fiber in Heating Process by CO2 Laser," IEEE Photonics Journal, Vol. 4, 2012

[10] S. Nikiforov, Ya. Simanovsky, A. Pento, K. Moshkunov, N. Gorbatova, S. Zolotov, S. Alimpiev, "Pulsed transverse discharge CO2 laser for medical applications," International Conference Laser Optics (LO), 2016.

[11] J. Bellina, " Carbon dioxide laser in gynecologic surgery," IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 17, 1981.

[12] Z. Rashid, A. Jonas, R. Buczyński, A. Kiraz, "Optofluidic Dye Lasers Based on Holey Fibers: Modeling and Performance Analysis," Journal of Lightwave Technology, Vol. 36, 2018.

[13] F. J. Duarte, "Liquid and solid-state tunable organic dye lasers for medical applications," Lasers for Medical Applications, 2013.

[14] K. S. Krane, "Modern Physics," 3rd edition, John Wiley & Sons, 2011.

[15] Jia-Ming Liu, "Photonic Devices, "Cambridge University Press, 2005.

[16] J. Wilson, J. Hawkes, "Optoelectronics an Introduction," 3rd edition, Prentice Hall, 1998.

[17] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, "Fundamentals of Photonics," 2nd edition, Wiley, 2007.

[18] P. W. Milonni, J. H. Eberly, "Laser Physics," Wiley, 2010.

[19] L. A. Coldren, S. W. Corzine, M. L. Mansanovic, “Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits,” 2nd edition, Wiley, 2012.
[20] D. Botez, “Laser diodes are power-packed: Single-mode laser diodes have a rosy future, both as individual sources of power up to 100 milliwatts and in arrays promising up to half a watt,” IEEE Spectrum, Vol. 22, 1985.

فصل هفتم

آشکارسازهای نوری

۷-۱. مقدمه

آشکارسازهای نوری ابزاری هستند که توان نوری یا شار فوتونی را به‌وسیلهٔ جذب فوتون به یک کمیّت قابل اندازه‌گیری تبدیل می‌کنند. جذب فوتون به‌وسیلهٔ آشکارساز سبب تولید حامل‌های اضافی و به تبع آن تغییر درجریان الکتریکی قطعه می‌شود. آشکارسازهای نوری در صنایع دفاعی [۱ و۲]، علوم پزشکی [۳-۵] ، نجوم [۶]، سیستم‌های مخابرات نوری [۷ و ۸] و... از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. در صنایع دفاعی از آشکارسازهای نوری مادون قرمز با حساسیت بالا و آشکارسازهای نوری چندرنگی[1] برای تشخیص و شناسایی هدف استفاده می‌شود. این آشکارسازها با جریان تاریکی کوچک و نویز کم در تصویربرداری‌های پزشکی کاربرد دارند. در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری، نخستین جزء گیرنده برای دریافت سیگنال نوری انتقال‌یافته از سمت فرستنده، آشکارساز نوری مادون قرمز است. آشکارسازهای نوری فرابنفش به‌دلیل کاربرد در مانیتورینگ لایهٔ ازن، تشخیص شعله، مخابرات فضای آزاد و.... مورد توجه پژوهشگران قرارگرفته‌اند [۹-۱۲]. در این فصل، ابتدا اصول اولیهٔ آشکارسازی و مؤلفه‌های عملکرد آشکارسازهای نوری معرفی شده‌اند. به‌دلیل اهمیت آشکارسازهای نوری نیمه‌هادی در سیستم‌های مخابرات فیبر نوری، صنایع نظامی، سیستم‌های هشداردهنده و ...، انواع آشکارسازهای نوری مبتنی بر نیمه‌هادی‌ها مورد مطالعه قرارگرفته‌اند. یکی از چالش‌های طراحی آشکارسازهای نوری نیمه‌هادی، یافتن مادهٔ مناسب برای آشکارسازی فوتون‌های تابشی است. برای آشکارسازی باند مادون قرمز به‌دلیل کوچک بودن انرژی فوتون‌های

---

[1] Multicolor

برخوردی به سطح آشکارساز، مواد نیمه‌هادی با گاف انرژی کوچک مورد استفاده قرارمی‌گیرند. از جملهٔ این مواد می‌توان به آلیاژهای *AlGaAs*، *InGaAs*، *InAlAs* و ... اشاره کرد، درحالیکه برای آشکارسازی فوتون‌های پرانرژی تابش فرابنفش، باید از نیمه‌هادی با گاف انرژی بزرگ‌تر همچون اکسید روی (*ZnO*)، آلیاژهای نیتریدی (*AlGaN*)، سیلیکن کرباید (*SiC*) و ... استفاده کرد. با توجه به محدود شدن عملکرد آشکارسازهای نوری توسط نویز، در پایان فصل منابع نویز در آشکارسازهای نوری به‌صورت کامل تشریح شده است.

۷-۲. اساس عملکرد آشکارسازهای نوری

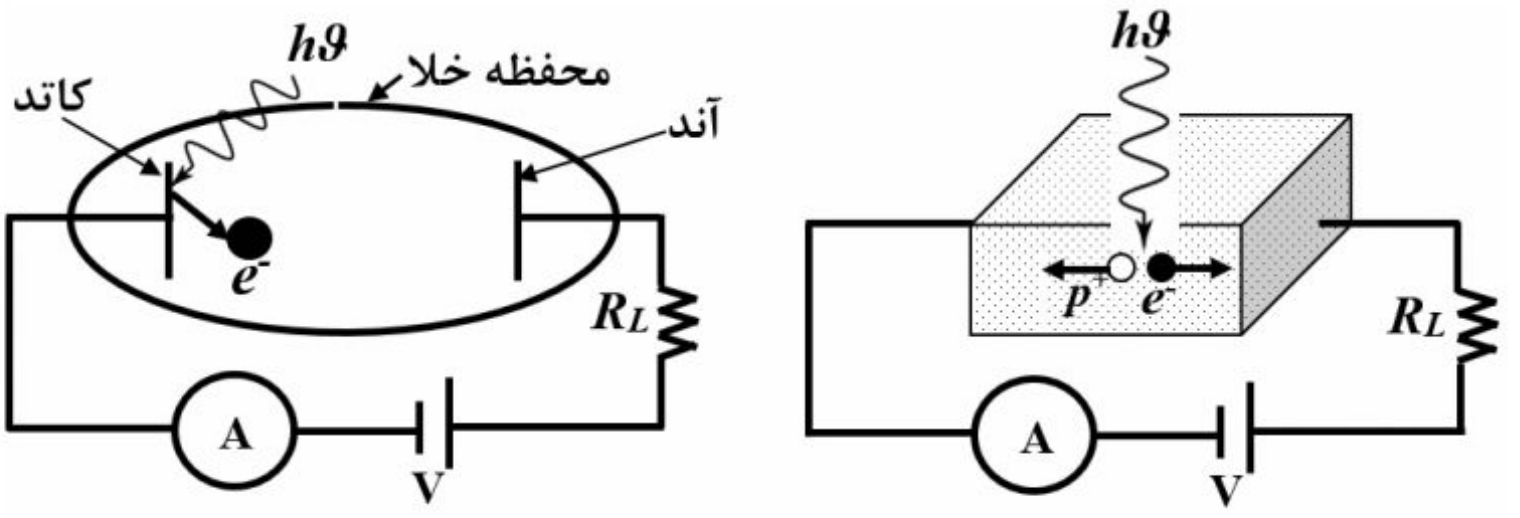
آشکارسازهای نوری به‌طورکلی به دو دستهٔ آشکارسازهای فوتوالکتریک و آشکارسازهای گرمایی[1] تقسیم می‌شوند. مبنای عملکرد آشکارسازهای فوتوالکتریک، پدیدهٔ فوتوالکتریک است که به آن فوتواثر[2] نیز گفته می‌شود. جذب فوتون‌ها توسط یک ماده، سبب گذار الکترون‌ها به سطوح انرژی بالاتر می‌شود و بارهای متحرک را در ساختار ایجاد می‌کند. در اثر اعمال یک میدان الکتریکی به بارهای متحرک، جریان الکتریکی تولید می‌شود.

طبق شکل ۷-۱ آشکارسازهای مبتنی بر فوتواثر به دو دستهٔ فوتواثر خارجی[3] و فوتواثر داخلی[4] تقسیم می‌شوند. در فوتواثر خارجی، فوتوالکترون‌های تولیدشده در ماده به‌صورت الکترون‌های آزاد از ماده فرارمی‌کنند. در فوتواثر داخلی، بارهای متحرک داخل ماده می‌مانند و سبب افزایش رسانندگی الکتریکی ماده می‌شوند. در شکل ۷-۱ آشکارسازی نور مبتنی بر فوتواثر خارجی برای مادهٔ فلزی و فوتواثر داخلی در یک نیمه‌هادی نشان داده شده است.

آشکارسازهای گرمایی براساس تبدیل انرژی فوتون به گرما کار می‌کنند. با توجه به اینکه برای تغییر دما در این نوع آشکارسازها، زمان لازم است؛ درنتیجه این نوع آشکارسازها در برابر آشکارسازهای فوتوالکتریک معمولاً کند و کم بازده هستند.

---

[1] Thermal Detectors
[2] Photoeffect
[3] External Photoeffect
[4] Internal Photoeffect



فوتواثر خارجی　　فوتواثر داخلی

شکل ۷-۱: آشکارسازهای نوری مبتنی بر فوتواثر خارجی و داخلی. در فوتواثر خارجی نور به فلز برخورد می‌کند و برای فوتواثر داخلی ماده نیمه‌هادی است.

۷-۲-۱. فوتواثرات داخلی و خارجی

۷-۲-۱-۱. گسیل فوتوالکترون[1]

هرگاه انرژی فوتون تابشی به یک ماده در خلأ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، الکترون‌های تحریک‌شده از سد پتانسیل سطح ماده عبور می‌کنند و در خلأ آزاد می‌شوند. این پدیده را گسیل فوتوالکترون می‌نامند، که برای یک فلز در شکل ۷-۲ نشان داده شده است. یک فوتون با انرژی $h\vartheta$، یک الکترون را از داخل باند هدایت نسبتاً پر آزاد می‌کند. بنابر اصل پایستگی انرژی، بیشینهٔ الکترون‌های گسیل‌شده برابراست با:

$$E_{max} = h\vartheta - W_F \qquad (۱-۷)$$

که در آن W_F تابع کار فوتوالکتریک[2] است و به‌صورت اختلاف انرژی تراز خلأ و تراز فرمی در ماده تعریف می‌شود. رابطهٔ (۷-۱) معادلهٔ «فوتوگسیل» اینشتین است. فرمول اینشتین برای الکترون‌هایی است که در تراز فرمی قرار دارند و لازمهٔ بیرون کشیدن الکترون‌ها از لایه‌های درونی‌تر، اعمال انرژی بیشتر برای انتقال الکترون به تراز فرمی است؛ بنابراین انرژی جنبشی

---

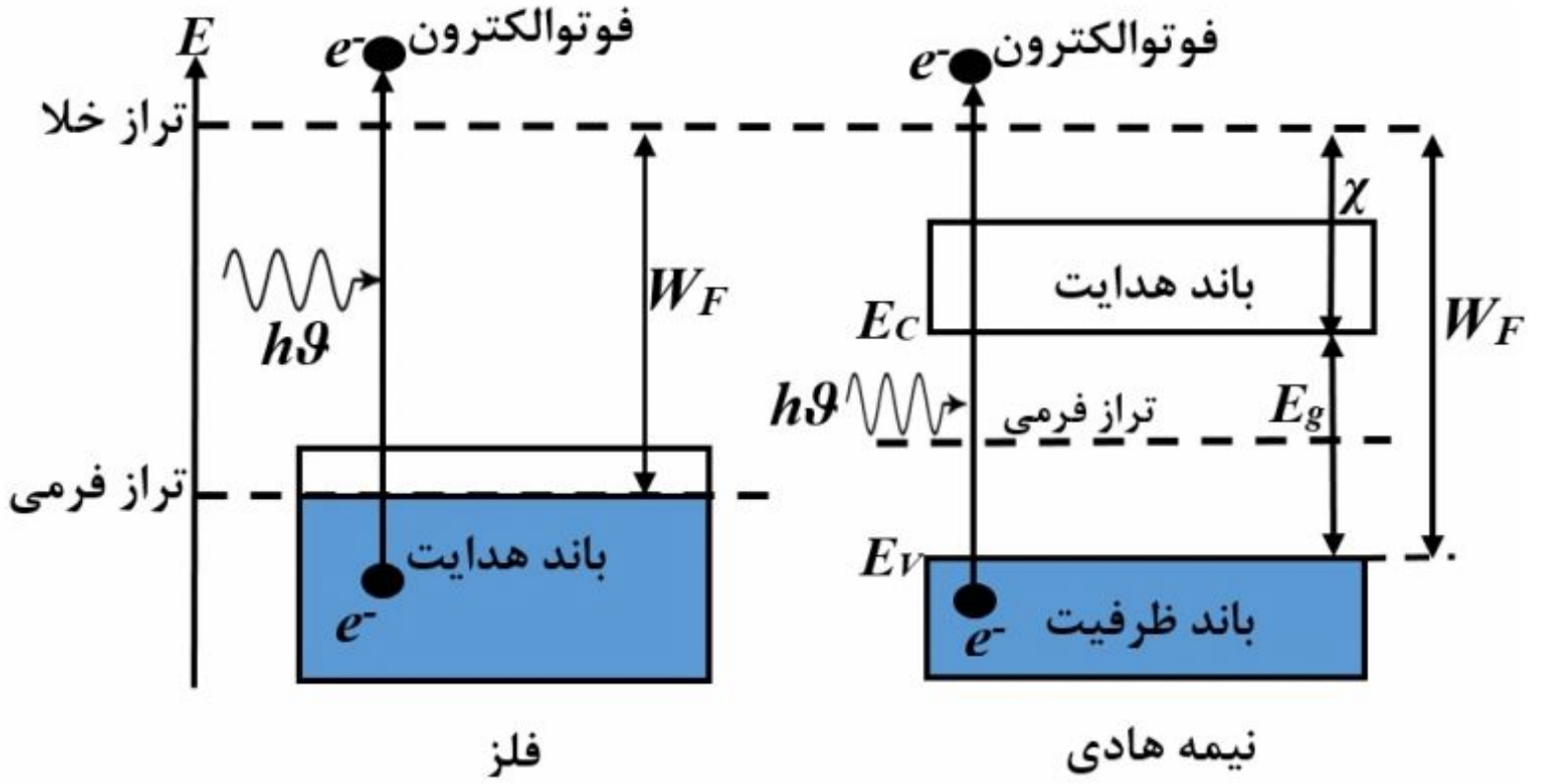
[1] Photoelectron Emission

[2] Photoelectric Work Function

الکترون‌های آزادشده از E_{max} کاهش می‌یابد. گسیل فوتوالکتریک از یک نیمه‌هادی خالص در شکل ۷-۲ نشان داده شده است. فوتوالکترون‌ها معمولاً از باند ظرفیت آزاد می‌شوند، که از الکترون پر است. درنتیجه رابطه‌ای مشابه با رابطهٔ (۷-۱) برقرار است:

$$E_{max} = h\vartheta - W_F = h\vartheta - (Eg + \chi) \qquad (۷-۲)$$

در رابطهٔ (۷-۲) E_g گاف انرژی نیمه‌هادی و χ انرژی وابستگی الکترون[1] ماده است که به‌صورت تفاوت تراز خلأ و کف باند هدایت تعریف می‌شود.



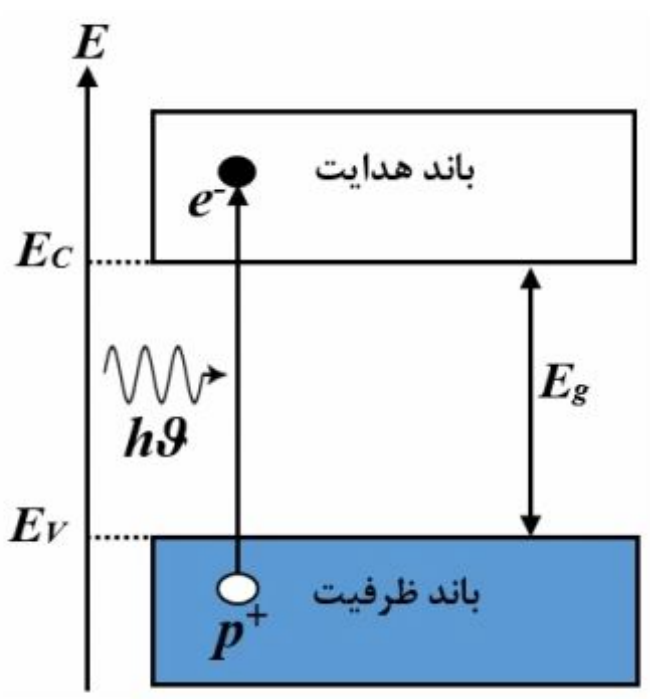
شکل ۷-۲: گسیل فوتوالکترون برای یک فلز و یک نیمه‌هادی خالص.

به‌عنوان مثال تابع کار فلز سزیم، (Cs) $2\ eV$ است؛ لذا از فلزات خالص به‌منظور آشکارسازی سیگنال‌های نوری در طیف فرابنفش و مرئی بیشتر استفاده می‌شود. در مادهٔ $NaKCsSb$ گاف انرژی به میزان $1.4\ eV$ است و می‌توان از آن برای آشکارسازی باند طول موجی نزدیک مادون قرمز، مرئی و فرابنفش استفاده کرد.

[1] Electron Affinity

۷-۲-۱-۲. فوتورسانندگی الکتریکی[1]

بیشتر آشکارسازهای مدرن براساس پدیدهٔ فوتواثر داخلی کار می‌کنند و حامل‌های الکترون و حفرهٔ اضافی در داخل ماده بر اثر تابش فوتون‌ها پدید می‌آیند و در هدایت ماده تأثیر خواهند گذاشت (به شکل ۷-۱ مراجعه شود). اساس عملکرد در شکل ۷-۳ نشان داده شده است. با اعمال میدان الکتریکی به ماده، الکترون‌ها و حفره‌ها درخلاف جهت هم شروع به حرکت می‌کنند و بدین ترتیب یک جریان الکتریکی در ساختار ایجاد می‌شود (شکل ۷-۱ سمت راست).



شکل ۷-۳: اساس عملکرد آشکارسازهای مدرن که براساس پدیدهٔ فوتواثر داخلی عمل می‌کنند.

آشکارسازی نور مبتنی بر فوتواثر داخلی در نیمه‌هادی شامل سه فرایند اساسی است:

الف) تولید: جذب فوتون، سبب تولید الکترون‌ها و حفره‌های اضافی می‌شود.

ب) انتقال[2]: انتقال حامل‌ها و ایجاد جریان در مدار با میدان الکتریکی خارجی صورت می‌گیرد.

ج) بهره: در فوتودیودهای ضرب بهمنی[3]، با اعمال میدان الکتریکی بزرگ به ساختار، حامل‌ها به اندازهٔ کافی انرژی کسب می‌کنند که این امر سبب ایجاد حامل‌های اضافی بیشتری می‌شود. این تقویت‌کنندگی داخلی، پاسخ پذیری آشکارساز را افزایش می‌دهد.

---

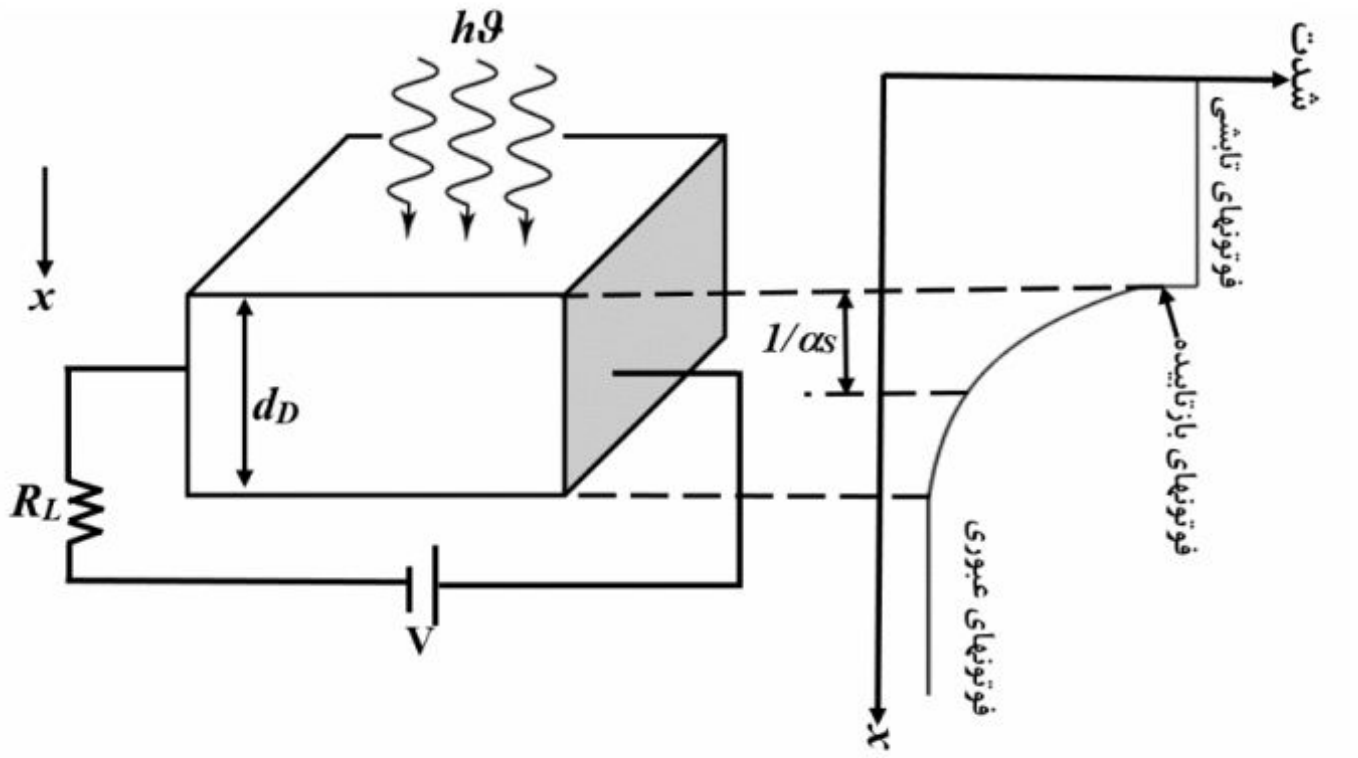
[1] Photoconductivity
[2] Transport
[3] Avalanche Photodiode

۷-۳. ویژگی‌های کلی آشکارساز

در این بخش تنها دو مشخصه از آشکارسازهای نوری را ذکر می‌کنیم و مطالعهٔ سایر ویژگی‌ها، ضمن معرفی انواع آشکارساز و منابع نویز به بخش‌های بعدی موکول می‌شود.

۷-۳-۱. بازده کوانتومی

بازده کوانتومی η_{Det} ($0 \le \eta_{Det} \le 1$) به صورت احتمال اینکه فوتون برخوردی به ماده منجر به تولید زوج الکترون- حفره‌ای شود که در جریان الکتریکی شرکت کند، تعریف می‌شود. زمانی‌که فوتون‌های زیادی به ماده برخورد می‌کنند (که معمولاً نیز همین‌گونه است) η_{Det} شار الکترون و حفرهٔ تولیدی، که در جریان شرکت می‌کنند، تقسیم بر شار فوتون‌های برخوردی است. تمامی فوتون‌های برخوردی، جذب ماده نمی‌شوند و درنتیجه تولید زوج الکترون- حفره نخواهند کرد، به‌دلیل اینکه عمق ماده قابل توجه نیست. طبق شکل ۷-۴ برخی از فوتون‌ها در سطح ماده بازتاب می‌شوند.



شکل ۷-۴: اثر بازتاب سطحی و جذب ناقص بر بازده کوانتومی η_{Det}.

به‌دلیل اینکه فراوانی مراکز بازترکیب در سطح بیشتر است؛ بنابراین زوج الکترون- حفره‌های تولیدی نزدیک به سطح به سرعت بازترکیب می‌شوند و این زوج الکترون‌ها و حفره‌ها درجریان الکتریکی شرکت نمی‌کنند؛ درنتیجه برای بازده کوانتومی می‌توان نوشت:

$$\eta_{Det} = (1 - R_D)\zeta[1 - \exp(-\alpha_S d_D)] \qquad (۳-۷)$$

در رابطهٔ (۷-۳)، R_D انعکاس‌پذیری سطح است و ζ نسبت زوج الکترون- حفره‌هایی است که با موفقیت در جریان آشکارسازی شرکت می‌کنند. α_S ضریب جذب ماده برحسب cm^{-1} و d_D عمق آشکارساز نوری است. رابطهٔ (۷-۳) از سه مؤلفه تشکیل شده است:

الف) ($1\text{-}R_D$): که نشان‌دهندهٔ اثر انعکاس سطح قطعه است. انعکاس‌پذیری سطح را می‌توان با استفاده از پوشش ضد انعکاس‌پذیری کاهش داد.

ب) ζ: که بیانگر نسبت زوج الکترون - حفره‌هایی است که بدون بازترکیب در سطح ماده در جریان نوری شرکت کرده‌اند. می‌توان با رشد و طراحی دقیق قطعه، بازترکیب را کاهش داد.

ج) $\int_0^{d_D} e^{-\alpha_S x}dx \,/\, \int_0^{\infty} e^{-\alpha_S x}dx = [1 - \exp(-\alpha_S d_D)]$: این مؤلفه نسبت شارفوتونی جذب‌شده در حجم ماده را نشان می‌دهد. در قطعه‌ای با d_D بزرگ، این مؤلفه افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که تلفات اضافی در ساختار نیز زمانی‌که نور کاملاً بر ناحیهٔ فعال متمرکز نباشد، اتفاق می‌افتد.

به‌دلیل اینکه ضریب جذب، تابعی از طول موج فوتون‌های تابشی است؛ درنتیجه بازده کوانتومی نیز تابعی از طول موج است. زمانی‌که انرژی فوتون کمتر از گاف انرژی ماده باشد، فوتون جذب ماده نمی‌شود و زمانی جذب فوتون صورت می‌گیرد که انرژی فوتون‌های تابشی، بزرگ‌تر از گاف انرژی ماده باشد.

مثال ۷-۱: به یک آشکارساز نوری نیمه‌هادی مبتنی بر فوتواثر داخلی با عمق $300\ \mu m$ فوتون‌هایی با طول موج $\lambda=1\ \mu m$ و شدت $100\ mW/cm^2$ می‌تابد. با فرض اینکه ضریب جذب نیمه‌هادی در طول موج کاری $80\ cm^{-1}$ و ضریب انعکاس‌پذیری برابر با 0.3 باشد، صرف‌نظر از بازترکیب سطحی حامل‌های تولیدی، مطلوب است محاسبهٔ: الف) تعیین بازده کوانتومی آشکارساز؛ ب) برآورد شدت فوتون‌های عبوری از آشکارساز؛ ج) ترسیم نمودار تغییرات شدت فوتون‌های برخوردی در داخل نیمه‌هادی.

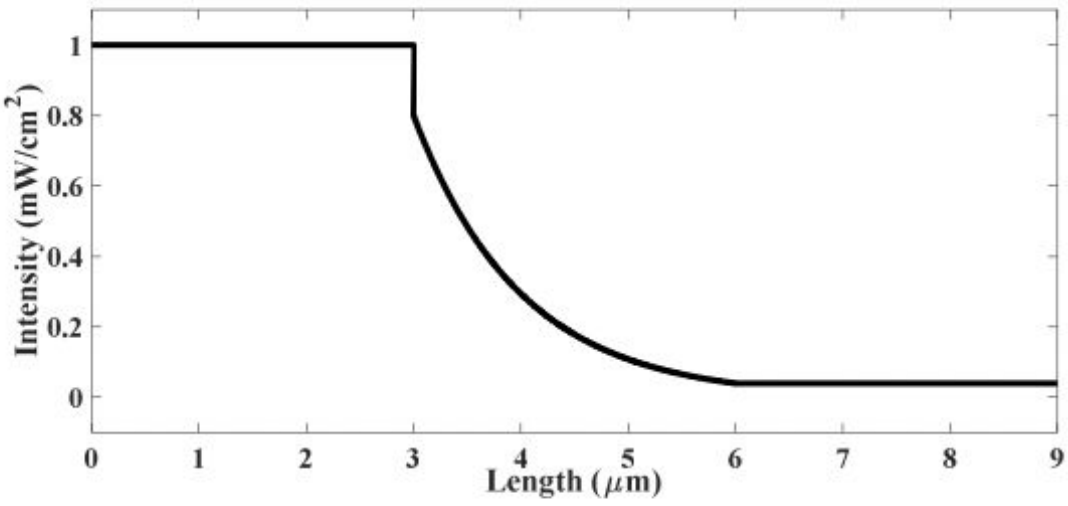
حل:

الف) با جاگذاری مقادیر داده‌شده در صورت مثال در رابطهٔ (۷-۳)، بازده کوانتومی آشکارساز تعیین می‌شود:

$$\eta = (1-0.3)\times 1\times[1-\exp(-80\,(cm^{-1})300\,(\propto m)] = 63.65\%$$

ب) با توجه به اینکه انعکاس‌پذیری شدت فوتون‌های ورودی به نیمه‌هادی $70\ mW/cm^2$ است، ضریب شار فوتونی جذب‌شده در نیمه‌هادی $[1-\exp(-80\,(cm^{-1})300\,(\propto m)] \oplus 90.9\%$ و شدت فوتون‌های جذب‌شده $90.9\% \times 70\,mW\,/\,cm^2 = 63.65\ mW\,/\,cm^2$ است؛ بنابراین شدت فوتون‌های عبوری $6.35\ mW\,/\,cm^2$ است.

ج)



شکل مثال ۷-۱: تغییرات شدت فوتون‌های برخوردی به آشکارساز.

۷-۳-۲. پاسخ پذیری

واکنش‌پذیری آشکارساز به جریان الکتریکی I_{ph} بستگی دارد، که در مدار در اثر توان برخوردی P_{ph} جریان می‌یابد. اگر هر فوتون به تولید یک زوج الکترون- حفره بینجامد، در مدار شار فوتونی Φ (فوتون‌ها بر واحد زمان) یک شار الکترونی Φ (الکترون‌ها بر واحد زمان) را تولید می‌کند که خود به تولید جریان به اندازهٔ $I_{ph}=e\Phi$ منجرمی‌شود؛ بنابراین توان نوری

$P_{ph}=h\vartheta\Phi$ به جریان الکتریکی $I_{ph} = e\frac{P_{ph}}{h\vartheta}$ می‌انجامد و برای جریان الکتریکی تولیدی برحسب بازده کوانتومی داریم:

$$I_{ph} = \eta_{Det} e\Phi = \frac{\eta_{Det} eP_{ph}}{h\vartheta} = \Re_{Det} P_{ph} \qquad (۴-۷)$$

ضریب تناسب میان جریان الکتریکی و توان نوری $\Re_{Det}=I_{ph}/P_{ph}$ است و واحد آن A/W و پاسخ‌پذیری آشکارساز نامیده می‌شود و برای پاسخ‌پذیری می‌توان نوشت [۱۳]:

$$\Re_{Det} = \frac{\eta_{Det} e}{h\vartheta} = \eta_{Det} \frac{\lambda_0(\propto m)}{1.24\,(eV)} \qquad (۵-۷)$$

در تمام فرمول‌های داده‌شده فرض بر این است که زوج حامل‌های الکترون- حفره بار الکتریکی e را تولید می‌کنند. در بسیاری از ادوات یک بار q در مدار تولید می‌شود، که با بار e تفاوت دارد (به‌عنوان نمونه می‌توان به آنچه در آشکارسازهای ضرب بهمنی رخ می‌دهد، اشاره کرد). بهره به‌صورت متوسط الکترون‌های مداری تولیدشده بر فوتوحامل‌ها[1] تعریف می‌شود[۱۳]:

$$G_D \equiv \frac{q}{\epsilon} \qquad (۶-۷)$$

بنابراین برای فوتوجریان تولیدی داریم:

$$I_{ph} = \eta_{Det} q\Phi = \eta_{Det} G_D e\Phi = \frac{\eta_{Det} G_D eP_{ph}}{h\vartheta} \qquad (۷-۷)$$

و برای پاسخ‌پذیری می‌توان نوشت:

[1] Photocarriers

$$\Re_{Det} = \frac{\eta_{Det} G_D e}{h\vartheta} = \eta_{Det} G_D \frac{\lambda_0}{1.24} \qquad (۸-۷)$$

مثال ۷-۲: در آشکارساز مثال ۷-۱، مطلوب است محاسبهٔ: الف) پاسخ‌پذیری آشکارساز؛ ب) جریان جاری در مدار با فرض اینکه توان نوری تابشی به آشکارساز $50\ mW$ باشد.

حل:

الف) انرژی فوتون‌های برخوردی برابراست با:

$$hc / \lambda_0 = 6.63 \times 10^{-34}\ (J.s) \times 3 \times 10^{8}\ (m/s) / 1(\propto m) = 1.243\ (eV)$$

با جاگذاری مقادیر داده‌شده و به‌دست‌آمده از مثال ۷-۱ در رابطهٔ (۷-۵) داریم:

$$\Re_{Det} = 63.65\% \times \frac{1.6 \times 10^{-19}\ (C)}{1.243\ (eV)} = 512\ mA/W$$

ب) مقدار جریان تولیدی در مدار از رابطهٔ (۷-۴) تعیین می‌شود:

$$I_{ph} = 512\ (mA/W) \times 50\ (mW) = 25.6\ mA$$

۷-۴. انواع آشکارساز نوری نیمه‌هادی

۷-۴-۱. آشکارساز فوتورسانایی

در شکل ۷-۵ (مشابه با شکل ۷-۱) اساس عملکرد یک آشکارساز فوتورسانایی، که تحت تابش یکنواخت فوتون قرار دارد، نشان داده شده است. هرگاه انرژی فوتون تابشی بزرگ‌تر از گاف انرژی نیمه‌هادی باشد، فوتون‌های جذب‌شده سبب انتقال بین باندی الکترون و تولید زوج الکترون- حفره در ساختار می‌شوند. درحالت ایده‌آل با جذب هر فوتون در ساختار، یک زوج الکترون- حفره تولید می‌شود. این تولید حامل‌ها سبب افزایش رسانندگی الکتریکی قطعه ،σ، متناسب با شار فوتونی Φ می‌شود. اعمال ولتاژ و به تبع آن اعمال میدان الکتریکی

در ساختار سبب انتقال بارهای الکتریکی و ایجاد جریان الکتریکی می‌شود. فوتوجریان ایجادشده در ساختار (I_{ph}) متناسب با شارفوتونی برخوردی و افت ولتاژ در مقاومت بار R_L است، که به‌صورت سری در مدار قرار گرفته است. در این بخش آشکارساز فوتورسانایی مبتنی بر یک نیمه‌هادی نوع p را مطالعه می‌کنیم.

با تحریک نوری، غلظت الکترون‌ها و حفره‌ها در آشکارساز از حالت تعادل (n_0,p_0) انحراف می‌یابد:

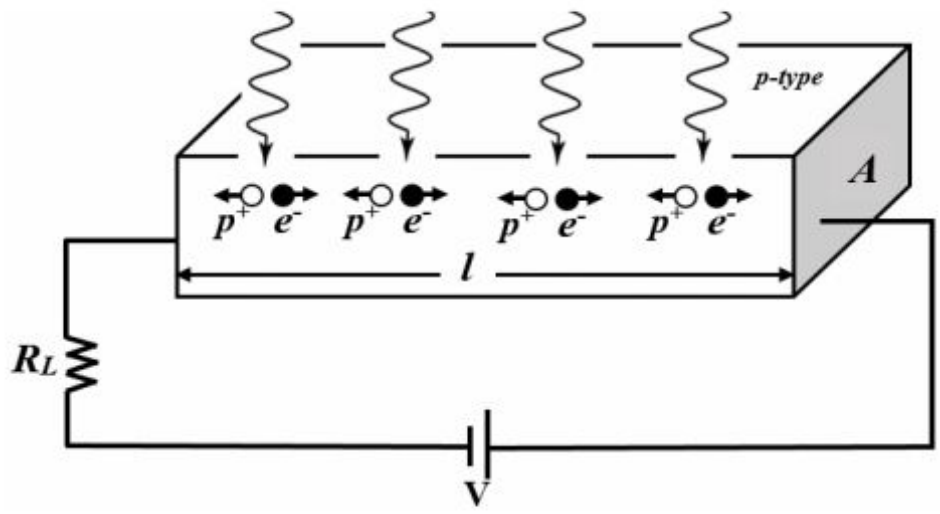
$$n = n_0 + \varnothing n \quad , p = p_0 + \varnothing p \tag{۹-۷}$$

برای خنثی ماندن ماده داریم $\Delta n=\Delta p$. جریان تولیدی به‌وسیلهٔ حامل‌های ایجادشده تنها ناشی از رانش حامل‌ها تحت تأثیر میدان الکتریکی خارجی است و مؤلفهٔ جریان نفوذی به‌سبب تولید یکنواخت حامل‌ها در سراسر قطعه صفر است. برای جریان تولیدی در شرایط تحریک نوری داریم:

$$J = J_e + J_h = e(n\alpha_e + p\alpha_h)\xi = \sigma\xi \tag{۱۰-۷}$$

که در آن طبق شکل ۷-۵ $\xi=V/l$ و برای رسانندگی الکتریکی قطعه می‌توان نوشت:

$$\sigma = e(n\alpha_e + p\alpha_h) \tag{۱۱-۷}$$



شکل ۷-۵: اساس عملکرد یک آشکارساز فوتورسانایی، که تحت تابش یکنواخت فوتون قرار دارد.

رسانندگی الکتریکی قطعه در شرایط تعادل (بدون تحریک نوری) $\sigma_0=e(n_0\alpha_e+p_0\alpha_h)$ است و با استفاده از روابط (۷-۹) و (۷-۱۱)، تغییرات رسانندگی الکتریکی آشکارساز ،$\Delta\sigma$، به‌دست می‌آید:

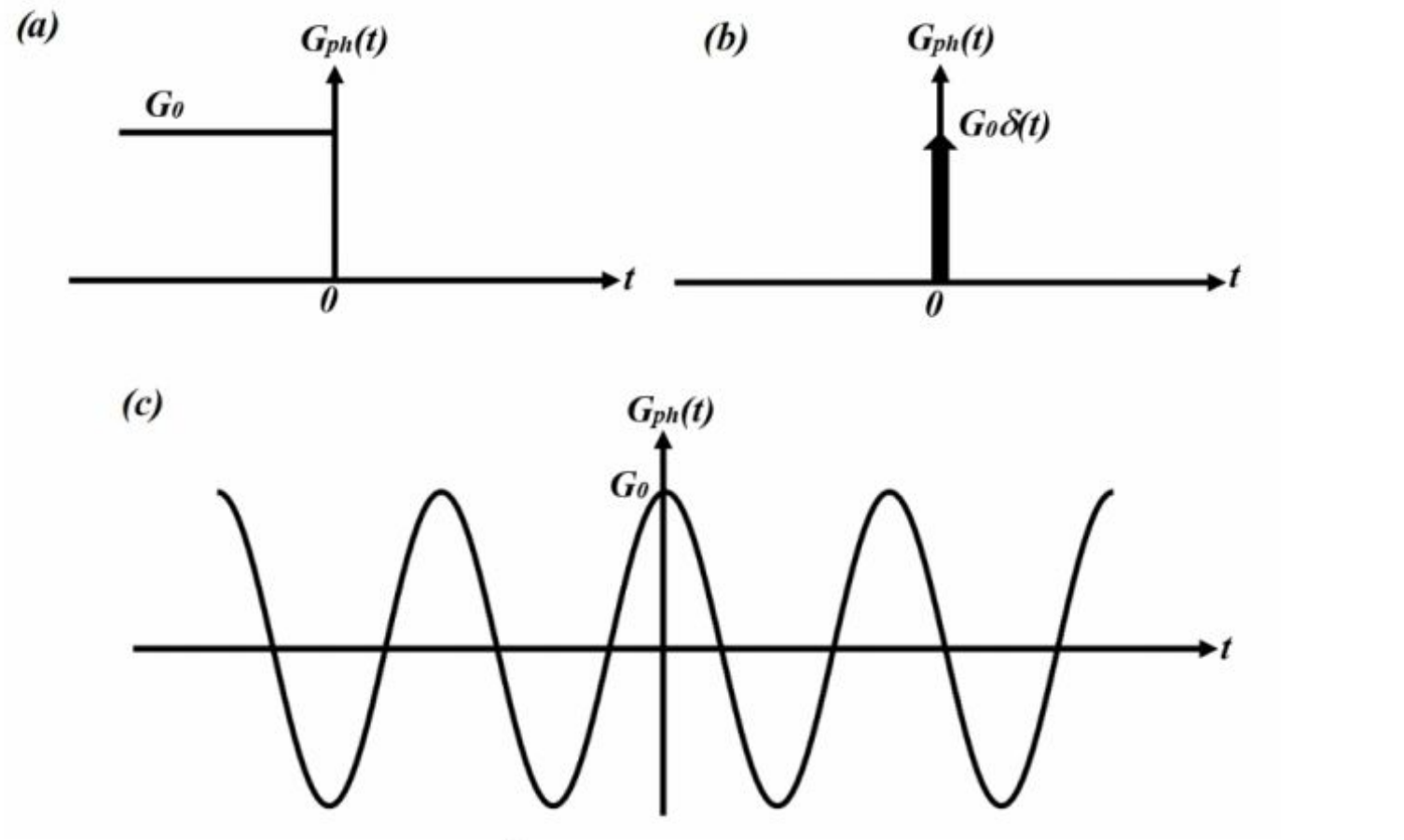
$$\wp\sigma = e(\alpha_e + \alpha_h)\wp n \qquad (۱۲-۷)$$

مثال ۷-۳: تغییرات چگالی جریان ناشی از تابش فوتون را در ساختار شکل ۷-۵ با درنظرگرفتن شارهای فوتونی تزریقی داده‌شده تعیین کنید.

حل:

با توجه به اینکه نیمه‌هادی شکل ۷-۵، از نوع p است؛ بنابراین $p_0 >> n_0$. با درنظرگرفتن شرایط تزریق پایین $\Delta n << p_0$، تغییرات غلظت حامل‌های تولیدی برحسب زمان از معادلهٔ نرخ تعیین می‌شود:

$$\frac{\partial \wp n}{\partial t} = G_{ph}(t) - R_{rec} \qquad (۱۳-۷)$$



شکل۱ مثال ۷-۳. نرخ تولید حامل‌ها در آشکارساز فوتورسانایی.

در رابطهٔ (۷-۱۳) $G_{ph}(t)$ نرخ تولید حامل‌ها و R_{rec} نرخ بازترکیب حامل‌های اقلیت و به‌صورت داده‌شده بیان می‌شود:

$$R_{rec} = \frac{\varnothing n}{\tau_e} \qquad (۷-۱۴)$$

که در آن τ_e طول عمر بازترکیب حامل‌های اقلیت است.
الف) برای معادلهٔ (۷-۱۳) در شرایط ماندگار (در ازای $t < 0$) و نرخ تولید داده‌شده در (a) داریم:

$$\frac{\partial \varnothing n}{\partial t} = 0 = G_0 - \frac{\varnothing n}{\tau_e} \quad ; t < 0$$
$$\frac{\partial \varnothing n}{\partial t} + \frac{\varnothing n}{\tau_e} = 0 \qquad ; t \geq 0 \qquad (۷-۱۵)$$

از معادلات تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت برحسب زمان محاسبه می‌شود:

$$\varnothing n = G_0 \tau_e \qquad ; t < 0$$
$$\varnothing n = G_0 \tau_e e^{-t/\tau_e} \quad ; t \geq 0 \qquad (۷-۱۶)$$

تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت برحسب زمان در شکل آمده است. تغییرات رسانندگی الکتریکی قطعه برای $t \geq 0$ و با درنظرگرفتن $\alpha_e >> \alpha_h$ از رابطهٔ (۷-۱۲) به‌دست می‌آید:

$$\varnothing \sigma = e\alpha_e \varnothing n = e\alpha_e G_0 \tau_e \qquad ; t < 0$$
$$\Delta \sigma = e\mu_e \Delta n = e\mu_e G_0 \tau_e e^{-t/\tau_e} \qquad ; t \geq 0 \qquad (۷-۱۷)$$

برای تغییرات چگالی جریان، $\Delta J = \xi \Delta \sigma$، از رابطهٔ (۷-۱۰) می‌توان نوشت:

$$\varnothing J = e\propto_e G_0 \tau_e \frac{V}{l} \qquad ;t < 0$$
$$\Delta J = e\mu_e G_0 \tau_e e^{-t/\tau_e} \frac{V}{l} \qquad ;t \geq 0 \qquad (۱۸-۷)$$

ب) به ازای نرخ تولید داده‌شده در (b)، از معادلهٔ (۷-۱۳) داریم:

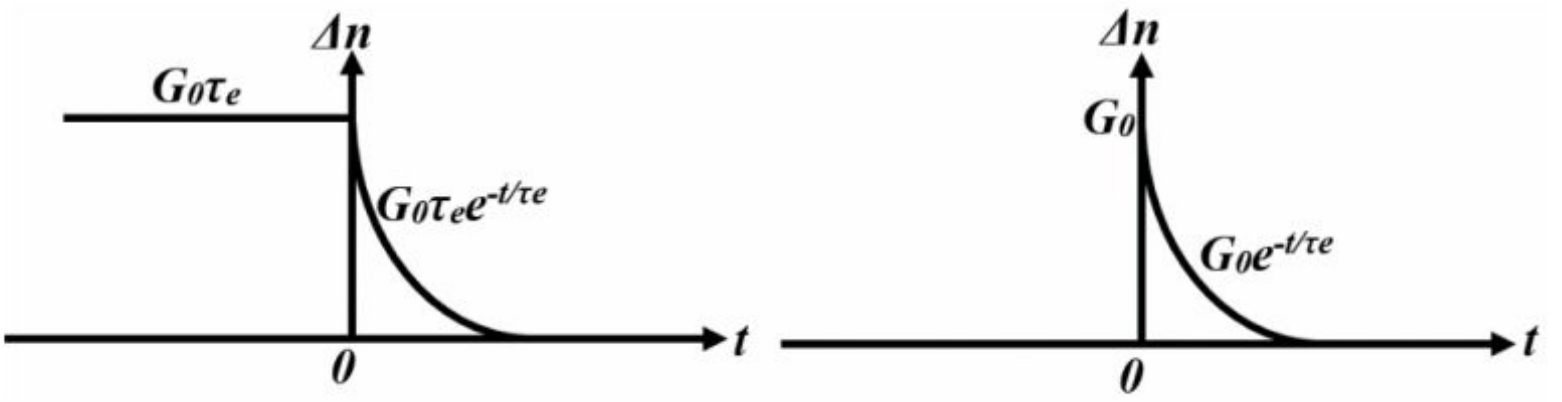
$$\frac{\partial \varnothing n}{\partial t} = G_0 \delta(t) - \frac{\varnothing n}{\tau_n} \qquad (۱۹-۷)$$

تغییرات غلظت حامل‌ها در ازای $t<0$، صفر است و تغییرات غلظت حامل‌ها برای $t \geq 0$ از حل معادله تعیین می‌شود:

$$\varnothing n = G_0 e^{-t/\tau_e} \qquad (۲۰-۷)$$

تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت در شکل نشان داده شده است. مشابه روند قسمت (الف) برای تغییرات چگالی جریان می‌توان نوشت:

$$\varnothing J = e\propto_e G_0 e^{-t/\tau_e} \frac{V}{l} \qquad (۲۱-۷)$$



شکل ۲ مثال ۷-۳: تغییرات غلظت حامل‌های اضافی در آشکارساز فوتورسانایی در قسمت (الف) و (ب) مثال ۷-۳ به ترتیب در نمودارهای سمت چپ و راست.

ج) در شرایط ماندگار برای تحریک نوری به‌صورت $G_{ph}(t) = G_0 \cos\omega t = \mathrm{Re}\{G_0 e^{j\omega t}\}$، برای چگالی حامل‌های اضافی در شکل فازوری داریم:

$$\varnothing n(t) = \mathrm{Re}\{\varnothing n(\omega) e^{j\omega t}\} \qquad (۲۲-۷)$$

و معادلهٔ مدیریت‌کنندهٔ غلظت حامل‌های اضافی عبارت است از:

$$\frac{\partial \varnothing n(t)}{\partial t} = G_0 \cos\omega t - \frac{\varnothing n}{\tau_e} \qquad (۲۳-۷)$$

از روابط داده‌شده مقدار $\Delta n(\omega)$ برابراست با (تمرین ۷-۴):

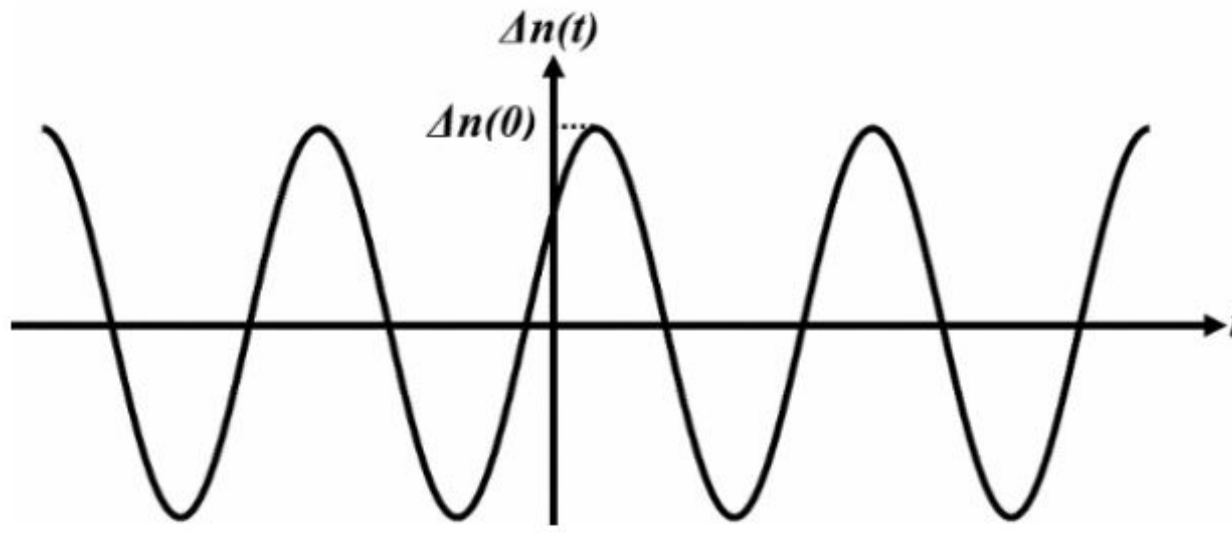
$$\varnothing n(\omega) = \frac{G_0 \tau_e}{1 + i\omega\tau_e} \qquad (۲۴-۷)$$

برای غلظت حامل‌های اقلیت نسبت به زمان می‌توان نوشت:

$$\varnothing n(t) = \mathrm{Re}\left\{\frac{G_0\tau_e}{\sqrt{1+(\omega\tau_e)^2}} e^{j\omega t}\right\} \qquad (۲۵-۷)$$
$$= \frac{G_0\tau_e}{\sqrt{1+(\omega\tau_e)^2}} \cos(\omega t - \varphi_{ph}) \quad ; \varphi_{ph} = \tan^{-1}(\omega\tau_e)$$

درنهایت برای تغییرات چگالی جریان داریم:

$$\varnothing J = e\varnothing_e \frac{G_0\tau_e}{\sqrt{1+(\omega\tau_e)^2}} \cos(\omega t - \varphi_{ph}) \frac{V}{l} \qquad (۲۶-۷)$$



شکل ۳ مثال ۷-۳: تغییرات حامل‌های اضافی در قسمت (ج) مثال ۷-۳.

همچنانکه پیشتر نیز اشاره شد، جذب یک فوتون توسط آشکارساز، به تولید زوج الکترون-حفره در ساختار می‌انجامد. الکترون تولیدی، بارها ساختار و درنتیجه مدار خارجی را تا زمانی‌که بازترکیب شود، می‌پیماید؛ درنتیجه میزان بار ناشی از حرکت الکترون در مدار خارجی با بار الکترون متفاوت خواهد بود و این موضوع بیانگر وجود بهره در ساختار آشکارساز است. تعداد دفعاتی که الکترون، ساختار را قبل از بازترکیب شدن می‌پیماید، برابراست با [۱۳]:

$$G_D = \frac{\tau_e}{\tau_{trans}} \qquad (۲۷-۷)$$

که در آن $\tau_{trans}=l/v_e$ زمان عبور[1] الکترون در داخل ساختار و τ_e طول عمر بازترکیب حامل‌های اقلیت است. مقدار بهره ممکن است کمتر یا بیشتر از یک باشد. اگر در یک ساختار $\tau_e < \tau_{trans}$ بهره کوچک‌تر از یک است، در این شرایط حامل‌های اضافی پیش از رسیدن به انتهای ساختار، با حامل‌های مخالف بازترکیب می‌شوند. درنهایت هر زوج حامل تولیدی در ایجاد جریان در مدار خارجی به اندازهٔ کسری از بارالکترون سهیم است. در مدار خارجی با مدیریت طول ساختار و ناخالصی، می‌توان به مقدار بهره‌ای بزرگ‌تر از یک دست یافت؛ به‌عنوان مثال اگر طول ساختار $l=1\ mm$ و $v_e=10^7\ cm/s$ باشد، زمان عبور حامل در ساختار $\tau_{trans}=10ns$ است. زمان عبور، پارامتری مهم در محدودکردن سرعت آشکارسازهای نوری

[1] Transit Time

است. طول عمر بازترکیب حامل‌های اقلیت اضافی به نوع نیمه‌هادی و ناخالصی وابسته است و مقدار آن از $0.1\ ps$ تا چندین ثانیه متغیر است.

مثال ۷-۴: با فرض اینکه توان تابشی به سطح آشکارساز $P_{ph}(t) = P_{ph0}(1 + m\cos\omega t)$ باشد، جریان جاری در آشکارساز ناشی از فوتوحامل‌ها را تعیین کنید.

حل:

با توجه به رابطهٔ داده‌شده برای توان نوری تابشی، جریان تولیدی در آشکارساز جمع دو مؤلفهٔ dc و ac است و از رابطهٔ (۷-۷) برای فوتوجریان داریم:

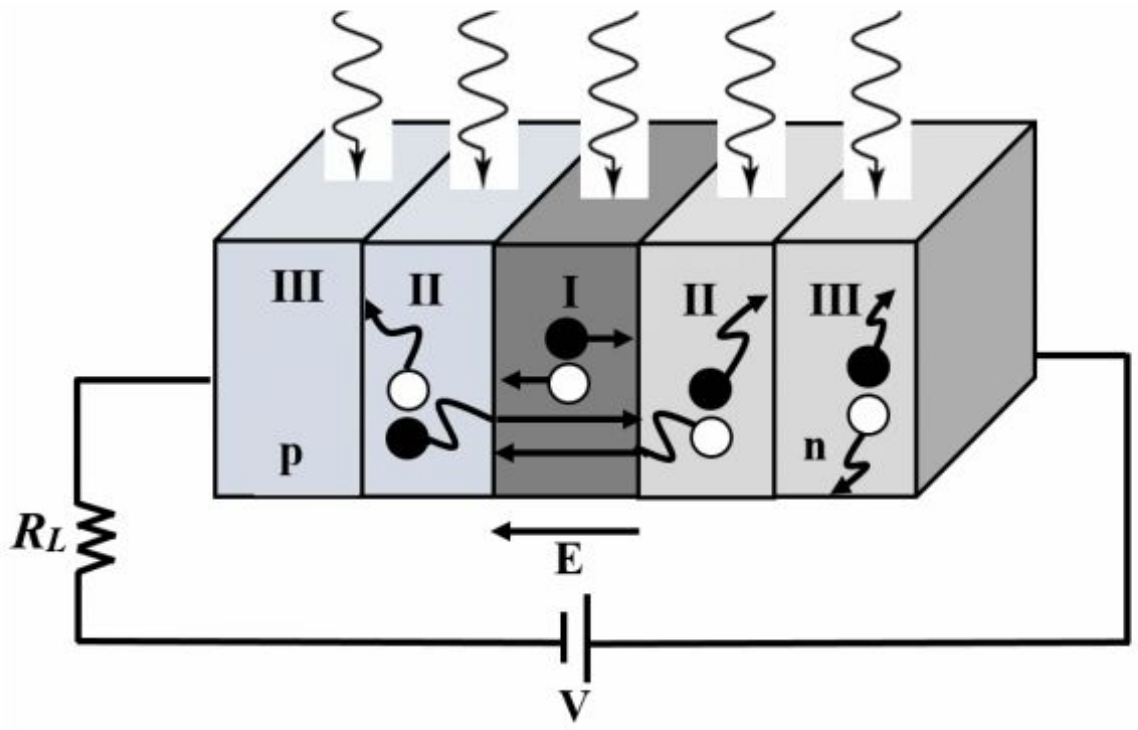
$$I_{ph}(t) = I_{ph0}\left[1 + \frac{m}{\sqrt{1+(\omega\tau_e)^2}}\cos(\omega t - \varphi_{ph})\right]$$

$$; I_{ph0} = \frac{e\eta_{Det}P_{ph0}}{h\vartheta}\frac{\tau_e}{\tau_{trans}}, \varphi_{ph} = \tan^{-1}(\omega\tau_e)$$

۷-۴-۲. فوتودیودها

۷-۴-۲-۱. فوتودیود *p-n*

یک فوتودیود *p-n* یک اتصال *p-n* است که با جذب فوتون جریان اشباع معکوس آن افزایش می‌یابد. اگرچه فوتودیودها از آشکارسازهای فوتورسانایی سریع‌تر هستند، اما دارای بهره نیستند. با جذب هر فوتون در ساختار آشکارساز، یک زوج الکترون- حفره تولید می‌شود و با اعمال میدان الکتریکی، زوج حامل در یک جهت مشخص شروع به حرکت می‌کنند. به‌دلیل اینکه بخش اعظم میدان الکتریکی یک اتصال *p-n* مربوط به میدان الکتریکی ناحیهٔ تخلیه است؛ لذا این ناحیه همان ناحیه‌ای است که باید بارهای الکتریکی در آن تولید شوند. در شکل ۷-۶ اساس عملکرد یک فوتودیود *p-n* نشان داده شده است.



شکل ۷-۶: اساس عملکرد یک فوتودیود *p-n* . رانش و نفوذ فوتوحامل‌ها در نواحی *I* و *II* مشخص است. در شکل دایره‌های توپر الکترون‌ها و دایره‌های توخالی نشان‌دهندهٔ حفره‌هاست.

در مدار فوتودیود *p-n* سه ناحیه وجود دارد:

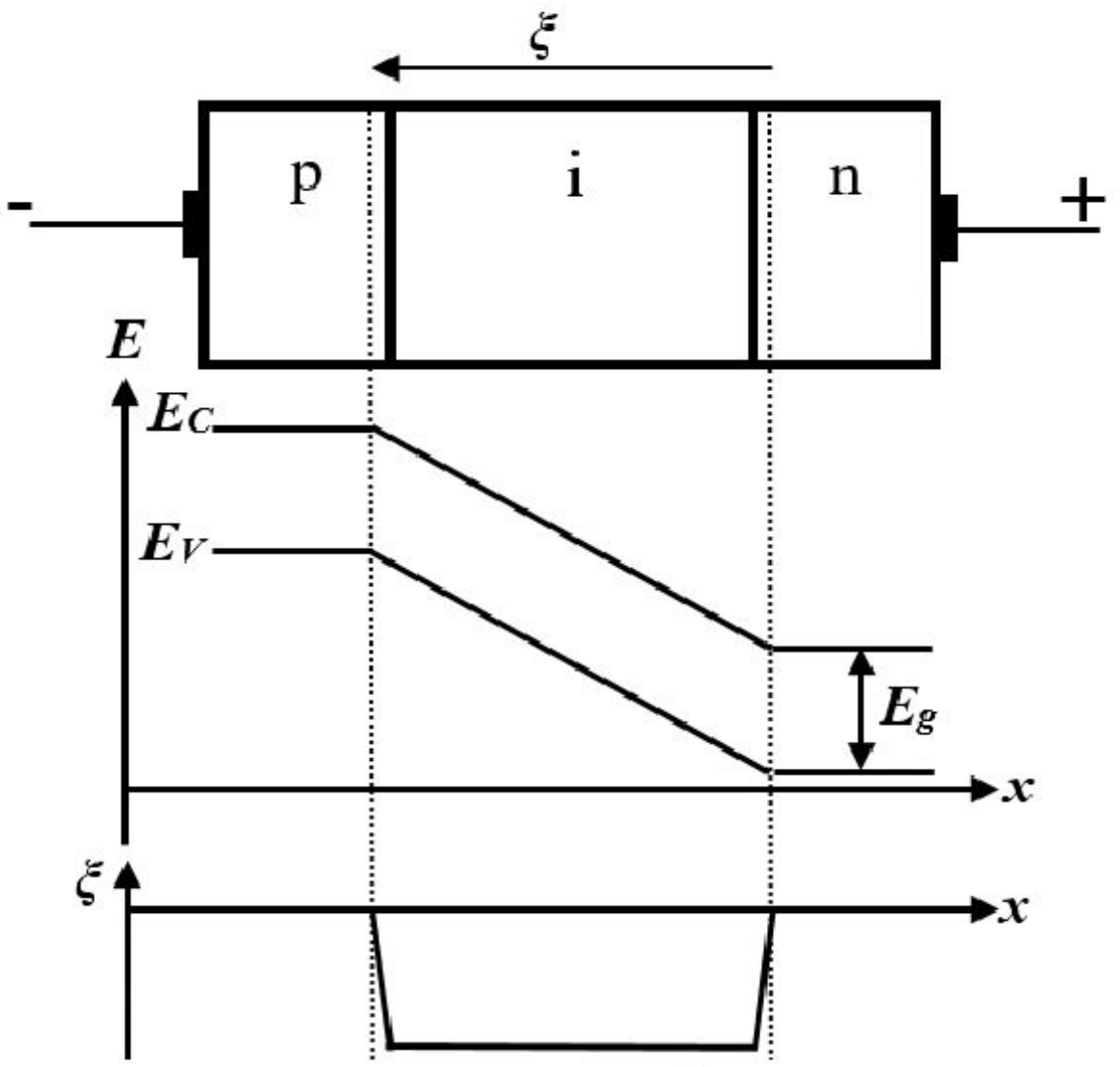
الف) الکترون‌ها و حفره‌ها در ناحیهٔ *I*، که ناحیهٔ تخلیه است، به‌وجود می‌آیند و به سرعت در جهات مخالف هم به طرف ولتاژ بایاس‌های مثبت و منفی حرکت می‌کنند. به‌دلیل اینکه ساختار بایاس معکوس شده است، فوتوحامل‌ها در ناحیهٔ تخلیه تحت تأثیر یک میدان الکتریکی قوی قراردارند و الکترون‌ها به سمت نیمه‌هادی نوع *n* و حفره‌ها به سمت نیمه‌هادی نوع *p* می‌روند. با توجه به اینکه فوتوحامل‌ها در ناحیهٔ تخلیه بازترکیب نمی‌شوند؛ درنتیجه هر فوتوحامل تولیدشده در مدار خارجی و در ایجاد جریان مؤثر است ($G_D=1$).

ب) الکترون و حفره‌هایی که در خارج از ناحیهٔ تخلیه، اما در ناحیه‌ای در مجاورت ناحیهٔ تخلیه (ناحیهٔ *II*) تولید می‌شوند، این شانس را دارند که توسط نفوذ تصادفی، وارد ناحیهٔ تخلیه شوند. یک الکترون از سمت نیمه‌هادی نوع *p* به سمت *n* می‌رود و با بار الکترون در ایجاد جریان خارجی مدار شرکت می‌کند ($G_D=1$). برای یک حفرهٔ تولیدی نیز وضعیت مشابهی وجود دارد. حفره از نیمه‌هادی نوع *n* به سمت *p* و به سرعت در جریان خارجی مدار با بار الکترون سهیم است.

ج) در ناحیهٔ دورتر از ناحیهٔ تخلیه (ناحیهٔ *III*) به‌دلیل اینکه میدان الکتریکی وجود ندارد، حامل‌های تولیدشده سرگردان هستند و درنهایت با بازترکیب از بین می‌روند و در ایجاد جریان در مدار خارجی سهم ندارند.

۷-۴-۲-۲. فوتودیود *p-i-n*

فوتودیود *p-i-n* یک اتصال *p-n* است که یک لایهٔ ذاتی (لایه با ناخالصی پایین) در وسط نواحی *p* و *n* قرار گرفته است. در شکل ۷-۷ نمودار انرژی و توزیع میدان الکتریکی مربوط به ساختار آمده است. پیش از آنکه به مزایای این ساختار در مقایسه با ساختار فوتودیود *p- n* اشاره کنیم، ابتدا پاسخ زمانی فوتودیود *p-i-n* را مطالعه می‌کنیم.

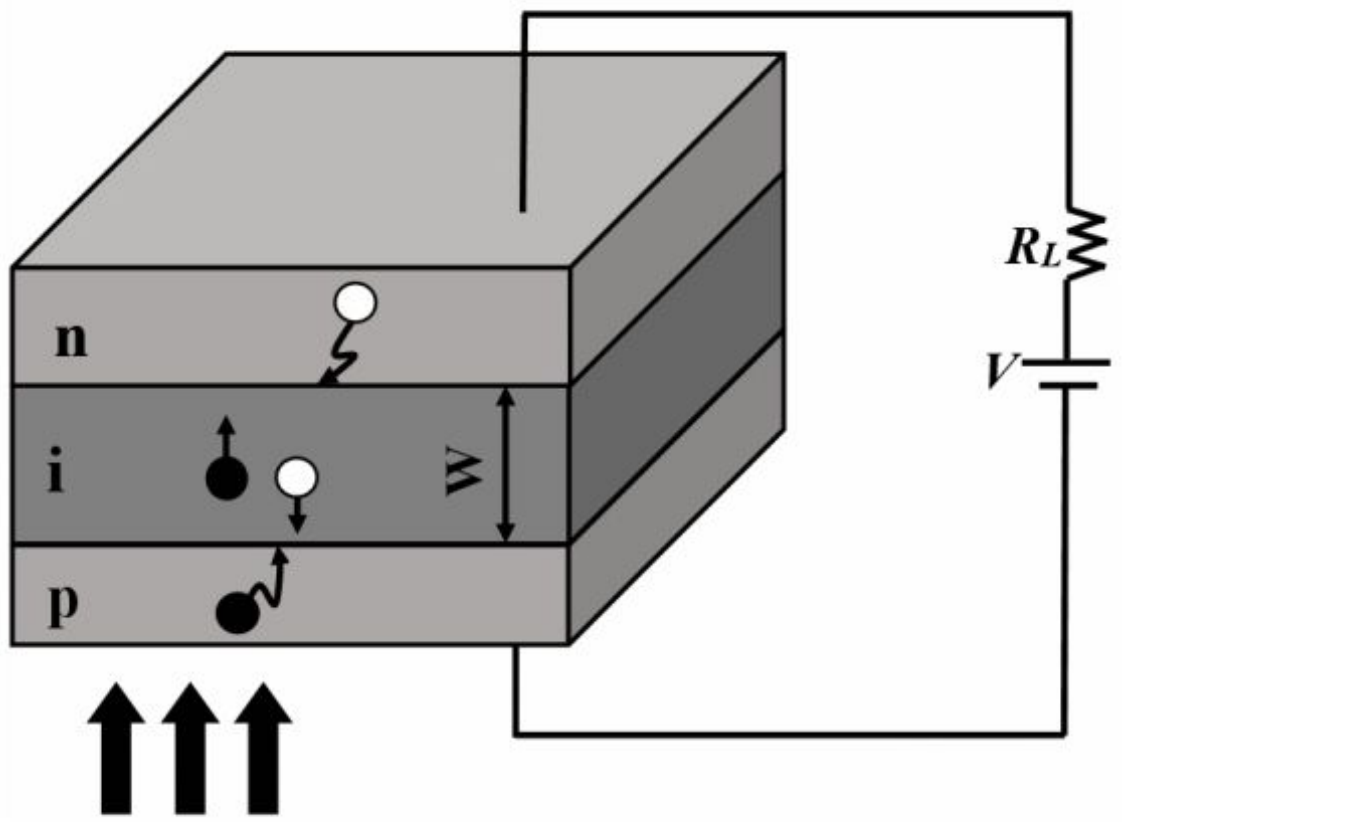


شکل ۷-۷: ساختار فوتودیود *p-i-n* به‌همراه نمودار انرژی و توزیع میدان الکتریکی.

۷-۴-۲-۲-۱. مکانیزم جریان در فوتودیود *p-i-n*

برای درک پاسخ فرکانسی فوتودیودها، ابتدا یک فوتو دیود *p-i-n* را، که تحت بایاس معکوس قرار دارد، مطابق شکل ۷-۸ درنظرمی‌گیریم. نور از طریق لایهٔ *p* وارد ساختار می‌شود و به‌واسطهٔ جذب در ناحیهٔ ذاتی، به تولید زوج الکترون- حفره‌های اضافی می‌انجامد. فوتو حامل‌ها تحت تأثیر بایاس خارجی، در ایجاد جریان خارجی مدار شرکت می‌کنند. در شرایط

ماندگار، چگالی جریان جاری در ناحیهٔ تخلیه، جمع جریان‌های رانشی ،J_{drift} و نفوذی ،J_{diff} فوتوحامل‌هاست. جریان رانشی، ناشی از رانش فوتوحامل‌ها تحت تأثیر بایاس خارجی در ناحیهٔ تخلیه است.



شکل ۷-۸: فوتودیود *p-i-n*، که تحت تابش فوتون قرارگرفته است. نور از طریق لایهٔ *p* وارد ساختار می‌شود و به‌واسطهٔ جذب در ناحیهٔ ذاتی، به تولید زوج الکترون- حفره‌های اضافی می‌انجامد. حامل‌های تولیدشده در نواحی *n* و *p* به‌واسطهٔ فرایند نفوذ، در ایجاد جریان خارجی مدار شرکت می‌کنند.

جریان نفوذی ناشی از نفوذ فوتوحامل‌های تولیدشدهٔ نزدیک به ناحیهٔ تخلیه (در نواحی p یا n) به داخل ناحیهٔ تخلیه است؛ درنتیجه داریم:

$$J_{tot} = J_{drift} + J_{diff} \qquad (۲۸-۷)$$

بنابر روابط (۷-۳) و (۷-۴) برای چگالی جریان رانشی می‌توان نوشت:

$$J_{h,drift} = \frac{e\zeta(1-R_D)P_{ph}[1-\exp(-\alpha_S W)]}{Ah\vartheta} \qquad (۲۹-۷)$$

که در آن، αs ضریب جذب نیمه‌هادی است. در آشکارسازهای *p-i-n* برای افزایش بازده جذب، معمولاً لایهٔ *p* بسیار نازک است؛ لذا جریان نفوذی اساساً ناشی از نفوذ حفره‌های تولیدی در سمت *n* است. نفوذ حفره‌ها به داخل ناحیهٔ تخلیه با معادلهٔ نفوذ توصیف می‌شود:

$$D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + G_{ph}(x) = 0 \qquad (۳۰-۷)$$

که در آن، D_h ثابت نفوذ حفره، p_n غلظت حفره در مادهٔ نوع *n*، τ_h طول عمر حفره‌های اضافی، p_{n0} چگالی حفره در مادهٔ نوع *n* در حالت تعادل و $G_{ph}(x)$ نرخ تولید زوج الکترون- حفره است. برای نرخ تولید می‌توان نوشت:

$$G_{ph}(x) = \frac{P_{ph}(1-R_D)\zeta}{Ah\vartheta}\alpha_S e^{-\alpha_S x} \qquad (۳۱-۷)$$

با درنظرگرفتن نرخ تولید، برای چگالی جریان نفوذی حامل‌ها داریم (به تمرین ۷-۵ مراجعه کنید):

$$J_{diff} = e\frac{P_{ph}(1-R_D)\zeta}{Ah\vartheta}\frac{\alpha_S L_h}{1+\alpha_S L_h}e^{-\alpha_S W} + ep_{n0}\frac{D_h}{L_h} \qquad (۳۲-۷)$$

درنهایت چگالی جریان کل از روابط (۷-۲۹) و (۷-۳۲) برابراست با:

$$J_{total} = e\frac{P_{ph}\zeta(1-R_D)}{Ah\vartheta}(1-\frac{e^{-\alpha_S W}}{1+\alpha_S L_h}) + ep_{n0}\frac{D_h}{L_h} \qquad (۳۳-۷)$$

به‌دلیل اینکه چگالی حفره در مادهٔ نوع *n* در حالت تعادل کوچک است؛ درنتیجه می‌توان از عبارت دوم سمت راست چشم‌پوشی کرد؛ بنابراین جریان تولیدی در فوتودیود داده‌شده با توان نوری ورودی نسبت مستقیم دارد.

۷-۴-۲-۲-۲. پاسخ زمانی فوتودیود *p-i-n*

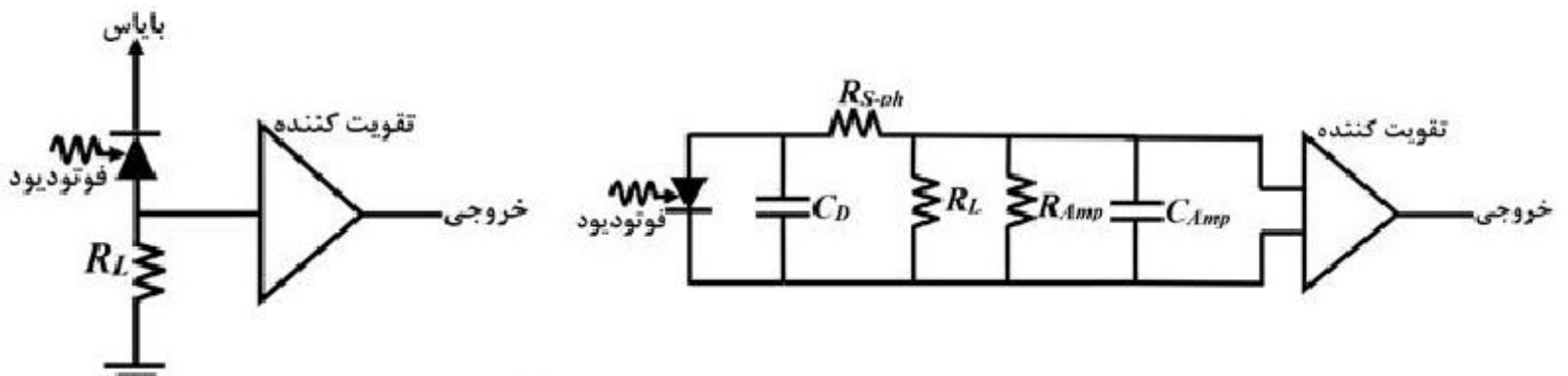
برای درک پاسخ زمانی فوتودیود، مدار سادهٔ آشکارساز نوری به‌همراه مدار معادلش را مطابق شکل ۷-۹ درنظرمی‌گیریم. سه مؤلفه در تعیین پاسخ زمانی فوتودیود تأثیرگذار است:

الف) مدت زمان عبور فوتوحامل‌ها در ناحیهٔ تخلیه

ب) مدت زمان نفوذ فوتوحامل‌های تولیدشده در خارج از ناحیهٔ تخلیه، اما نزدیک به ناحیهٔ تخلیه

ج) ثابت زمانی RC فوتودیود و مدار مربوط.

مؤلفه‌های معرفی‌شده به ضریب جذب مادهٔ نیمه‌هادی α_S، عرض ناحیهٔ تخلیه W، ظرفیت‌های خازنی پیوند و بسته‌بندی فوتودیود، ظرفیت خازنی تقویت‌کننده، مقاومت بار آشکارساز، مقاومت ورودی تقویت‌کننده و مقاومت‌های سری با فوتودیود وابسته هستند. مقاومت‌های سری فوتودیود بسیار کوچک و به اندازهٔ چند اهم هستند که در برابر مقاومت بزرگ بار و مقاومت ورودی تقویت‌کننده قابل چشم‌پوشی‌اند.



شکل ۷-۹: مدار آشکارساز نوری (سمت چپ) به‌همراه مدار معادل.

ابتدا زمان عبور فوتوحامل‌ها را در ناحیهٔ تخلیه به‌دست می‌آوریم. سرعت پاسخ فوتودیود به زمان عبور فوتوحامل‌های تولیدشده در ناحیهٔ تخلیه محدود می‌شود. زمان عبور $\tau_{trans,dep}$، به سرعت رانش فوتوحامل‌ها v_{dep} و عرض لایهٔ تخلیه W مربوط می‌شود:

$$\tau_{trans,dep} = \frac{W}{v_{dep}} \qquad (۳۴-۷)$$

به‌دلیل اینکه میدان الکتریکی در ناحیهٔ تخلیه بسیار بزرگ است؛ بنابراین فوتوحامل‌های تولید شده در ناحیهٔ تخلیه، با سرعت اشباع در این ناحیه حرکت می‌کنند؛ به عنوان مثال بیشینهٔ سرعت الکترون‌ها و حفره‌ها در نیمه‌هادی Si، به ترتیب $8.6\times10^6\ cm/s$ و $4.4\times10^6\ cm/s$ است.

اگر میدان الکتریکی در ناحیهٔ تخلیهٔ فوتودیود به عرض $10\ \mu m$ و به بزرگی $2\times10^4\ V/cm$ باشد، زمان عبور حامل‌ها، طبق رابطهٔ (۷-۳۴) حدود $0.1\ ns$ است. فرایندهای نفوذ در مقایسه با رانش فوتوحامل‌ها در ناحیهٔ تخلیه با میدان الکتریکی بزرگ کندتر هستند؛ ازاین‌رو برای داشتن فوتودیود با سرعت بالا، فوتو حامل‌ها باید در ناحیهٔ تخلیه یا بسیار نزدیک به آن تولید شوند؛ به‌گونه‌ای‌که زمان‌های نفوذ، کمتر یا مساوی با زمان‌های رانش فوتوحامل‌ها شوند. لازم به ذکر است که فوتوحامل‌های تولیدی در نواحی خنثی و به فاصلهٔ بیشتر از طول نفوذ از لبهٔ ناحیهٔ تخلیه، قبل از نفوذ به ناحیهٔ تخلیه بازترکیب می‌شوند.

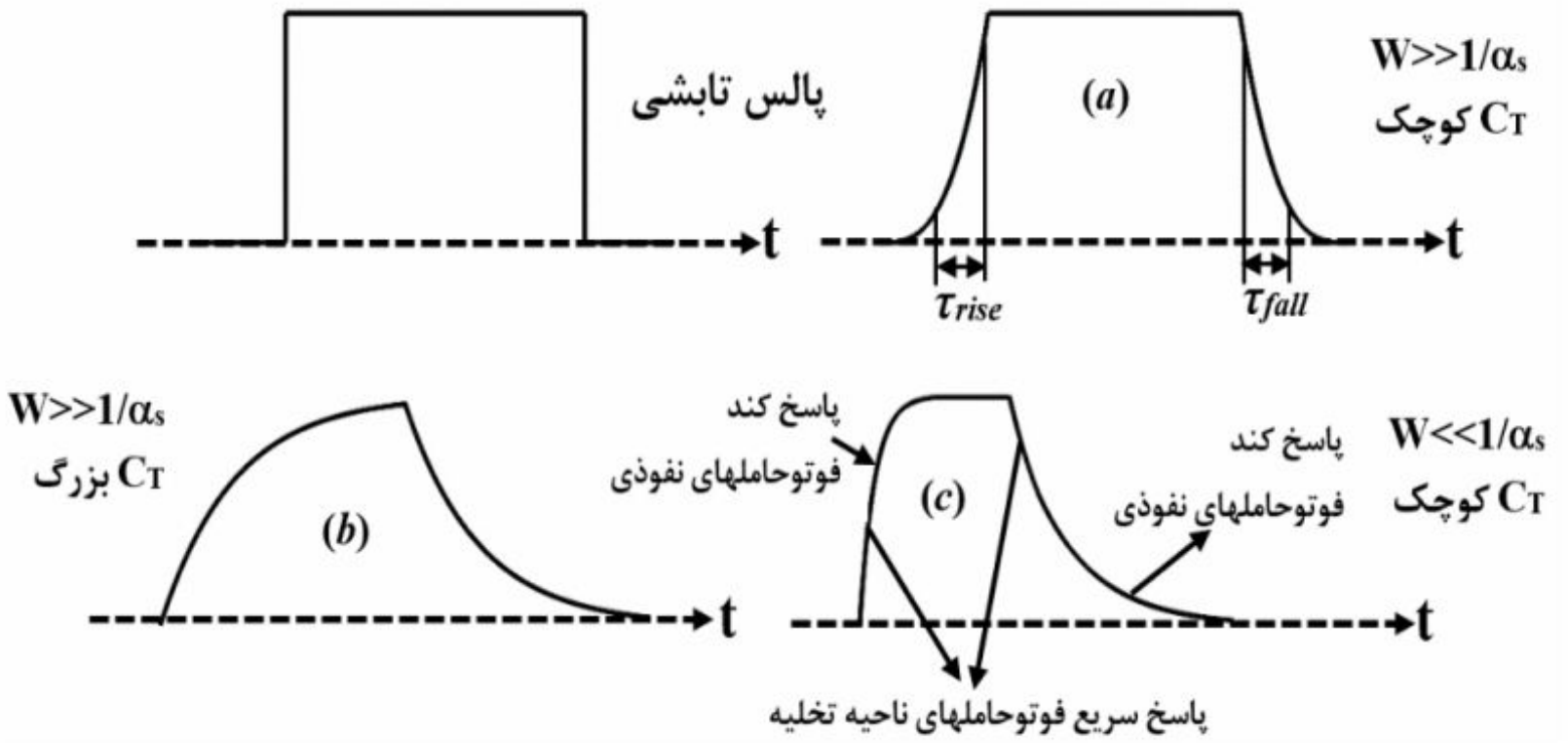
در هر فوتودیود، که تحت تأثیر بایاس معکوس است، یک خازن وابسته به ولتاژ به‌دلیل وجود بارهای فضایی در اتصال ایجاد می‌شود. مقدار خازن اتصال از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید:

$$C_j = \frac{\varepsilon_s A}{W} \qquad (۳۵-۷)$$

که در آن، ε_S نفوذپذیری مادهٔ نیمه‌هادی و A سطح مقطع اتصال است. اگر عرض ناحیهٔ تخلیه کاهش یابد، ظرفیت خازن اتصال بزرگ‌تر می‌شود. ظرفیت خازن اتصال، ظرفیت بسته‌بندی و ظرفیت خازنی تقویت‌کننده با هم در پاسخ زمانی فوتودیود نقش دارند. برای پاسخ سریع در آشکارساز، باید ثابت زمانی R_TC_T کوچک باشد. R_T مقاومت معادل مقاومت‌های بار مدار گیرنده و ورودی تقویت‌کننده است.

تأثیر زمان‌های بزرگ نفوذ در پاسخ زمانی فوتودیود قابل مشاهده است. این پاسخ، زمانی با زمان‌های صعود τ_{rise}، و نزول τ_{fall}، خروجی آشکارساز، که تحت تابش یک پالس نوری پله‌ای قرار دارد، توصیف می‌شود. زمان صعود، مدت زمانی است که خروجی آشکارساز از 10% به 90% مقدار نهایی می‌رسد. پاسخ زمانی برای چند فوتودیود با پارامترهای متفاوت، که تحت تابش پالس نوری پله‌ای قرار دارند، در شکل ۷-۱۰ نشان داده شده است.

برای افزایش بازده کوانتومی یک فوتودیود، عرض ناحیهٔ تخلیه باید بسیار بزرگ‌تر از عکس ضریب جذب نیمه‌هادی ($W >> 1/\alpha_S$) باشد تا نور بیشتری در ساختار جذب شود. در نمودار پاسخ زمانی برای آشکارسازی با ظرفیت خازنی کوچک، (a) ، زمان‌های صعود و نزول با هم برابر هستند و نمودار به خوبی پالس ورودی را دنبال می‌کند؛ ازسوی‌دیگر به‌دلیل اینکه نفوذ فوتوحامل‌ها در این شرایط قابل صرف‌نظر کردن است؛ درنتیجه پاسخ زمانی آشکارساز سریع‌تر است. اگر مقدار ظرفیت در ساختار بزرگ باشد، پاسخ زمانی با ثابت زمانی R_TC_T در مدار آشکارساز محدود می‌شود و پاسخ زمانی در(b)، نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۰: پاسخ زمانی فوتودیود، که تحت تابش پالس نوری به‌صورت نشان داده‌شده در شکل قرارگرفته است. (a) عرض ناحیهٔ تخلیه بسیار بزرگ‌تر از عکس ضریب جذب نیمه‌هادی ($W >> 1/\alpha_S$) و ظرفیت خازنی کوچک است. نمودار خروجی به خوبی ورودی را تعقیب می‌کند. (b) مقدار ظرفیت خارنی بزرگ است و پاسخ زمانی با ثابت زمانی R_TC_T در مدار آشکارساز محدود می‌شود. (c) عرض ناحیهٔ تخلیه بسیار کوچک‌تر از عکس ضریب جذب ،$W << 1/\alpha_S$، و مقدار ظرفیت خازنی کوچک است.

در یک فوتودیود، که عرض ناحیهٔ تخلیه بسیار کوچک‌تر از عکس ضریب جذب، $W << 1/\alpha_s$، و مقدار ظرفیت خازنی کوچک است، در این شرایط حامل‌های تولیدشده در ناحیهٔ تخلیه، به سرعت جدا و جمع‌آوری می‌شوند و فوتوحامل‌های تولیدشده در نواحی n و p، به کندی به ناحیهٔ تخلیه نفوذ می‌کنند. بخش بیشتر نور در این شرایط در خارج از ناحیهٔ تخلیه جذب

می‌شود؛ بنابراین نفوذ فوتوحامل‌ها، سهم بیشتری در پاسخ زمانی آشکارساز دارد. فوتوحامل‌های تولیدی در ناحیهٔ تخلیه در مدت زمانی اندک، موجب صعود پاسخ خروجی شده و فوتوحامل‌های تولیدشده در نواحی n و p در فاصلهٔ L_e از لبهٔ ناحیهٔ تخلیه، منحنی را قبل از رسیدن به مقدار بیشنهٔ آن با تأخیری نسبتاً طولانی صعود می‌دهند (C).

با خاموش شدن پالس تابشی ورودی نیز پاسخ زمانی با سرعت‌های متفاوت نزول می‌کند. فوتوحامل‌های تولیدی در ناحیهٔ تخلیه به سرعت جمع می‌شوند و پاسخ زمانی را به سرعت نزول می‌دهند و فوتوحامل‌های تولیدشده در نواحی n و p در فاصلهٔ L_e از لبهٔ ناحیهٔ تخلیه سبب کند شدن نزول پاسخ زمانی طبق شکل می‌شوند.

مدار گیرندهٔ نشان داده‌شده در شکل ۷-۹ تقریباً شبیه فیلتر پایین گذر ساده عمل می‌کند، که پهنای باند آن برابراست با:

$$B = \frac{1}{2\pi R_T C_T} \qquad (۳۶-۷)$$

درشرایطی‌که پاسخ زمانی با زمان عبور محدود شود و از نفوذ فوتوحامل‌ها در نواحی خنثی پیوند صرف‌نظر می‌کنیم، پهنای باند دراین حالت عبارت است از:

$$B = \frac{1}{2\pi \tau_{trans}} \qquad (۳۷-۷)$$

مثال ۷-۵: در یک فوتودیود $p\text{-}i\text{-}n$ با سطح مقطع دایروی به شعاع $300\ \mu m$، که در یک مدار گیرندهٔ نوری قرارگرفته است، عرض ناحیهٔ تخلیه $10\ \mu m$ است. با فرض اینکه سرعت اشباع حامل‌ها در نیمه‌هادی $10^7\ cm/s$، ظرفیت خازن بسته‌بندی و خازن تقویت‌کننده $2\ pF$، مقاومت معادل به بزرگی $1\ K\Omega$ و ضریب گذردهی نیمه‌هادی $11.9\varepsilon_0$ باشد، مطلوب است: الف) محاسبهٔ زمان عبور فوتوحامل‌های تولیدی در ناحیهٔ تخلیه؛ ب) محاسبهٔ ظرفیت خازن اتصال؛ ج) محاسبهٔ پهنای باند مدار؛ د)ترسیم پاسخ فرکانسی آشکارساز.

حل:

الف) زمان عبور فوتوحاملهای تولیدی در ناحیه تخلیه از رابطه (۷-۳۴) به‌دست می‌آید:

$$\tau_{trans,dep} = \frac{10^{-3}\ (cm)}{10^{7}\ (cm/s)} = 0.1\ ns$$

ب) ظرفیت خازن اتصال از رابطهٔ (۷-۳۵) تعیین می‌شود:

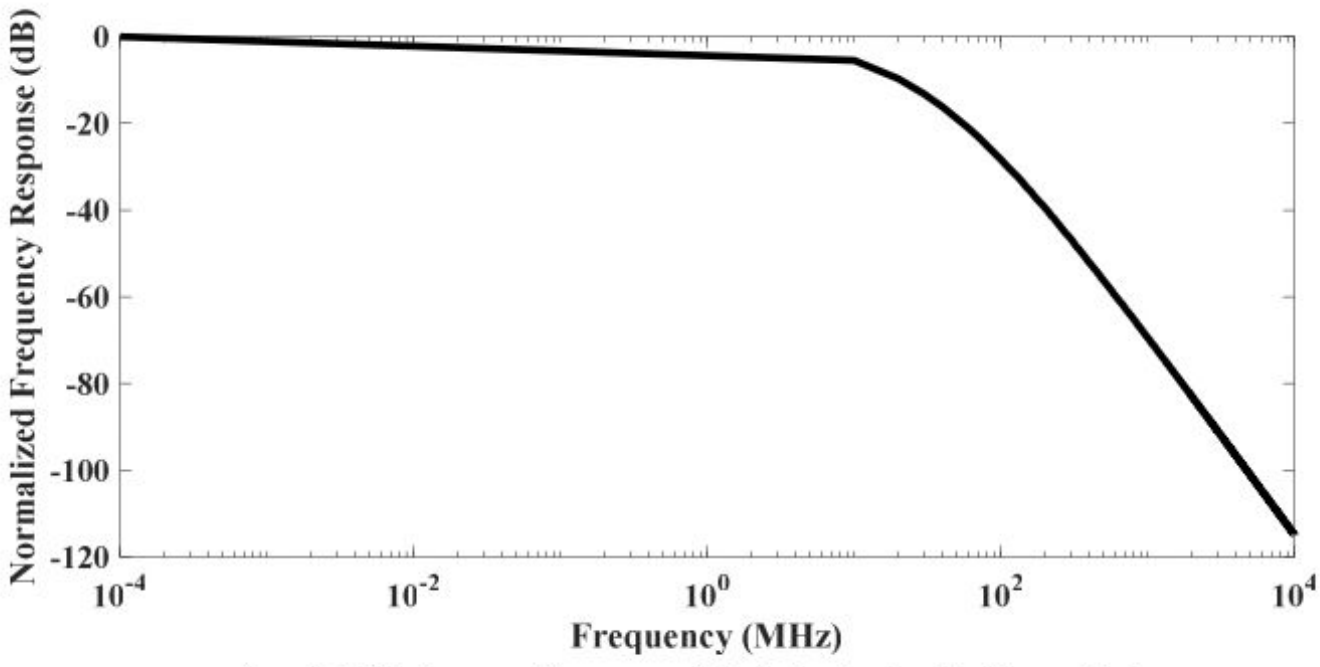
$$C_j = \frac{\varepsilon_s A}{W} = \frac{11.9 \times 8.85 \times 10^{-14}\ (F/cm) \times \pi \times (300\ \mu m)^2}{10\ \mu m} = 2.97\ pF$$

ج) ظرفیت کل مدار آشکارساز $4.97\ pF$ است. ثابت زمانی RC مدار آشکارساز بزرگ‌تر است و پهنای باند مدار توسط این ثابت زمانی محدود می‌شود و داریم:

$$B = \frac{1}{2\pi \times (1\ K\Omega) \times (4.97\ pF)} = 32\ MHz$$

د) برای پاسخ فرکانسی مدار فوتودیود می‌توان نوشت:

$$\Re_{Det}(\omega) = \frac{I_{ph}(\omega)}{P_{ph}(\omega)} = \frac{\Re_{Det}(0)}{1 + i2\pi f R_T C_T} \Rightarrow \frac{\Re_{Det}(\omega)}{\Re_{Det}(0)} = \frac{1}{1 + i2\pi f R_T C_T}$$

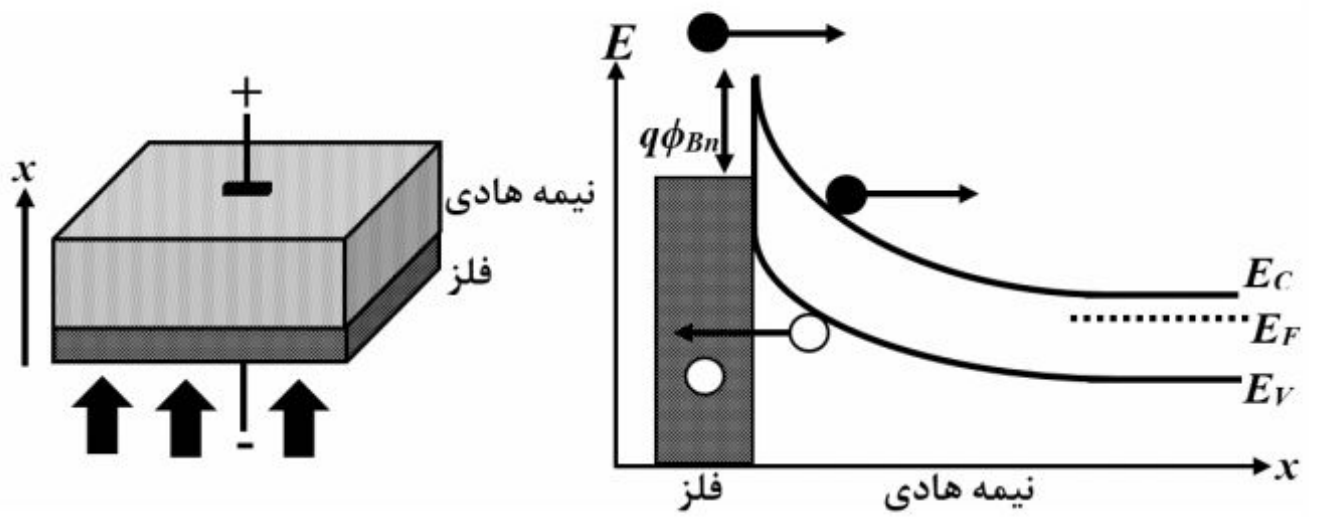


شکل مثال ۷-۵: پاسخ فرکانسی نرمالیزه مدار آشکارساز.

فوتودیودهای *p-i-n* دارای مزایایی نسبت به فوتودیودهای *p-n* هستند، این مزایا عبارتند از:
الف) عرض ناحیهٔ تخلیهٔ قطعه افزایش یافته است. در ناحیهٔ تخلیه، حامل‌های تولیدی توسط رانش انتقال می‌یابند و برای به دام انداختن نور نیز فضای بیشتری وجود دارد.
ب) بر اثر عریض شدن ناحیهٔ تخلیه، اثر خازنی و به تبع آن ثابت زمانی *RC* نیز کاهش می‌یابد، اما از سوی دیگر زمان عبور افزایش می‌یابد.
ج) نسبت طول نفوذ به طول رانش در قطعه کاهش می‌یابد و سبب ایجاد جریان بزرگ‌تر تولیدی در قطعه می‌شود، که این امر ناشی از مکانیزم سریع رانش است.

۷-۴-۲-۳. فوتودیودهای اتصال شاتکی[1]

در فوتودیودهای مبتنی بر اتصال فلز- نیمه‌هادی، که فوتودیودهای شاتکی نیز نامیده می‌شوند، یک فیلم نازک نیمه شفاف فلزی به جای نیمه‌هادی نوع *n* یا نیمه‌هادی نوع *p* در ساختار فوتودیود *p-n* استفاده می‌شود. گاهی فیلم نازک از آلیاژ فلز- نیمه‌هادی ساخته می‌شود، که مانند یک فلز رفتار می‌کند. ساختار اتصال شاتکی به‌همراه دیاگرام باند انرژی در شکل ۷-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۱: ساختار اتصال شاتکی (سمت چپ). دیاگرام باند انرژی اتصال شاتکی (سمت راست).

فوتودیودهای شاتکی بدین دلایل پرکاربرد هستند:
الف) همهٔ نیمه‌هادی‌ها را نمی‌توان هم به‌صورت نوع *p* و هم به‌صورت نوع *n* ساخت، در این شرایط ادوات مبتنی بر اتصال شاتکی اهمیت می‌یابند.

---

[1] Schottky-Barrier Photodiodes

ب) نیمه‌هادی‌های کاربردی در آشکارسازی نور مرئی و فرابنفش با فوتون‌های با انرژی بزرگ‌تر از گاف انرژی نیمه‌هادی دارای ضریب جذب بزرگ هستند؛ درنتیجه نور به داخل نیمه‌هادی نفوذ چندانی ندارد و تقریباً در نزدیکی سطح جذب می‌شود. این امر بازترکیب سطحی را افزایش و بازده کوانتومی را کاهش می‌دهد. در اتصال فلز- نیمه‌هادی، ناحیهٔ تخلیه بسیار نزدیک به سطح ایجاد می‌شود و بازترکیب سطحی را حذف می‌کند.

ج) پاسخ فوتودیودهای *p-n* و *p-i-n* به‌واسطهٔ نفوذ فوتوحامل‌های تولیدی نزدیک به ناحیهٔ تخلیه محدود می‌شود. یکی از راه‌های کاهش این جذب ناخواسته، کاهش ضخامت یکی از لایه‌های اتصال است؛ ازسوی‌دیگر این کاهش ضخامت، سبب کاهش سرعت قطعه به‌دلیل افزایش ثابت زمانی $R_T C_T$ می‌شود. در اتصال شاتکی، به‌دلیل وجود مقاومت اندک فلز، می‌توان ضخامت لایه‌های اتصال را کاهش داد؛ علاوه‌براین اتصالات شاتکی ادواتی مبتنی بر حرکت حامل‌های اکثریت و بسیار سریع هستند. اتصالات شاتکی، پاسخ زمانی در حد پیکوثانیه و پهنای باند حدوداً *100 GHz* دارند.

۷-۴-۲-۴. فوتودیودهای ضرب بهمنی[1]

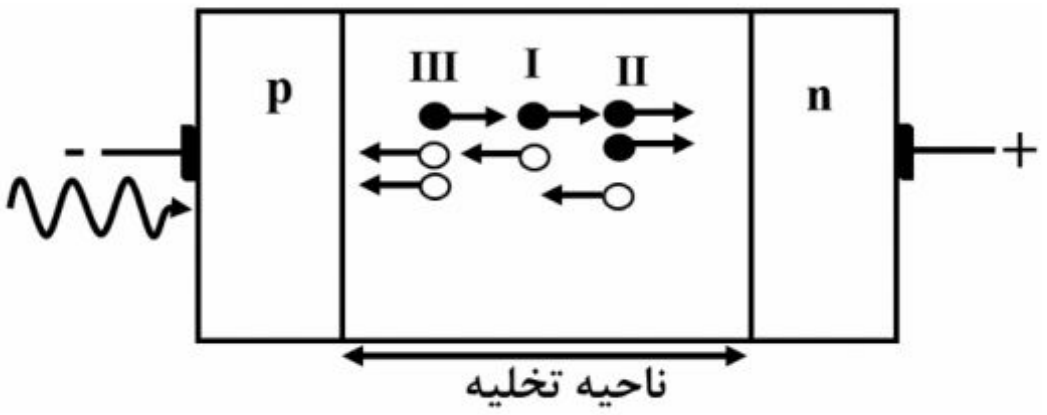
در فوتودیودهای ضرب بهمنی یک نور ضعیف، جریان الکتریکی چشمگیری را در مدار خارجی ایجاد می‌کند. در فوتودیود ضرب بهمنی، دیود تحت تأثیر بایاس معکوس قوی قرارگرفته و میدان الکتریکی در ناحیهٔ تخلیه بسیار بزرگ است؛ درنتیجه فوتوحامل‌های تولیدشده در ناحیهٔ تخلیه، انرژی کافی را از میدان الکتریکی کسب می‌کنند و با فرایند یونیزاسیون، حامل‌های جدیدی را در ساختار ایجاد می‌کنند. اساس عملکرد یک فوتودیود ضرب بهمنی در شکل ۷-۱۲ نشان داده شده است. با جذب فوتون در نقطهٔ *I*، یک زوج الکترون- حفره به‌وجود می‌آید (یک الکترون در باند هدایت و یک حفره در باند ظرفیت). الکترون تحت تأثیر میدان الکتریکی قوی شتاب‌دار می‌شود و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. الکترون در مسیر حرکت خود با شبکه برخورد می‌کند و مقداری از انرژی کسب‌شدهٔ خود را از دست می‌دهد. این پدیده سبب می‌شود تا الکترون با یک سرعت اشباع متوسط حرکت کند.

---

[1] Avalanche Photodiodes

هرگاه الکترون دارای انرژی بزرگ‌تر از گاف انرژی باشد، توانایی تولید زوج الکترون- حفره را در ساختار دارد و یک زوج الکترون- حفره ثانویه در ساختار ایجاد می‌کند (نقطهٔ *II*). دو الکترون تحت تأثیر میدان الکتریکی قوی شتاب‌دار می‌شوند و هر یک منبع تولید حامل‌های اضافی می‌گردند. حفره‌های تولیدی در نقاط *I* و *II* نیز تحت تأثیر میدان الکتریکی قوی در ساختار شتاب‌دار می‌شوند و به سمت چپ حرکت می‌کنند. هر حفره با انرژی بزرگ‌تر از گاف انرژی نیمه‌هادی، شانس تولید زوج الکترون- حفره را دارد (نقطهٔ *III*).

ساختار مرسوم برای دست‌یابی به تکثیر حامل‌ها با نویز اضافی بسیار کوچک، ساختاری به نام *RAPD*[1] است.



شکل ۷-۱۲: اساس عملکرد یک فوتودیود ضرب بهمنی.

در شکل ۷-۱۳ ساختار *RAPD* نشان داده شده است. نور از لایهٔ *p+* وارد آشکارساز می‌شود. در این ساختار، لایهٔ π، نیمه‌هادی ذاتی است. زمانی‌که ساختار تحت بایاس معکوس کوچک قرارمی‌گیرد، بخش بزرگی از پتانسیل در اتصال pn^+ افت می‌کند. با افزایش بایاس اعمالی تا جایی‌که قلهٔ میدان الکتریکی در پیوند pn^+ در حدود *5* تا *10%* کمتر از مقدار مورد نیاز برای ایجاد شکست بهمنی قرارمی‌گیرد، لایهٔ تخلیه پهن می‌شود. در این نقطه، لایهٔ تخلیه تقریباً به ناحیهٔ ذاتی π می‌رسد. نور از لایهٔ *p+* وارد ساختار شده و در مادهٔ π جذب می‌شود.

فوتوحامل‌های تولیدشده در لایهٔ π، به‌وسیلهٔ میدان الکتریکی این ناحیه از هم جدا می‌شوند. فوتوالکترون‌های تولیدشده در لایهٔ π، در اثر رانش به سمت پیوند pn^+، که دارای میدان الکتریکی بالایی است، جابه‌جا می‌شوند. در این ناحیه، به‌دلیل وجود میدان الکتریکی بسیار بزرگ، تکثیر حامل‌ها اتفاق می‌افتد. متوسط تعداد زوج الکترون- حفره‌های به‌وجودآمده

---

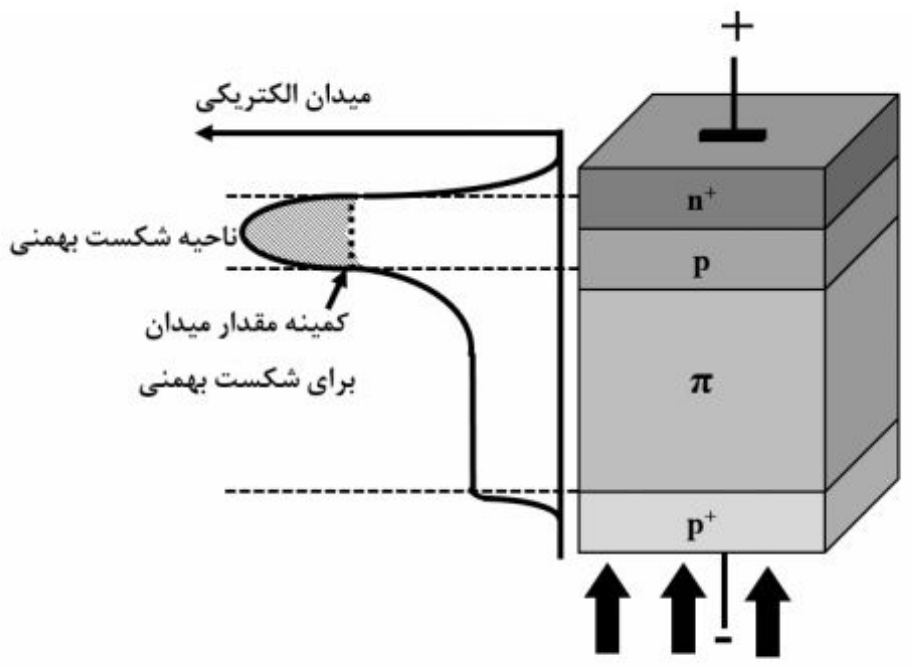
[1] Reach-through
Avalanche Photodiode

به‌وسیلهٔ حامل در واحد فاصلهٔ طی‌شده را نرخ یونیزاسیون می‌گویند. مکانیزم ضرب بهمنی درعمل یک فرآیند آماری است؛ درنتیجه همیشه با متوسط تعداد زوج الکترون- حفره تولیدی توسط حامل‌ها سروکار داریم.

در بیشتر مواد نرخ‌های یونیزاسیون الکترون α_e، و حفره α_h، با هم متفاوت هستند. نسبت نرخ یونیزاسیون $\kappa_I = \alpha_e / \alpha_h$ معیاری برای سنجش عملکرد آشکارساز نوری است. آشکارسازهای نوری ضرب بهمنی مبتنی بر موادی که نرخ یونیزاسیون یک حامل در آن‌ها غالب است، نویز کمتر و حاصل‌ضرب پهنای باند بزرگ‌تری در بهره دارند؛ از این جهت آشکارسازهای نوری ضرب بهمنی Si، که نرخ یونیزاسیون الکترون‌ها درآن‌ها غالب است، ادوات مهمی به شمار می‌روند [۱۴] . ضریب تکثیر M_{AV}، برای تمام حامل‌های تولیدی در فوتودیود تعریف می‌شود[۱۴]:

$$M_{AV} = \frac{I_{phM}}{I_{ph}} \qquad (۳۸-۷)$$

که در آن، I_{phM} مقدار متوسط جریان خروجی و I_{ph} جریان اولیهٔ تکثیر نشده است، که از رابطهٔ (۷-۷) تعیین می‌شود. همان‌گونه‌که پیشتر نیز اشاره شد، فرآیند ضرب بهمنی یک مکانیزم آماری است؛ درنتیجه ممکن است هر فوتوحامل تولیدی در ناحیهٔ تخلیه سبب تولید زوج حامل اضافی نشود؛ بنابراین مقدار به‌دست‌آمده از ضریب تکثیر، یک مقدار متوسط است.



شکل ۷-۱۳: ساختمان (*RAPD*) و توزیع میدان الکتریکی در هر یک از لایه‌های ساختار.

مثال ۷-۶: یک فوتودیود ضرب بهمنی تحت تابش فوتون‌هایی با انرژی $1\ eV$ و توان تابشی $0.4\ \mu W$ قرارگرفته است. جریان متوسط در خروجی آشکارساز $12\ \mu A$ و ضریب تکثیر برابر با 50 است. بازده کوانتومی آشکارساز را محاسبه کنید.

حل:

بنابر رابطهٔ (۷-۳۸) جریان اولیهٔ تکثیرنشده برابراست با $I_{ph} = 0.24\ \mu A \Rightarrow \frac{12\ \mu A}{I_{ph}} = 50.$

با جاگذاری مقادیر معلوم در (۷-۷)، مقدار بازده کوانتومی آشکارساز تعیین می‌شود:

$$0.24\ \mu A = \frac{\eta_{Det} \times 1.6 \times 10^{-19}\ (C) \times 0.4\ (\mu W)}{1\ (eV)} \Rightarrow \eta_{Det} = 60\%$$

۷-۵. نویز در آشکارسازهای نوری

آشکارسازهای نوری به توان نوری یا شارفوتونی حساس هستند. شار نوری تابشی ،Φ، با مقدار توان $P_{ph}=h\vartheta\Phi$ به تولید فوتوجریان الکتریکی $I_{ph}=\eta_{Det}e\Phi=\Re_{Det}\Phi$ می‌انجامد. درواقع جریان الکتریکی تولیدشده در ساختار، یک کمیت تصادفی است و بین مقادیر کمتر و بیشتر از مقدار متوسطش $\bar{i}_{ph} = I_{ph} = \eta_{Det}e\Phi = \Re_{Det}\Phi$ نوسان می‌کند. این نوسانات حول مقدار متوسط نویز تلقی می‌شود و دارای انحراف از معیار $\sigma_{i_{ph}}$ است، که به‌صورت $\sigma_{i_{ph}}^2 = <(i_{ph} - \bar{i}_{ph})^2>$ توصیف می‌شود. تعدادی از منابع نویز در فرایند آشکارسازی فوتون در ادامه آمده است:

۷-۵-۱. نویز فوتون

بخش اصلی منبع نویز به رسیدن تصادفی فوتون‌ها به سطح آشکارساز نوری مربوط می‌شود. تعداد فوتون‌های رسیده به سطح آشکارساز در واحد زمان ،Φ، با توان نوری ثابت به‌صورت $\Phi=P_{ph}/h\vartheta$ در ارتباط است، اما رسیدن فوتون‌ها به سطح آشکارساز یک فرآیند آماری است و به طبیعت منبع نور برمی‌گردد (شکل ۷-۱۴). درنتیجه همواره با متوسط تعداد فوتون‌های دریافتی به سطح آشکارساز در واحد زمان روبه‌رو هستیم. در بازهٔ زمانی T، متوسط تعداد فوتون‌های رسیده به سطح آشکارساز $\bar{n}_{ph} = \Phi T$ است.

در منابع نوری مانند یک لیزر، که دارای پهنای طیفی بسیار بزرگ‌تر از $1/T$ هستند، تعداد فوتون‌ها از توزیع آماری پواسون پیروی می‌کند و انحراف از معیار این مکانیزم تصادفی $\sigma_{ph}^2 = \overline{n}_{ph}$ است؛ به‌عنوان مثال اگر به‌طورمتوسط 100 فوتون در واحد زمان به سطح آشکارساز برسد، تعداد واقعی فوتون‌های تابشی در بازه 90 تا 110 فوتون در واحد زمان خواهد بود. برای نسبت سیگنال به نویز فوتون داریم [۱۳]:

$$SNR = \overline{n}_{ph}^2 \Big/ \sigma_{ph}^2 = \overline{n}_{ph} \qquad (۳۹-۷)$$

۷-۵-۲. نویز فوتوالکترون

در یک آشکارساز فوتونی با بازده کوانتومی $\eta_{Det} < 1$، یک فوتون با احتمال η_{Det} یک زوج الکترون- حفره تولید می‌کند و با احتمال $1 - \eta_{Det}$ فوتون رد می‌شود. تابش فوتون با میانگین شار فوتونی Φ به تولید میانگین شار فوتوالکترونی (تعداد فوتوالکترون‌ها بر واحد زمان) به مقدار $\eta_{Det}\Phi$ منجرمی‌شود؛ بنابراین تمام فوتون‌های تابشی به سطح آشکارساز فوتوالکترون تولید نمی‌کنند. زمان‌های تولید فوتوالکترون در شکل ۷-۱۴علامت‌گذاری شده است. تولید فوتوالکترون‌ها در آشکارساز یک مکانیزم تصادفی است و تعداد فوتوالکترون‌های تولیدی در آشکارساز در بازه زمانی T، $m_{ph\text{-}e}$، را با یک مقدار متوسط بیان می‌کنیم:

$$\overline{m}_{ph-e} = \eta_{Det}\overline{n}_{ph} \qquad (۴۰-۷)$$

اگر توزیع فوتون‌های تابشی از توزیع آماری پواسون پیروی کند، توزیع فوتوالکترون‌ها نیز توزیع آماری پواسون است. انحراف از معیار تعداد فوتوالکترون‌های تولیدی برابراست با [۱۳]:

$$\sigma_{ph-e}^2 = \overline{m}_{ph-e} = \eta_{Det}\overline{n}_{ph} \qquad (۴۱-۷)$$

برای نسبت سیگنال به نویز نیز می‌توان نوشت:

$$SNR = \overline{m}_{ph-e} = \eta_{Det}\overline{n}_{ph} \qquad (۴۲-۷)$$

۷-۵-۳. نویز فوتوجریان

با تابش تصادفی فوتوالکترون‌ها به سطح آشکارساز و درنتیجه تولید تصادفی فوتوالکترون‌ها، یک فوتوجریان تصادفی در مدار خارجی آشکارساز ایجاد می‌شود. در مدار خارجی آشکارساز با دریافت موفق هر فوتون تابشی، یک پالس جریانی با مساحتی به اندازهٔ بار یک الکترون و عرض τ_e ایجاد می‌شود (به مثال ۷-۳ مراجعه شود). درنهایت تعدادی پالس جریانی در اثر تولید تصادفی فوتوالکترون‌ها مطابق شکل ۷-۱۴ داریم.

فوتوجریان در مدار خروجی، حاصل جمع پالس‌های جریانی تولیدی است و فوتوجریان دارای نوساناتی حول مقدار متوسط خود است. این نوسانات نویز فوتوجریان خوانده می‌شود. اگر توزیع فوتون‌های تابشی معادل توزیع آماری پواسون باشد، این نوسانات را نویز ضربه‌ای[1] می‌نامند. لازم به ذکر است که اگر در مکانیزم ایجاد جریان در مدار خارجی، بهره وجود داشته باشد، مساحت سطح زیرپالس‌های جریان، حاصل‌ضرب بهره در بارالکترون است ($q=G_De$). برای متوسط فوتوجریان و انحراف از معیار فوتوجریان؛ بنابر روابط داده‌شده برای نویز فوتون و نویز فوتوالکترون داریم [۱۳]:

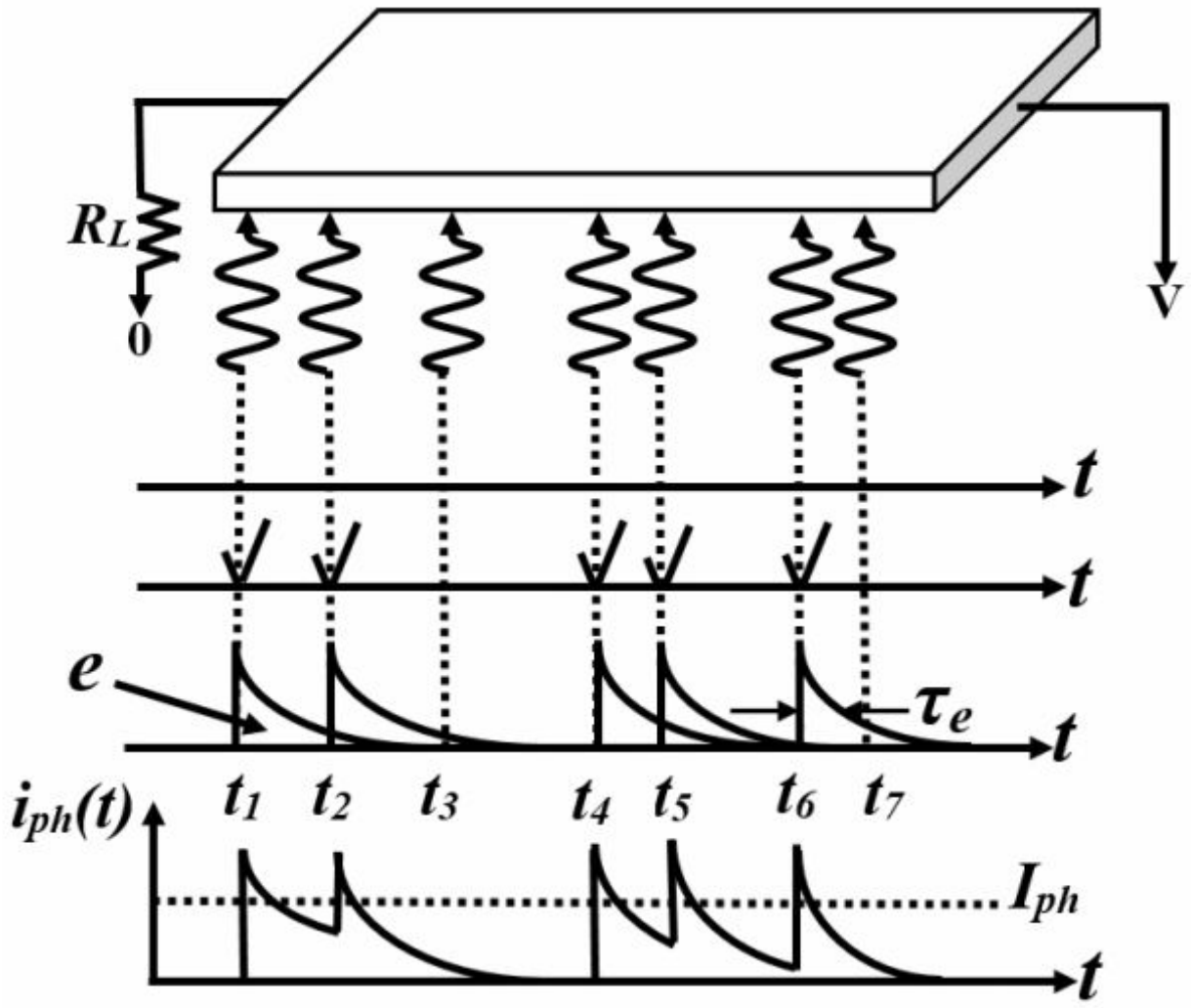
$$\bar{i}_{ph} = \frac{e}{T}\overline{m}_{ph-e} \qquad (۴۳-۷)$$

$$\sigma^2_{i_{ph}} = (\frac{e}{T})^2\sigma^2_{ph-e} = (\frac{e}{T})^2\overline{m}_{ph-e} \qquad (۴۴-۷)$$

درنهایت برای مقدار سیگنال به نویز می‌توان نوشت:

$$SNR = \frac{\bar{i}^2_{ph}}{\sigma^2_{i_{ph}}} = \overline{m}_{ph-e} = \eta_{Det}\overline{n}_{ph} \qquad (۴۵-۷)$$

[1] Shot Noise



شکل ۷-۱۴: آشکار ساز نوری تحت تابش فوتون به‌صورت تصادفی قرارگرفته است. فوتوالکترون‌ها در اثر دریافت موفق فوتون توسط آشکارساز تولید می‌شوند؛ درنتیجه مکانیزم تولید فوتوحامل‌ها تصادفی است. هر فوتون دریافتی به تولید یک پالس جریان الکتریکی می-انجامد و جریان الکتریکی در مدار خارجی همراه با نوساناتی حول مقدار متوسط است، که نویز ضربه‌ای نامیده می‌شود.

۷-۵-۴. نویز بهره

فرایند تقویت بارها در آشکارسازهای فوتورسانایی و فوتودیود ضرب بهمنی تصادفی است. هر فوتون آشکارشده تعداد G_D حامل تصادفی با مقدار میانگین $\overline{G}_D$ تولید می‌کند. نوسانات بهره به مکانیزم تقویت‌کنندگی وابسته است. برای متوسط جریان در مدار خارجی از رابطهٔ (۷-۷) و انحراف از معیار مشابه با آنچه در رابطهٔ (۷-۴۴) آمده است، داریم [۱۳]:

$$\bar{i}_{ph} = e\overline{G}_D\eta_{Det}\Phi = \frac{e\overline{G}_D\eta_{Det}P_{ph}}{h\vartheta} \qquad (۴۶-۷)$$

$$\sigma_{i_{ph}}^2 = (e\overline{G}_D / T)^2 \sigma_{ph-e}^2 \quad (۴۷-۷)$$

برای نسبت سیگنال به نویز در این شرایط می‌توان نوشت:

$$SNR = \frac{\bar{i}_{ph}^2}{\sigma_{i_{ph}}^2} = \overline{m}_{ph-e} = \eta_{Det}\overline{n}_{ph} \quad (۴۸-۷)$$

۷-۵-۵. نویز مدار آشکارساز

طبق شکل ۷-۹ مدار آشکارساز نوری به‌دلیل تنوع در اجزای مدار الکتریکی آن مانند مقاومت و ترانزیستور سبب ایجاد نویز می‌شود. نویز گرمایی یا نویز جانسون[1] به حرکت تصادفی حامل‌های بار در مقاومت آشکارساز و مقاومت بار مربوط است، که در ازای ولتاژ بایاس صفر در مدار آشکارساز جریان به‌وجود می‌آید. با درنظرگرفتن مدار شکل ۷-۹، مقدار نویز جانسون برابراست با [۱۵]:

$$\bar{i}_J^2 = \frac{4KT\Delta\vartheta}{R_{eq}}; R_{eq} = R_{s-ph} + R_{Amp} \parallel R_L \quad (۴۹-۷)$$

در رابطهٔ (۴۹-۷) $\Delta\vartheta$ پهنای باند معادل نویز و فرض بر این است که دمای عملکرد تمامی مقاومت‌های مدار آشکارساز یکسان است.

نویز در فوتودیود، که به حرکت تصادفی حامل‌های بار در دیود مربوط می‌شود ، نویز ضربه‌ای است و برای مقدار این نویز داریم [۱۵]:

$$\bar{i}_{shot}^2 = 2eI_{ph}\Delta\vartheta \quad (۵۰-۷)$$

یکی دیگر از منابع نویز در مدار آشکارساز، نویز فلیکر[2] یا نویز $1/\vartheta$ است. این نویز از به دام افتادن فوتوحامل‌ها در تله‌های انرژی، که به‌سبب ناخالصی‌هایی نظیر فلزات سنگین به‌وجود

[1] Thermal Noise or Johnson Noise

[2] Flicker Noise

آمده است، ناشی می‌شود. فوتوحامل‌ها با افتادن در تله‌های انرژی، پس از مدت زمانی کوتاه، آزاد شده و در جریان الکتریکی شرکت می‌کنند. کم و زیاد شدن فوتوحامل‌ها، سبب نوسان در فوتوجریان مدار خارجی می‌شود و نویز $1/\vartheta$ را ایجاد می‌کند. مقدار نویز $1/\vartheta$ از رابطهٔ داده‌شده به‌دست می‌آید [۱۵]:

$$\bar{i}_{1/\vartheta}^2 = \frac{AI_D^2 \varnothing \vartheta}{\vartheta} \qquad (۵۱-۷)$$

که در آن I_D جریان بایاس مستقیم است. این نویز در فرکانس‌های پایین قابل توجه است.
نویز تولید- بازترکیب[1] به‌واسطهٔ تولید حامل‌های آزاد، تحت تحریک گرمایی و فوتون‌های زمینه (نور منابع خارجی، که به آشکارساز می‌تابد؛ مثل نور خورشید) به‌وجود می‌آید؛ درنتیجه تعداد حامل‌های آزاد یک کمیت تصادفی است. جریان نویز ناشی از این اثر برابراست با [۱۵]:

$$\bar{i}_{GR}^2 = 4e^2 G_D^2 \varnothing \vartheta (\eta \Phi_B A + G_{thermal}) \qquad (۵۲-۷)$$

در رابطهٔ داده‌شده، Φ_B شار فوتونی زمینه، A سطح مقطع قطعه و $G_{thermal}$ نرخ تولید حرارتی حامل‌هاست. آشکارسازهای نوری مادون قرمز در دماهای کمتر از دمای اتاق کار می‌کنند و نویز ناشی از تولید گرمایی حامل‌ها، قابل صرف‌نظر کردن است. در فرکانس‌های بالا برای رابطهٔ (۷-۵۲) داریم [۱۵]:

$$\bar{i}_{GR}^2(f) = \frac{\bar{i}_{GR}^2(0)}{1 + (2 \neq f \tau_e)^2} \qquad (۵۳-۷)$$

با توجه به رابطهٔ (۷-۵۳) در اثر اعمال فرکانس‌های بالا (آشکارسازهای نوری نزدیک مادون قرمز، نور مرئی و فرابنفش) نویز تولید- بازترکیب بسیار کوچک می‌شود و از میان منابع نویز معرفی‌شده تنها نویز ضربه و نویز جانسون منابع نویز غالب هستند. در بسیاری از موارد تولید حامل‌ها را به‌دلیل آثار حرارتی با عنوان نویز جریان تاریکی[2] معرفی می‌کنند. لازم به ذکر

[1] Generation-Recombination Noise

[2] Dark Current Noise

است که نویز جریان تاریکی تنها به تولید گرمایی محدود نمی‌شود. در برخی از ادوات، آشکارساز نوری نویز جریان تاریکی، نتیجهٔ تونل زنی حامل‌ها بدون حضور منبع نور است.

۷-۵-۶. توان معادل نویز[1]

نویز کل جریان در مدار آشکارساز نوری با توجه به منابع معرفی‌شده و روابط داده‌شده در بخش‌های قبلی به‌دست می‌آید:

$$\bar{i}_n = \sqrt{\bar{i}_J^2 + \bar{i}_{shot}^2 + \bar{i}_{1/f}^2 + \bar{i}_{GR}^2} \qquad (۵۴-۷)$$

درنتیجه برای نسبت سیگنال به نویز از روابط (۷-۴) و (۷-۵۴) داریم:

$$SNR = \frac{\Re_{Det}\Phi}{\bar{i}_n} \qquad (۵۵-۷)$$

توان معادل نویز، NEP، توان تابشی به آشکارساز است، که نسبت سیگنال به نویز واحد را تولید می‌کند؛ به‌عبارت‌دیگر توان تابشی را با نسبت سیگنال به نویز برابر واحد در رابطهٔ (۷-۵۵) محاسبه می‌کنیم:

$$NEP = \Phi = \frac{\bar{i}_n}{\Re_{Det}} \qquad (۵۶-۷)$$

واحد توان معادل نویز وات و طبق رابطهٔ (۷-۵۶) یک آشکارساز نوری بسیار حساس دارای توان معادل نویز کوچک است.

---

[1] Noise-Equivalent Power

۷-۶. آشکارپذیری[1]

طیف آشکارپذیری نرمالیزه، که با D^* مشخص می‌شود، عامل مهم دیگری برای آشکارساز است و این‌گونه تعریف می‌شود [۱۵]:

$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta\vartheta}}{NEP} \qquad (۵۷-۷)$$

طبق رابطه، هر اندازه آشکارپذیری یک آشکارساز نوری بزرگ‌تر باشد، آن آشکارساز بهتر است. واحد کمیت آشکارپذیری $Jones = cm\sqrt{Hz}/W$ و به‌صورت نسبت سیگنال به نویز یک آشکارساز نوری درشرایطی‌که توان $1\ W$ به ناحیهٔ فعال $1\ cm^2$ از آشکارساز برخورد می‌کند و پهنای باند معادل نویز $1\ Hz$ را ایجاد کند، تعریف می‌شود. آشکارپذیری را می‌توان به گونه‌های متفاوت دیگری نیز نوشت:

$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta\vartheta}}{NEP} = \frac{\sqrt{A\Delta\vartheta}}{i_n/\Re_{Det}} = \frac{\sqrt{A\Delta\vartheta}}{\Phi} SNR \qquad (۵۸-۷)$$

بنابر رابطهٔ (۷-۵۸)، آشکارپذیری به‌صورت سیگنال به نویز مؤثر یک آشکارساز نوری با سطح مقطع $1\ cm^2$ در پهنای باند معادل نویز $1\ Hz$ بر واحد توان تابشی برخوردی مؤثر تعریف می‌شود.

مثال ۷-۷: توان تابشی به سطح یک آشکارساز نوری با سطح مقطع $1\ mm^2$ برابر با $10\ mW$ و پاسخ‌پذیری آشکارساز برابر با $200\ mA/W$ است. با فرض اینکه در مدار آشکارساز یک مقاومت بار به اندازهٔ $56\ \Omega$ وجود داشته و پهنای باند آشکارساز برابر با $100\ MHz$ باشد، مطلوب است تعیین: الف) فوتوجریان تولیدی در ساختار؛ ب) نسبت سیگنال به نویز و توان معادل نویز صرف‌نظر از نویز فلیکر، اگر سهم جریان تاریکی و جریان زمینه برابر با $10\ \mu A$ باشد؛ ج) آشکارپذیری آشکارساز.

---

[1] Detectivity

حل:

الف) فوتوجریان تولیدی از رابطهٔ (۷-۴) تعیین می‌شود:

$$I_{ph} = \Re_{Det}\Phi = 200\,(mA/W)\times 10\,(mW) = 2\,mA$$

ب) مقدار نویز ضربه‌ای ناشی از فوتوجریان از رابطهٔ (۷-۵۰) محاسبه می‌شود:

$$\bar{i}^2_{shot} = 2eI_{ph}\Delta\vartheta = 2\times 1.6\times 10^{-19}\,(C)\times 2\,(mA)\times 100\,(MHz) = 6.4\times 10^{-14}\,(A^2)$$

برای نویز ضربه‌ای ناشی از جریان تاریکی و جریان زمینه، $\bar{i}^2_{shot,BD}$، می‌توان نوشت:

$$\bar{i}^2_{shot,BD} = 2ei_{BD}\Delta\vartheta = 2\times 1.6\times 10^{-19}\,(C)\times 10\,(\mu A)\times 100\,(MHz)$$
$$= 3.2\times 10^{-16}\,(A^2)$$

مقدار نویز جانسون در دمای $T=300\ ^\circ K$ از رابطهٔ (۷-۴۹) به‌دست می‌آید:

$$\bar{i}^2_J = \frac{4KT\Delta\vartheta}{R_{eq}} = \frac{4\times 1.38\times 10^{-23}\,(J/^\circ K)\times 300(^\circ K)\times 100\,(MHz)}{56\,(\Omega)}$$
$$= 2.957\times 10^{-14}\,(A^2)$$

در این آشکارساز نویز ضربه‌ای ناشی از جریان تاریکی و زمینه بسیار کوچک‌تر از نویز ضربه‌ای فوتوجریان و نویز جانسون است؛ در نتیجه برای نویز کل جریان در مدار آشکارساز نوری از (۷-۵۴)، صرف‌نظر از نویز فلیکر و نویز تولید-بازترکیب داریم:

$$\bar{i}_n \approx \sqrt{\bar{i}^2_{shot} + \bar{i}^2_J} = \sqrt{6.4\times 10^{-14} + 2.957\times 10^{-14}}\,A = 0.3058\ \mu A$$

برای نسبت سیگنال به نویز آشکارساز از رابطهٔ (۷-۵۵) می‌توان نوشت:

$$SNR = \frac{\bar{i}_{ph}}{\bar{i}_n} = \frac{2\ mA}{0.3058\ \mu A} = 6.54 \times 10^3 = 76.31\ dB$$

مقدار توان معادل نویز از رابطهٔ (۷-۵۶) تعیین می‌شود:

$$NEP = \frac{\bar{i}_n}{\Re_{Det}} = \frac{0.3058\ \mu A}{200\ mA/W} = 1.53 \times 10^{-6}\ W$$

ج) برای آشکارپذیری این آشکارساز از رابطهٔ (۷-۵۸) داریم:

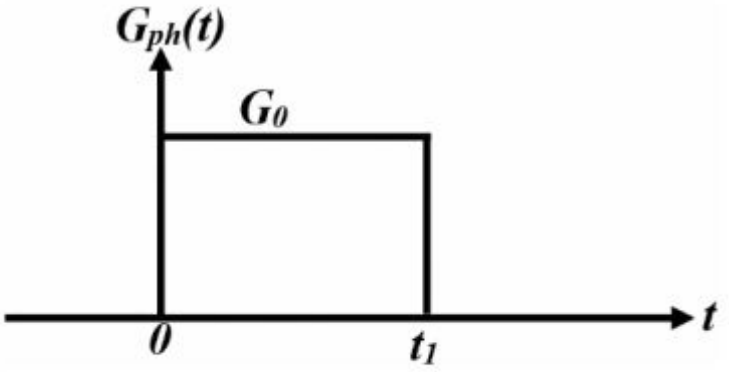
$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta\vartheta}}{NEP} = \frac{\sqrt{1\times10^{-2}\ (cm^2)\times100\ (MHz)}}{1.53\times10^{-6}\ (W)} = 6.535\times10^8\ (Jones)$$

تمرین

۷-۱. در چه عمقی از نیمه‌هادی، شدت فوتون‌های ورودی به نیمه‌هادی به $1/e$ مقدار اولیه می‌رسد؟

۷-۲. مقدار بهره در یک آشکارساز نوری ضرب بهمنی با بازده $70\ \%$ برابر با 10^5 است. درصورتی‌که انرژی فوتون‌های برخوردی به آشکارساز $0.8\ eV$ و توان تابشی برخوردی بر سطح آشکارساز $0.5\ \mu W$ باشد، مطلوب است محاسبهٔ: الف) فوتوجریان در مدار خارجی؛ ب) پاسخ‌پذیری آشکارساز

۷-۳. در آشکارساز فوتورسانایی شکل ۷-۵، نرخ تولید فوتوحامل‌ها به‌صورت نشان داده‌شده در شکل است. جریان الکتریکی تولیدی در مدار ناشی از تابش فوتون را به‌دست آورید.



شکل تمرین ۷-۳.

۷-۴. رابطهٔ (۷-۲۴) را اثبات کنید.

۷-۵. رابطهٔ (۷-۳۲) را اثبات کنید.

۷-۶. در مثال ۷-۶ بازده کوانتومی را برای آشکارساز نوری ضرب بهمنی در شرایطی محاسبه کنید، که توان تابشی به قطعه $0.3\ \mu W$ و طول موج فوتون‌های تابشی $1.55\ \mu m$ باشد.

۷-۷. در یک آشکارساز نوری ضرب بهمنی، توان تابشی به سطح قطعه برابر با $5\ \mu W$ و مقاومت بار مدار آشکارساز به اندازه $50\ \Omega$ است. با فرض اینکه پهنای باند آشکارساز برابر با $1\ GHz$ و بهرهٔ آشکارساز 10^3 باشد. صرف‌نظر از نویز فلیکر و نویز ضربه‌ای ناشی از جریان تاریکی و زمینه، مقدار پاسخ پذیری آشکارساز برای دست‌یابی به نسبت سیگنال به نویز $52dB$ را تعیین کنید.

منابع

[1] X. He, R. Goubran, F. Knoefel , "IR night vision video-based estimation of heart and respiration rates," IEEE Sensors Applications Symposium (SAS), 2017.
[2] Y. S. Lee, Y. M. Chan, L. C. Fu, P. Y. Hsiao , " Near-Infrared-Based Nighttime Pedestrian Detection Using Grouped Part Models," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Vol. 16, 2015.
[3] R .A .O-Rios, J. A. A-Daviu, R. J. R-Troncoso, "Recent Industrial Applications of Infrared Thermography: A Review," Recent Industrial Applications of Infrared Thermography: A Review , IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol. 15, 2019.
[4] E.F. J. Ring and K. Ammer, "Infrared thermal imaging in medicine," Physiological Measurment, 33, 2012.
[5] H. F. Carlak, N.G.Gencer, C. Besikci, "Theoretical assessment of electro-thermal imaging: A new technique for medical diagnosis," Infrared Physics & Technology, Vol. 76, 2016.
[6] D. V. Martynov *et al*, "Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy," Physical Review D, 97, 2016.
[7] T. Peyronel, K. J. Quirk, S. C. Wang, and T. G. Tiecke, "Luminescent detector for free-space optical communication," Optica, Vol. 3, 2016.
[8] T. Umezawa, T. Sakamoto, A. Kanno, N. Yamamoto, T. Kawanishi, "High Speed 2-D Photodetector Array for Space and Mode-Division Multiplexing Fiber Communications," Journal of Lightwave Technology, Vol. 36, 2018.
[9] T. Umezawa, T. Sakamoto, A. Kanno, A. Matsumoto, K. Akahane, N. Yamamoto, T. Kawanishi , "25-Gbaud 4-WDM Free-Space Optical Communication Using High-Speed 2-D Photodetector Array, Journal of Lightwave Technology, Vol. 37, 2019.
[10] M. Hou, H. So, A. J. Suria, A. S. Yalamarthy, D. G. Senesky , "Suppression of Persistent Photoconductivity in AlGaN/GaN Ultraviolet Photodetectors UsingIn SituHeating," IEEE Electron Device Letters, Vol. 38, 2017.
[11] Y. Peng, Y. Zhang, Z. Chen, D. Guo, X. Zhang, P. Li, Z. Wu, W. Tang, "Arrays of Solar-Blind Ultraviolet Photodetector Based on β-Ga_2O_3Epitaxial Thin Films," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 30, 2018.
[12] P. Cheong, K. F. Chang, Y. H. Lai, S. K. Ho, I. K. Sou, K. W. Tam, " A ZigBee-Based Wireless Sensor Network Node for Ultraviolet Detection of Flame," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 58, 2011.
[13] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, "Fundamentals of Photonics," 2nd edition, Wiley, 2007.
[14] G. Keiser, "Optical Fiber Communications," 3rd edition, McGraw Hill, 2000.
[15] O. Manasreh, "Semiconductor Heterojunstions and Nanostructures," Mc-Graw Hill, 2005.

فهرست نمایه

ا

اپوکسی ۲۷۹

اتصال ناهمگون مضاعف..... ۲۸۷, ۲۸۸, ۲۸۹, ۲۹۰

الگوی تابشی لامبرتی..... ۲۷۸

اندیس‌های میلر..... ۲۰۸, ۲۰۹, ۲۱۰, ۲۱۱

انطباق فاز ..۱۸۲, ۱۸۸, ۱۹۱, ۱۹۲, ۱۹۳, ۱۹۵

آ

آستانهٔ پمپینگ ۳۵۹, ۳۶۰

آشکارپذیری ۴۵۸, ۴۶۰

آشکارساز فوتورسانایی..... ۴۳۰, ۴۳۱, ۴۳۲, ۴۳۴, ۴۳۷, ۴۶۰

آشکارسازهای نوری .. ۱۹۷, ۱۹۸, ۱۹۹, ۲۵۷, ۴۲۱, ۴۲۲, ۴۲۳, ۴۲۶, ۴۵۰, ۴۵۱, ۴۵۶

ب

بازتاب داخلی کلی ۹۸, ۹۹, ۱۰۰, ۱۰۲, ۱۱۰, ۲۶۹, ۴۰۸

بازترکیب اوژه.... ۲۳۷, ۲۴۵, ۲۴۷, ۲۴۹, ۲۵۰, ۲۵۱, ۲۵۲

بازترکیب دومولکولی ۲۳۸, ۲۴۰, ۲۴۱, ۲۵۲, ۲۵۵, ۲۵۶, ۲۹۵

بازده استخراج .. ۲۶۸, ۲۷۰, ۲۷۱, ۲۷۲, ۲۷۳, ۲۷۴, ۲۷۹, ۲۸۶, ۲۹۶

بازده تابشی ۲۵۳, ۳۹۸

بازده تبدیل توان ۲۷۴, ۲۷۵, ۲۷۶

بازده تفاضلی کوانتومی خارجی...۳۹۷, ۳۹۸, ۳۹۹, ۴۰۰

بازده خارجی..... ۲۷۳, ۲۷۴, ۲۷۵, ۲۹۳

بازده کوانتومی .. ۲۳۶, ۲۵۳, ۲۵۴, ۲۵۵, ۲۵۶, ۲۶۶, ۲۶۷, ۲۷۳, ۲۷۴, ۲۸۴, ۲۸۵, ۲۸۶, ۲۸۸, ۲۹۲, ۲۹۴, ۲۹۵, ۳۲۵, ۴۲۶, ۴۲۷, ۴۲۸, ۴۲۹, ۴۴۴, ۴۴۸, ۴۵۱, ۴۵۲, ۴۶۱

بازده کوپلینگ .. ۱۵۰, ۱۸۶, ۱۸۸, ۱۸۹, ۱۹۲, ۲۸۶, ۲۸۹, ۲۹۰, ۲۹۱, ۲۹۲, ۲۹۳

بردار پوئینتینگ..... ۲۰, ۶۶, ۶۸, ۶۹, ۷۰, ۷۱, ۹۴, ۱۴۱

بهرهٔ آستانه..... ۳۴۴, ۳۴۷, ۳۴۸, ۴۰۲

بهرهٔ نوری..... ۳۳۵, ۳۴۵, ۴۰۶, ۴۱۳

پ

پاسخ فرکانسی.. ۲۳۶, ۲۸۴, ۲۸۵, ۳۲۳, ۴۰۱, ۴۰۳, ۴۱۷, ۴۳۹, ۴۴۵, ۴۴۶

پاسخ‌پذیری..... ۲۷۵, ۲۷۶, ۳۲۵, ۴۲۹, ۴۳۰, ۴۶۰, ۴۶۱

پاشندگی .. ۶, ۷, ۸, ۱۷, ۵۷, ۵۸, ۵۹, ۶۰, ۶۱, ۹۸, ۱۶۷, ۱۶۸, ۱۶۹, ۱۷۰, ۱۷۱, ۱۷۲, ۱۷۳, ۱۷۴, ۱۷۵, ۱۷۶, ۱۷۷, ۱۷۸, ۱۷۹, ۱۹۵, ۴۱۴, ۴۱۵

پراکندگی ... ۱۷, ۱۰۰, ۱۴۹, ۱۵۴, ۱۶۰, ۱۶۱, ۳۲۸, ۳۳۷, ۳۴۶, ۳۵۱, ۴۰۶

پرتوهای اوریب ۱۰۶, ۱۰۷, ۱۰۸, ۱۹۴

پروسکایت ۱۹۸, ۲۲۰, ۲۲۱

پلاریزاسیون.... ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۵۱, ۵۲, ۷۲, ۷۳, ۷۴, ۷۷, ۷۸, ۷۹, ۸۰, ۸۴, ۸۵,

۹۴, ۱۰۹, ۱۱۰, ۱۷۶, ۱۷۷, ۲۱۸, ۲۱۹,
۲۲۰, ۲۲۱, ۲۲۲, ۲۲۳, ۲۶۰, ۳۶۷

پلاریزاسیون خطی...۵۴, ۵۵, ۵۷, ۱۳۵, ۱۳۷, ۱۳۸

پلاریزاسیون دایره‌ای.....۵۵, ۵۶, ۵۷

پلاریزاسیون بیضوی.....۵۳

پمپینگ....۳۴۰, ۳۴۱, ۳۴۲, ۳۴۴, ۳۴۵, ۳۴۸,
۳۵۹, ۳۶۰, ۳۶۱, ۳۶۲, ۳۶۳, ۳۹۰, ۴۱۶

پهنای باند...۱, ۴, ۵, ۱۳, ۱۴, ۹۷, ۱۶۷, ۱۷۴,
۲۸۳, ۲۸۴, ۲۸۵, ۳۹۱, ۴۰۴, ۴۱۳, ۴۱۴,
۴۴۵, ۴۴۶, ۴۴۸, ۴۵۰, ۴۵۵, ۴۵۸, ۴۶۱

پهن‌شدگی.....۷, ۵۹, ۱۶۷, ۱۶۸, ۱۷۰, ۱۷۱,
۱۷۲, ۱۷۳, ۱۷۴, ۱۷۵, ۱۷۶, ۱۹۵, ۳۵۲,
۳۵۳, ۳۵۴, ۳۵۵, ۳۵۶, ۳۵۷, ۳۵۸, ۳۵۹,
۳۶۴, ۳۷۰, ۳۷۴

ت

تفکیک‌پذیری کاواک..۳۶۹, ۳۷۱, ۳۷۲, ۳۷۳

تقویت‌کنندهٔ رامان.....۳۵۰, ۳۵۱, ۳۵۲

تقویت‌کنندهٔ فیبر نوری اربیومی.....۳۴۹

تقویت‌کنندهٔ نوری.....۴, ۵, ۸

تکرارکننده.۴, ۶, ۷, ۸, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۹۸,
۱۵۳, ۱۵۶

تلفات خمشی.....۱۶۲, ۱۶۳, ۱۶۴

تلهٔ انرژی..۲۳۷, ۲۴۱, ۲۴۲, ۲۴۳, ۲۴۵, ۲۴۶,
۲۴۷

تنش.۱۹۸, ۲۱۴, ۲۱۵, ۲۱۶, ۲۱۷, ۲۱۸, ۲۲۰

توان معادل نویز.....۴۵۷, ۴۵۸, ۴۶۰

توزیع بولتزمن.....۳۲۹, ۳۳۰, ۳۳۹, ۳۴۰

توزیع فرمی.....۲۸۰, ۲۹۹, ۳۰۰, ۳۰۳, ۳۲۹,
۳۳۰

ث

ثابت انتشار...۳۷, ۳۸, ۱۱۰, ۱۱۱, ۱۱۷, ۱۱۹,
۱۲۰, ۱۲۱, ۱۲۲, ۱۲۹, ۱۳۱, ۱۳۲, ۱۶۹,
۱۷۱, ۱۷۹, ۱۸۰, ۱۹۳

ثابت انتشار نرمالیزه.....۱۳۳, ۱۴۰, ۱۷۱

ثابت تضعیف.....۳۷, ۴۱, ۴۲, ۴۹, ۵۰, ۶۹, ۹۴

ثابت شبکه.....۲۰۲, ۲۰۶, ۲۰۷, ۲۰۸, ۲۱۴,
۲۱۵, ۲۱۶, ۲۲۷, ۲۲۸, ۲۲۹, ۲۹۳, ۲۹۴

ثابت فاز....۳۷, ۳۸, ۴۱, ۴۲, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰,
۶۴, ۶۹, ۹۴

ج

جبههٔ موج.....۳۲, ۳۳, ۸۶, ۹۰, ۳۸۲, ۳۸۴

جذب....۱۷, ۲۰, ۱۰۱, ۱۵۰, ۱۵۴, ۱۵۵, ۱۵۶,
۱۵۷, ۱۵۸, ۱۵۹, ۱۶۱, ۲۳۶, ۲۳۷, ۲۴۲,
۲۴۶, ۲۴۹, ۲۵۷, ۲۶۰, ۲۷۱, ۲۷۲, ۲۸۶,
۲۸۷, ۲۸۹, ۳۳۲, ۳۳۳, ۳۳۶, ۳۳۷, ۳۳۸,
۳۳۹, ۳۴۰, ۳۴۲, ۳۴۶, ۳۵۲, ۳۵۶, ۳۶۷,
۳۹۱, ۳۹۲, ۴۲۱, ۴۲۲, ۴۲۵, ۴۲۶, ۴۲۷,
۴۳۰, ۴۳۹, ۴۴۰, ۴۴۱, ۴۴۲, ۴۴۴, ۴۴۸,
۴۴۹

جرم مؤثر.....۸۹, ۲۲۴, ۲۵۹, ۲۶۱, ۳۰۱, ۳۰۳

جریان آستانه.....۳۹۶, ۳۹۸, ۴۰۰, ۴۰۱, ۴۱۶

د

دریچهٔ عددی.....۱۰۳, ۱۰۴, ۱۰۵, ۱۰۶, ۱۰۷,
۱۰۸, ۱۴۶, ۱۹۴

دمدولاسیون.....۱, ۱۱, ۱۲

دیود لیزری...۷, ۱۶۹, ۲۹۲, ۲۹۳, ۳۴۹, ۳۵۰,
۳۵۱, ۳۵۲, ۳۹۰, ۳۹۱, ۳۹۵, ۳۹۶, ۳۹۷,

۳۹۸, ۴۰۰, ۴۰۱, ۴۰۳, ۴۰۴, ۴۰۶, ۴۱۰,
۴۱۲, ۴۱۳, ۴۱۴, ۴۱۵, ۴۱۶, ۴۱۷
دیود نورگسیل..... ۷, ۱۲, ۱۴۱, ۱۶۸, ۱۶۹,
۲۳۵, ۲۳۶, ۲۶۳, ۲۶۴, ۲۶۵, ۲۶۶, ۲۶۷,
۲۶۸, ۲۷۰, ۲۷۱, ۲۷۴, ۲۷۵, ۲۷۶, ۲۷۹,
۲۸۱, ۲۸۲, ۲۸۳, ۲۸۴, ۲۸۵, ۲۸۶, ۲۸۷,
۲۹۰, ۲۹۱, ۲۹۲, ۲۹۳, ۲۹۵, ۲۹۶, ۳۲۳,
۳۹۰, ۴۰۶, ۴۱۵, ۴۱۶

ز

زاویهٔ بحرانی. ۸۰, ۹۹, ۱۰۱, ۱۰۴, ۱۹۴, ۲۶۸,
۲۷۰, ۲۷۱, ۲۷۲, ۲۷۳
زاویهٔ پذیرش..... ۱۰۲, ۱۰۳, ۱۰۴, ۱۰۵, ۱۰۶,
۱۰۷, ۱۰۸, ۱۹۴
زاویهٔ تابش..... ۸۰, ۸۱, ۸۴, ۸۵, ۹۸, ۹۹, ۱۰۰,
۱۰۲, ۱۰۹, ۲۶۸, ۲۷۶, ۲۷۷

س

ساختار الماسی..... ۲۰۴, ۲۰۶
ساختار شش ضلعی بسته..... ۲۰۵
سرعت فاز..... ۱۹, ۵۷, ۵۸, ۶۰
سرعت گروه... ۱۹, ۵۷, ۵۸, ۵۹, ۶۰, ۶۱, ۳۹۴
سلول پایه..... ۲۰۱, ۲۰۲, ۲۰۳, ۲۰۴, ۲۰۵
سلول واحد..... ۲۰۰, ۲۰۱, ۲۱۲
سیستم‌های مخابرات الکتریکی..... ۱, ۲, ۱۱,
۱۵, ۱۶
سیستم‌های مخابرات نوری. ۱, ۲, ۵, ۶, ۷, ۸,
۱۱, ۱۲, ۱۶, ۹۷, ۲۳۵, ۲۸۶, ۳۲۸, ۳۴۹,
۴۱۵, ۴۲۱
سیگنال حامل..... ۱, ۲, ۴, ۶, ۱۱, ۱۲, ۱۴
سیگنال نوری..... ۱, ۲, ۴, ۶, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۶,
۱۷, ۱۵۴, ۱۵۸, ۱۶۱, ۱۷۶, ۳۴۴, ۳۴۹,
۳۵۰, ۳۵۱, ۳۵۲
سیلیکا.۷, ۱۰۱, ۱۴۷, ۱۴۸, ۱۴۹, ۱۵۰, ۱۵۲,
۱۵۷, ۱۵۹, ۱۶۸, ۱۶۹, ۱۷۷, ۱۹۹, ۳۵۱,
۳۵۲

ش

شار فوتونی.....۲۶۳, ۲۶۴, ۲۶۶, ۲۶۸, ۲۶۹,
۲۷۰, ۲۷۳, ۳۲۴, ۳۴۶, ۳۶۹, ۴۲۱, ۴۲۸,
۴۳۰, ۴۵۲, ۴۵۶

ض

ضخامت بحرانی..... ۲۱۶, ۲۱۷, ۲۱۸, ۲۳۱
ضریب تضعیف.....۱۷, ۱۵۴, ۱۶۶, ۲۶۹
ضریب کوپلینگ..... ۱۸۲, ۱۸۳, ۱۸۸, ۱۸۹,
۱۹۳, ۱۹۵

ط

طول کوپلینگ...۱۸۳, ۱۸۶, ۱۸۷, ۱۸۸, ۱۸۹,
۱۹۲, ۱۹۵
طیف گسیلی..... ۲۸۱, ۳۵۶, ۳۷۴

ف

فرکانس نرمالیزه..... ۱۳۱, ۱۳۳, ۱۳۴, ۱۳۸,
۱۴۰, ۱۴۱, ۱۷۲
فرکانس نوری..... ۲۲, ۲۵, ۳۵
فروالکتریک..... ۱۹۸, ۲۲۰, ۲۲۱, ۲۲۳
فوتواثر خارجی..... ۴۲۲, ۴۲۳
فوتواثر داخلی..... ۴۲۲, ۴۲۳, ۴۲۵, ۴۲۷

فوتوالکتریک... ۲۰, ۸۸, ۸۹, ۹۰, ۹۱, ۹۲, ۹۴, ۴۲۲, ۴۲۴
فوتودیود۷, ۱۲, ۴۲۵, ۴۳۷, ۴۳۸, ۴۳۹, ۴۴۰, ۴۴۱, ۴۴۲, ۴۴۳, ۴۴۴, ۴۴۵, ۴۴۶, ۴۴۷, ۴۴۸, ۴۴۹, ۴۵۰, ۴۵۱, ۴۵۴, ۴۵۵, ۴۶۱
فوتورسانندگی ۴۲۵
فوتون ..... ۱, ۱۳, ۲۰, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۱۵۸, ۱۶۲, ۱۹۷, ۱۹۸, ۲۲۷, ۲۲۹, ۲۳۰, ۲۳۶, ۲۳۷, ۲۴۰, ۲۴۲, ۲۴۴, ۲۴۵, ۲۵۷, ۲۵۸, ۲۶۰, ۲۶۱, ۲۶۲, ۲۶۴, ۲۶۵, ۲۶۶, ۲۷۰, ۲۷۱, ۲۷۲, ۲۷۴, ۲۷۵, ۲۸۱, ۲۸۷, ۲۸۹, ۲۹۲, ۲۹۳, ۲۹۵, ۳۰۶, ۳۰۷, ۳۰۸, ۳۲۴, ۳۳۲, ۳۳۳, ۳۳۷, ۳۳۸, ۳۵۰, ۳۵۱, ۳۵۲ , ۳۵۵, ۳۵۷, ۳۵۸, ۳۶۳, ۳۹۲, ۳۹۴, ۳۹۵, ۳۹۶, ۳۹۷, ۴۰۰, ۴۰۱, ۴۰۴, ۴۰۵, ۴۱۵, ۴۱۶, ۴۲۱, ۴۲۲, ۴۲۳, ۴۲۵, ۴۲۶, ۴۲۷, ۴۲۸, ۴۳۰, ۴۳۱, ۴۳۲, ۴۳۶, ۴۳۷, ۴۴۰, ۴۴۸, ۴۵۱, ۴۵۲, ۴۵۳, ۴۵۴, ۴۵۶, ۴۶۰, ۴۶۱
فیبر تک‌مدی ۱۴۳, ۱۷۴
فیبر چندمدی... ۱۴۳, ۱۴۵, ۱۶۷, ۱۷۴, ۱۷۵, ۲۹۱
فیبر نوری ۱, ۲, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۵۹, ۹۷, ۹۸, ۱۰۰, ۱۰۱, ۱۰۲, ۱۰۵, ۱۰۶, ۱۰۷, ۱۰۸, ۱۱۴, ۱۲۳, ۱۲۴, ۱۲۵, ۱۲۶, ۱۲۹, ۱۳۲, ۱۳۳, ۱۳۴, ۱۴۱, ۱۴۲, ۱۴۳, ۱۴۴, ۱۴۶, ۱۴۷, ۱۴۸, ۱۵۰, ۱۵۱, ۱۵۲, ۱۵۳, ۱۵۵, ۱۵۶, ۱۵۷, ۱۶۲, ۱۶۳،۱۶۵, ۱۶۶, ۱۶۷, ۱۶۸, ۱۷۰, ۱۷۱, ۱۷۵, ۱۷۷, ۱۹۳, ۱۹۴, ۱۹۵, ۲۸۶, ۲۸۷, ۲۹۰, ۲۹۱, ۲۹۴, ۳۴۹, ۳۵۱, ۴۱۱, ۴۱۲, ۴۱۴, ۴۲۱

ق

قضیهٔ پوئینتینگ ۲۰, ۶۶

ک

کابل کواکسیال..... ۲, ۴, ۶, ۱۱, ۱۴, ۱۷
کاواک.۱۹, ۳۴۴, ۳۴۶, ۳۴۷, ۳۶۱, ۳۶۴, ۳۶۵, ۳۶۶, ۳۶۷, ۳۶۸, ۳۶۹, ۳۷۰, ۳۷۱, ۳۷۲, ۳۷۳, ۳۷۴, ۳۷۵, ۳۷۶, ۳۷۷, ۳۸۴, ۳۸۷, ۳۸۸, ۳۹۳, ۳۹۴, ۳۹۶, ۳۹۸, ۴۰۰, ۴۰۶, ۴۱۰, ۴۱۱, ۴۱۲, ۴۱۳, ۴۱۴, ۴۱۵, ۴۱۶
کاواک فابری- پرو..... ۳۶۴
کریستال.. ۱۵۸, ۱۶۱, ۱۹۷, ۱۹۸, ۲۰۰, ۲۰۱, ۲۰۲, ۲۰۳, ۲۰۴, ۲۰۵, ۲۰۶, ۲۰۷, ۲۰۸, ۲۰۹, ۲۱۰, ۲۱۱, ۲۱۲, ۲۱۳, ۲۱۴, ۲۱۵, ۲۱۶, ۲۱۸, ۲۱۹, ۲۲۰, ۲۲۱, ۲۲۳, ۲۲۴, ۲۴۱, ۳۰۱, ۳۰۹, ۳۲۸, ۳۵۶, ۴۱۲
کوپلینگ معکوس ۱۸۹, ۱۹۰, ۱۹۲
کوپلینگ همسو..... ۱۷۹, ۱۸۰, ۱۸۴, ۱۹۰

گ

گسیل برانگیخته ۲۵۶, ۲۵۷, ۲۶۰, ۳۲۷, ۳۳۳, ۳۳۵, ۳۳۷, ۳۴۰, ۳۴۷, ۳۶۱, ۳۹۰, ۳۹۲, ۳۹۷, ۳۹۸, ۴۱۵
گسیل خودبه‌خودی.... ۲۳۶, ۲۵۶, ۲۵۷, ۲۵۸, ۲۶۰, ۲۶۱, ۲۶۲, ۲۸۱, ۲۸۲, ۳۳۳, ۳۳۵, ۳۳۷, ۳۴۰, ۳۴۳, ۳۴۵, ۳۵۹, ۳۶۰, ۳۶۱, ۳۹۰, ۳۹۲, ۳۹۳, ۳۹۴, ۳۹۵, ۳۹۷, ۳۹۸, ۴۰۰, ۴۱۵

ل

لیزر.....۱, ۵, ۶, ۷, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۹, ۹۰, ۱۹۷, ۱۹۹, ۲۲۹, ۳۲۷, ۳۲۸, ۳۲۹, ۳۴۰, ۳۴۱, ۳۴۲, ۳۴۳, ۳۴۹, ۳۵۹, ۳۶۱, ۳۶۲, ۳۶۳, ۳۶۴, ۳۷۲, ۳۷۳, ۳۷۴, ۳۷۵, ۳۷۷, ۳۸۰, ۳۹۰, ۳۹۱, ۳۹۴, ۳۹۵, ۳۹۸, ۴۰۴, ۴۰۵, ۴۰۶, ۴۰۷, ۴۰۸, ۴۰۹, ۴۱۰, ۴۱۱, ۴۱۲, ۴۱۳, ۴۱۴, ۴۱۵, ۴۱۶ , ۴۱۷, ۴۵۲

م

مد تابشی..... ۱۱۰, ۱۱۲, ۱۲۱, ۱۲۲, ۱۲۳

مدهای پرتو گوسین..... ۳۸۴, ۳۹۰

مدهای تبهگن.....۱۳۵

مدهای جانبی..... ۴۰۶, ۴۰۷, ۴۱۰

مدهای طولی..... ۳۶۴, ۳۶۵, ۳۶۶, ۳۷۳, ۳۷۴, ۳۹۰, ۴۱۳, ۴۱۵, ۴۱۷

مدهای عرضی... ۳۷۶, ۳۷۷, ۳۹۰, ۴۰۵, ۴۰۶, ۴۱۰

مدهای مورب..... ۳۷۴, ۳۷۵, ۴۱۶

مدهای میرا.....۱۱۱

مدهای هدایت‌شده.... ۱۰۸, ۱۱۰, ۱۱۱, ۱۱۷, ۱۱۸, ۱۲۲, ۱۲۵, ۱۲۶, ۱۲۷, ۱۶۳, ۱۶۴, ۱۷۲

مدهای هیبریدی.....۱۱۴

مدولاسیون.....۱, ۴, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۲۴, ۲۳۶, ۲۸۳, ۲۸۴, ۲۸۵, ۳۹۰

معادلهٔ موج..... ۲۸, ۴۲, ۶۲, ۹۸, ۱۰۰, ۱۱۵, ۱۲۵, ۱۲۶, ۳۷۹, ۳۸۱, ۳۸۳, ۳۸۹, ۳۹۰

معادلهٔ نرخ.....۲۶۷, ۲۶۸, ۳۹۲, ۳۹۳, ۴۳۲

مواد قطبی..... ۱۹۸, ۲۱۸

ن

ناحیهٔ فعال ۲۶۴, ۲۶۶, ۲۶۸, ۲۶۹, ۲۸۶, ۲۸۷, ۲۸۸, ۲۸۹, ۲۹۱, ۲۹۵, ۳۲۷, ۳۲۸, ۳۴۴, ۳۴۵, ۳۴۶, ۳۵۹, ۳۶۴, ۳۷۲, ۳۷۳, ۳۸۹, ۳۹۱, ۳۹۲, ۳۹۳, ۳۹۴, ۳۹۵, ۳۹۶, ۴۰۵, ۴۰۶, ۴۰۸, ۴۰۹, ۴۱۰, ۴۱۱, ۴۱۳, ۴۱۶, ۴۲۷, ۴۵۸

نرخ بازترکیب.....۲۳۸, ۲۳۹, ۲۴۲, ۲۴۶, ۲۴۷, ۲۵۲, ۲۵۳, ۲۵۴, ۲۶۳, ۲۶۴, ۲۶۶, ۲۸۸, ۲۹۵, ۳۲۴, ۳۹۲, ۳۹۳, ۴۳۳

نرخ بیت..... ۲, ۴, ۶, ۷, ۸, ۹

نرخ تزریق..... ۲۶۶, ۲۶۷, ۲۸۱, ۳۹۲

نرخ تولید. ۱۵۲, ۲۳۸, ۲۴۱, ۲۴۳, ۲۴۶, ۲۴۸, ۲۴۹, ۳۹۴, ۴۳۲, ۴۳۴, ۴۴۱, ۴۵۶, ۴۶۰

نسبت سیگنال به نویز. ۱۶, ۴۵۲, ۴۵۵, ۴۵۷, ۴۵۸, ۴۵۹, ۴۶۱

نویز بهره..... ۴۵۴

نویز فوتوالکترون..... ۴۵۲, ۴۵۳

نویز فوتوجریان..... ۴۵۳

نیمه‌هادی با گاف انرژی غیرمستقیم.....۲۲۵, ۲۴۱, ۲۵۵

نیمه‌هادی با گاف انرژی مستقیم..۱۹۸, ۲۴۱, ۲۵۸, ۲۹۳, ۲۹۴, ۲۹۵

و

وارون‌سازی جمعیت... ۳۳۱, ۳۳۹, ۳۴۰, ۳۴۱, ۳۴۲, ۳۴۳, ۳۴۴, ۳۴۵, ۳۴۷, ۳۴۸, ۳۵۲, ۳۵۹, ۳۶۰, ۳۶۱, ۳۶۲, ۳۶۳, ۴۱۶

ورتزیت..... ۲۰۵, ۲۰۶, ۲۱۸, ۲۱۹

Optoelectronics

Compiler:

Saba Khosravi, (Ph.D)

(Razi University Faculty Member)

Razi University Press

2020